APPRENDRE

GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

PROMOTION ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES

2026

Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques

VOL. 2

Géométrie plane et géométrie dans l'espace

AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

MINISTÈRE DE L'EUROPE ET DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES
Liberté
Égalité
Fraternité

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

LE PROGRAMME APPRENDRE

Actif depuis 2018, le programme APPRENDRE a pour mission de renforcer la professionnalisation des enseignantes et enseignants, d'améliorer la qualité de la formation initiale et continue, et de soutenir leur développement professionnel tout au long de leur carrière. Le programme agit à la fois sur les pratiques pédagogiques, sur les statuts enseignants et sur la gouvernance de la profession. En cela, il contribue à l'amélioration de la condition enseignante et à la création d'un environnement favorable à une meilleure qualité des enseignements-apprentissages, conformément à l'Objectif de Développement Durable 4 (ODD 4) des Nations unies.

Pour atteindre ces objectifs, APPRENDRE mobilise son réseau d'expertise et facilite l'accès à des ressources, outils et savoirs.

APPRENDRE accompagne les ministères de l'Éducation de 23 pays francophones dans le renforcement des capacités de leurs personnels d'encadrement et d'accompagnement pédagogique. À la demande de ces pays, APPRENDRE mobilise un réseau d'expertise et de partenaires (personnes praticiennes, chercheuses, cadres éducatifs et universitaires) pour réaliser des missions de formation, d'audit, de diagnostic et d'ingénierie.

Les appuis mis en place par APPRENDRE ciblent prioritairement les directions et institutions responsables de la formation initiale et continue des personnels enseignants dans les pays concernés. L'identification des actions à mener s'appuie sur le recueil des besoins des actrices et des acteurs, dans une démarche partenariale fondée sur le dialogue et l'échange. Chaque pays définit son Plan de Travail Annuel (PTA) en étroite collaboration avec les huit Groupes Thématiques d'Expertise (GTE) du programme. C'est ensemble qu'un diagnostic est effectué, qu'une réflexion est menée et que les actions à mettre en place sont déterminées.

APPRENDRE n'est pas un dispositif de formation et ne se substitue pas aux financements sectoriels de l'éducation. Ses appuis, ponctuels et ciblés, s'inscrivent en amont des projets nationaux conçus et pilotés par les pays et renforcent les capacités de conception, de pilotage et de suivi des ministères.

Par ses interventions, APPRENDRE contribue à améliorer durablement la qualité des enseignements et des apprentissages dans les systèmes éducatifs francophones.

CE GUIDE A ÉTÉ CONÇU PAR :

Denis BUTLEN, professeur des universités émérite à CY Cergy Paris Université (France), coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences »

Adolphe Cossi ADIHOU, professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

Jeanne KOUDOGBO, professeure titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

Julie HOROKS, professeure des universités en didactique des mathématiques à l'Université Paris-Est Créteil (UPEC, France)

Sylvie COPPÉ, retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève (Suisse)

Gervais AFFOGNON, docteur en didactique des mathématiques, chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation du Bénin

SOUS LA COORDINATION DE :

Denis BUTLEN, professeur des universités émérite à CY Cergy Paris Université (France), coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences »

CONCEPTION GRAPHIQUE, MISE EN PAGE ET RÉVISION SCIENTIFIQUE : Alexandre LOURDEL

ÉDITION ET CORRECTION : Fanny PIAT-GILLES

PHOTO DE COUVERTURE : Joannès DOGLO

Ce guide est placé sous la licence Creative Commons Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International (CC BY-SA 4.0).

Paris, 2026.

APPRENDRE

GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

PROMOTION ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES

2026

Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques

VOL. 2

Géométrie plane et géométrie dans l'espace

AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

MINISTÈRE DE L'EUROPE ET DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES
Liberté
Égalité
Fraternité

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

Sommaire

SOMMAIRE

Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques

Vol. 2 : Géométrie plane et géométrie dans l'espace

Remerciements 9

INTRODUCTION 10

1. Préambule 11
2. Le programme APPRENDRE 11
3. Présentation du GTE 4 11
4. Un document regroupant des outils de formation contextualisés 12
   - 4.1 Trois documents s'inscrivant dans une continuité 12
   - 4.2 Les thèmes mathématiques abordés 13
   - 4.3 Des outils davantage contextualisés 14
     - 4.3.1 L'analyse conceptuelle 14
     - 4.3.2 La cartographie/continuum 15
     - 4.3.3 La carte conceptuelle 15
     - 4.3.4 La fiche pédagogique 16
   - 4.4 Prise en compte de domaines plus larges 16
   - 4.5 Prise en compte du contexte local 17
5. Les auteurs et les pays 17
6. Des principes de formation 18
7. La structure du document 19

PREMIÈRE PARTIE | L'enseignement de la géométrie plane 21

1. Enseignement de la géométrie plane 23
   - 1.1 D'une géométrie perceptive à une géométrie déductive, en passant par les instruments 23
   - 1.2 Un changement de regard sur les figures 24
   - 1.3 Une grande variété de tâches géométriques 24
2. Présentation et description des ressources produites 25
   - 2.1 Analyse conceptuelle de sous-thèmes de la géométrie plane 25

2.2 Cartographie/continuum des concepts de la géométrie plane (synthèse primaire/secondaire) ... 31
2.2.1 Cartographie/continuum à compléter ... 32
2.2.2 Cartographie/continuum détaillée (primaire et secondaire) ... 35
2.3 Carte conceptuelle ... 44
2.4 Fiche pédagogique ... 45

SECONDE PARTIE | L'enseignement de la géométrie dans l'espace ... 51

1. Introduction ... 53
1.1 Construction de l'espace et lien avec les apprentissages géométriques ... 54
1.1.1 Différents espaces ... 54
1.1.2 Objets de l'espace ... 54
1.2 Un incontournable, une approche dialectique : interactions entre dimension deux et dimension trois ... 55
1.2.1 Des exemples d'activités ... 55
1.2.2 Les paradigmes de la géométrie dans l'espace ... 58
1.2.3 Difficultés des élèves ... 59
2. Les ressources relatives à l'enseignement de la géométrie dans l'espace ... 60
2.1 Analyse conceptuelle ... 60
2.2 Carte conceptuelle ... 66
2.3 Cartographies/continuums ... 67
2.3.1 Cartographie/continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire, à Madagascar ... 67
2.3.2 Cartographie/continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire et au moyen, au Tchad ... 69
2.3.3 Cartographie/continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au primaire, au Tchad ... 71
2.3.4 Cartographie/continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire, au Cameroun ... 72
2.3.5 Cartographie/continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au primaire, au Cameroun ... 74
2.4 Fiches pédagogiques ... 75
2.4.1 Fiche pédagogique du Tchad ... 75
2.4.2 Fiche pédagogique de Madagascar ... 83

CONCLUSION GÉNÉRALE 91

BIBLIOGRAPHIE 97

1. Enseignement de la géométrie plane 99
2. Enseignement de la géométrie dans l'espace 99

PRÉSENTATION DES AUTEURS 101

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier le conseil scientifique du programme APPRENDRE et les coordinateurs du programme, en particulier Johanna GARDREL, Sophie DOBOSZ et Nicolas BARBE pour la confiance et l'appui qu'ils ont accordés à ce projet.

Merci aussi aux 36 participantes et participants aux groupes de production associés aux webinaires de renforcement du pôle des expertes et experts associés et notamment aux 21 participantes et participants des groupes de production de documents en mathématiques. Ils ont contribué à la production de cette ressource par leur questionnement, leur investissement dans la réflexion et la rédaction.

Nous tenons à remercier l'Agence Universitaire de la Francophonie et l'Agence Française du Développement pour leur soutien logistique et financier au programme APPRENDRE et la production de cette ressource.

Nous remercions aussi Fanny PIAT-GILLES et Alexandre LOURDEL pour leur participation à la mise en page et l'édition de ce document.

Introduction

Préambule

Pour ne pas alourdir la rédaction du guide et dans un souci de facilitation de la lecture, l'écriture inclusive n'a pas été systématiquement utilisée. Mais il faut bien comprendre dans l'utilisation des termes *enseignants*, *formateurs*, *experts*, *rédacteurs*, *lecteurs*, etc. que cela concerne bien évidemment aussi les enseignantes, formatrices, expertes, rédactrices, lectrices, etc.

Le programme APPRENDRE

Le programme APPRENDRE a pour objectif de mobiliser de l'expertise dans le domaine pédagogique, didactique et universitaire. Il accompagne les ministères de l'Éducation de 23 pays francophones en matière de renforcement des capacités des enseignants du primaire et du secondaire. À la demande de ces pays, APPRENDRE mobilise un réseau d'expertes et d'experts et de partenaires (praticiennes et praticiens, cadres éducatifs, universitaires, chercheuses et chercheurs) pour des missions de formation, d'audit, de diagnostic et d'ingénierie.

Les appuis mis en place par APPRENDRE ciblent prioritairement les directions et institutions nationales responsables de la formation initiale et continue des enseignants dans les pays concernés.

L'identification des actions à mener s'appuie sur le recueil des besoins des acteurs, dans une démarche partenariale fondée sur le dialogue et l'échange. Chaque pays définit son plan d'action (PTA) en étroite collaboration avec les expertes et experts du programme. Ensemble, ils établissent un diagnostic, mènent une réflexion et déterminent les actions à mettre en place.

APPRENDRE n'est pas un dispositif de formation. Il n'a pas vocation à se substituer aux financements sectoriels de l'éducation dans les pays éligibles. Ses appuis, ponctuels et ciblés, s'inscrivent en amont des projets nationaux conçus et pilotés par les pays et viennent renforcer les capacités de conception et de suivi des ministères.

Présentation du GTE 4

Ce document a été rédigé par les expertes et experts didacticiens des mathématiques du Groupe Thématique d'Expertise « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » (GTE 4). Le GTE 4 a pour mission de proposer une expertise aux pays

éligibles au programme afin d'aider les ministères dans le domaine de la formation des personnels en charge de la formation des enseignantes et enseignants de mathématiques et de sciences. Il peut être amené à effectuer des missions d'audit, de diagnostic, d'ingénierie ou encore de recherche.

Le GTE 4 se donne pour objectif général de contribuer à l'amélioration de la formation des élèves dans les disciplines relevant des sciences dites dures : mathématiques, sciences de la nature (biologie, géologie), sciences de la matière (physique, chimie). De manière plus spécifique, cet objectif se décline selon deux orientations non exclusives l'une de l'autre :

- Favoriser le développement de la recherche sur l'enseignement et les apprentissages de ces disciplines et la diffusion des résultats qui en sont issus vers les communautés scientifiques et éducatives ;
- Soutenir les actions de développement professionnel des enseignantes et enseignants et de leurs formatrices et formateurs ainsi que la production de ressources pédagogiques adaptées aux réalités des contextes.

Le GTE 4 est constitué d'expertes et experts didacticiens des mathématiques ou didacticiennes et didacticiens des sciences (SVT, sciences physiques). Ses principales missions consistent notamment à animer des ateliers de formation de formateurs et à proposer aux différents pays des outils de formation pour les enseignants. Depuis sa création, il a ainsi participé ou participe actuellement à des activités dans les 23 pays concernés par le programme.

Un document regroupant des outils de formation contextualisés

Trois documents s'inscrivant dans une continuité

Ce document s'inscrit dans une série d'outils de formation à destination des formateurs d'enseignants de mathématiques et de sciences du premier et second degré. Il complète un premier volume : le *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques*, ainsi qu'un deuxième volume : le *Glossaire de didactique des mathématiques*. Le guide présente des outils pour la formation et les concepts de didactique des mathématiques qui sont à l'origine de leur élaboration. Ces outils constituent un tout allant d'un questionnement permettant l'analyse d'un concept ou de concepts d'un même domaine (**analyse conceptuelle et carte conceptuelle**) à un modèle de **fiches pédagogiques** ciblant le

ou les concepts en passant par une analyse du traitement de ces derniers dans les programmes de mathématiques du pays ciblé par l'atelier (**cartographie/continuum**). Des grilles d'analyse de séquences de mathématiques et d'erreurs d'élèves complètent ces quatre types d'outils. Des exemples décontextualisés, élaborés lors d'ateliers de formation de formateurs, expérimentés et évalués, illustrent ces catégories d'outils. Un glossaire présente les principaux concepts didactiques utilisés pour construire ces outils.

Une seconde rédaction de ces exemples du guide a été produite par les auteurs afin de permettre une utilisation par les formateurs des différents pays concernés par le programme APPRENDRE. Cela a nécessité une prise de distance par rapport aux spécificités de l'enseignement de chaque pays et une certaine décontextualisation.

Afin de prendre en compte ces spécificités, ce document constitue un complément au guide présentant des exemples plus contextualisés par pays. Il doit permettre aux formateurs de chaque pays concerné de mieux prendre en compte et d'adapter la formation aux particularités, aux contraintes et aux exigences institutionnelles de son pays. Toutefois, les exemples de chaque catégorie d'outils sont suffisamment emblématiques de la catégorie pour pouvoir être adaptés aux contextes d'autres pays.

Le GTE 4 a organisé durant l'année 2023-2024 une série de huit webinaires ayant pour but de renforcer le pôle des expertes et experts associés en mathématiques et en sciences. Cette formation comportait des exposés et des groupes de production de documents pour la formation. Comme le guide, cet ouvrage est donc le résultat d'une expérimentation collective et d'une réflexion de plusieurs années menées par les experts intervenant dans les ateliers de formation de formateurs. Il est aussi et avant tout le résultat d'une synthèse de productions co-construites entre personnes participantes et expertes et experts lors de ces groupes de production associés aux webinaires. Le travail de production a été ponctué par les séances de mathématiques du webinaire.

Les thèmes mathématiques abordés

Des thèmes spécifiques à chaque groupe ont été proposés aux participantes et participants et approuvés par ceux-ci. Il s'agit pour les mathématiques des domaines suivants : géométrie plane (groupe 1), géométrie dans l'espace (groupe 3), proportionnalité et fonctions numériques (groupe 2), nombres décimaux (groupe 4), sens des opérations et techniques opératoires (groupe 5), pré-algèbre et algèbre (groupe 6).

Des séances de travail en synchrone et asynchrone ont permis des échanges, des moments de production et de validation. Au cours de ces séances, les thèmes ont été affinés afin de cibler un ou plusieurs concepts. Ainsi, le groupe 1 a-t-il centré son travail sur la production d'une grille générique (à remplir) permettant de construire une cartographie/continuum de l'enseignement de grandes catégories d'objets (concepts, sous

concepts, techniques, instruments) de la géométrie plane. Le groupe 2 a ciblé la proportionnalité et l'enseignement des fonctions affines et linéaires. Le groupe 4 a davantage fait porter sa réflexion sur l'enseignement des solides et de leurs représentations. Enfin le groupe 6 a exploré l'enseignement de l'égalité.

Des outils davantage contextualisés

Les différents groupes ont développé les exemples d'outils présentés dans le guide. Il s'agit des analyses conceptuelles, des cartographies/continuums, des cartes conceptuelles et des fiches pédagogiques. Chaque thème est introduit par un texte présentant une synthèse de résultats de recherches et d'éléments à prendre en compte pour enseigner le domaine exploré ainsi que le contexte de la rédaction des outils.

Pour chacun des thèmes traités dans cet ouvrage, nous avons retenu une analyse conceptuelle et une carte conceptuelle synthèse des productions des participants des différents pays concernés par le groupe de production. Ces deux types de documents sont décontextualisés et concernent donc tous les pays. Les deux autres catégories de documents sont contextualisées. Nous avons ainsi retenu pour chaque pays concerné par le groupe de production une cartographie/continuum correspondant aux programmes d'enseignement des mathématiques du pays et un exemple de fiche pédagogique. Le choix du niveau d'enseignement de la cartographie/continuum (primaire ou secondaire) est en adéquation avec le niveau de classe de la fiche pédagogique.

Nous rappelons brièvement ci-dessous ces différentes catégories et renvoyons le lecteur aux différents chapitres du guide pour une présentation plus complète et détaillée des outils et des concepts didactiques qui ont été mobilisés pour leur élaboration (chapitres 2 et 3) et des exemples décontextualisés (chapitre 4).

L'analyse conceptuelle

« Conçue à partir des trois éléments qui définissent un concept selon la théorie des champs conceptuels, la grille d'analyse conceptuelle est un ensemble de questions relatives à un concept donné. C'est un outil pour l'enseignant qui prépare sa classe en vue d'enseigner un concept. Il a besoin de puiser dans son expérience et dans sa culture académique et didactique pour trouver des éléments de réponses pertinents à chacune des questions de la grille. L'analyse conceptuelle constitue un moment de l'analyse à priori d'un concept mathématique. »

Le questionnement est organisé autour du triplet défini par Vergnaud (1980) : les situations dans lesquelles fonctionnent le concept, les invariants opératoires (signifié) sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (type « propositions », type « fonction

propositionnelle » ou encore type « argument ») et enfin les formes langagières et non langagières (L) qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant). Un ou plusieurs exemples de grilles (remplies) d'analyse conceptuelle sont donnés pour les différents thèmes.

La cartographie/continuum

« La cartographie/continuum du programme est une vue synthétique du programme pour un concept donné » et pour un pays donné. « Elle met en évidence les différentes notions à aborder et présente leur évolution dans le cycle. [Pour] réaliser une cartographie/continuum d'un concept [il faut] :

- recenser tous les sous-thèmes relatifs à un concept (du domaine ou du programme) et positionner les sous-thèmes par rapport au niveau scolaire ;
- associer clairement dans un tableau les niveaux scolaires respectifs où les sous-thèmes prévus dans le domaine ou le programme ;
- se servir de l'analyse conceptuelle et faire une analyse mathématique et didactique pour catégoriser les sous-thèmes. »

La cartographie/continuum contribue à la conception de la carte conceptuelle.

La carte conceptuelle

« La carte conceptuelle est une représentation graphique d'un domaine de connaissance tel que perçu par un ou plusieurs individus, et qui établit des liens entre différents concepts évoqués par son ou ses auteurs (Laflamme, 2006, p. 8).

La carte conceptuelle pour un concept donné est un modèle qui se construit à partir des cinq catégories de la cartographie/continuum (premier niveau de profondeur : sens et représentation, techniques opératoires (et relations), usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude) ; propriétés et transformations ; liens avec des domaines mathématiques).

Les sous-concepts ayant contribué à la catégorisation dans la cartographie-continuum serviront à finaliser le deuxième niveau de profondeur de la carte conceptuelle. À ces sous-concepts s'en ajoutent d'autres, circonscrits dans l'analyse conceptuelle.

Ainsi, la carte conceptuelle explicite les liens entre le concept et les sous-concepts qui caractérisent ce concept. Elle peut également permettre d'établir des liens entre les différents sous-concepts. Elle présente les sous-concepts (savoirs mis en jeu) du

programme et met en évidence, pour le formateur et l'enseignant, d'autres sous-concepts qui ne sont pas dans le programme. »

La fiche pédagogique

Le guide pédagogique présente un modèle de canevas de fiche pédagogique comportant 13 sections.

« Les 9 premières sections visent à fournir des informations d'ordre général sur les intentions de l'enseignant et les objectifs de la leçon. [...] La section 10 est consacrée aux anticipations. [...] La section 11 concerne le déroulement. [...] La section 12 propose des exercices d'approfondissement [...] La section 13 [concerne un] bilan de la séance. »

Dans ce volume, nous présentons des fiches pédagogiques décrivant des séances ou séquences qui n'ont pas été systématiquement testées en classe par les auteurs. La section 13 qui porte sur un bilan de mise en œuvre des séances n'est donc pas renseignée et reprise dans les différents exemples proposés.

Prise en compte de domaines plus larges

Deux des thèmes de travail des groupes de productions en mathématiques portaient sur des domaines ou sous-domaines mathématiques plutôt que sur un concept donné. C'est le cas du groupe qui a travaillé sur la géométrie plane et celui qui a travaillé sur la géométrie dans l'espace. Les tuteurs de ces groupes ont été amenés à adapter certains outils conçus pour le traitement d'un concept à un traitement d'un domaine.

Nous avons retenu ce nouvel outil qui enrichissait la panoplie des outils précédemment présentés dans le guide. Nous le désignons par le même terme.

L'organisation et les contenus des rubriques diffèrent. C'est ainsi le cas de la grille qui permet de construire une carte conceptuelle du traitement des figures planes.

Prise en compte du contexte local

Alors que les analyses conceptuelles et les cartes conceptuelles dépassent le contexte et les injonctions institutionnelles des différents pays et permettent d'avoir une appréhension plus distanciée du concept et de son enseignement, les cartographies/continuums et les fiches pédagogiques ont été élaborées en conformité avec les programmes

d'enseignement des pays représentés dans le groupe de travail. Toutefois, ces dernières restent adaptables pour être utilisables dans d'autres contextes nationaux.

Ainsi, des exemples de mises en œuvre contextualisées du modèle de fiche pédagogique sont exposés pour chaque chapitre et pour chaque thème. Selon les cas, telles ou telles rubriques sont plus particulièrement développées afin de prendre en compte les normes en vigueur dans les pays. *A contrario*, certaines rubriques peuvent être minorées voire absentes. Les auteurs ont cependant accordé une importance aux analyses *a priori* des situations proposées dans les fiches que ce soit dans une rubrique ou dans un préambule à celle-ci.

Les auteurs et les pays

Les 36 participants représentant 13 pays d'Afrique subsaharienne ont constitué des groupes de production dont 21 se sont focalisés sur les mathématiques. Six groupes étaient en effet consacrés à la production de documents de formation en mathématiques reprenant les catégories d'outils présentés dans le *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques*.

Ces 21 participants, issus du Bénin, Burundi, Cameroun, Comores, République Démocratique du Congo, Côte d'Ivoire, Djibouti, Guinée, Madagascar, Mauritanie, Sénégal, Tchad et Togo ont produit 66 documents.

La composition des groupes est la suivante :

1. **Le groupe 1** animé par J. Horoks était constitué de I. Faye, B. P. Kakpo, A. J. B. Lououamou et O. Sagna.
2. **Le groupe 2** animé par S. Coppé comportait K. D. Wodome, B. N. F. Olafa, N. H. Rabearimanana et E. Rajaonarimaanana.
3. **Le groupe 3** animé par J. Koudogbo était constitué de M. Blenoume, A. C. Cobi et M. Faye.
4. **Le groupe 4** animé par G. Affognon comportait B. Mbairareaou, A. Raherinirina, T. Rakotoniaina et S. Wandji.
5. **Le groupe 5** animé par D. Butlen comportait F. Arzel, A. H. Mazikou, A. F. M. Niyonzima et I. D. Malor.
6. **Le groupe 6** animé par A. C. Adihou était constitué de A. Iltireh et K. Y. G. Atta.

Dans l'ensemble des trois volumes, nous présentons 39 de ces productions. Le lecteur trouvera dans la conclusion de l'ouvrage, une description détaillée de ces différentes productions et les modalités d'accès à la plateforme APPRENDRE.

Des principes de formation

La formation dispensée lors des webinaires et les compléments apportés lors des séances de travail des groupes de production s'inscrivent dans le cadre des principes de formation définis dans le guide.

Sans exposer le détail de ces principes, exposé dans le chapitre 1 du guide, rappelons que les autrices et auteurs s'inscrivent dans une logique de didactique outil. « Les concepts et éléments de théorie [...] n'ont pas pour but d'être une formation au métier de chercheur, mais constituent des outils pour aider les enseignants dans l'exercice quotidien de leur métier et les formateurs dans la construction de modules de formation. Il ne s'agit pas de présenter des édifices théoriques éclairant les questions d'enseignement, mais de donner des éléments issus de ces constructions théoriques permettant d'accroître les marges de manœuvre des professeurs et d'optimiser la transposition didactique. »

Les auteurs visent à fournir des outils aux enseignants et aux formateurs d'enseignants pour exercer une vigilance didactique propice aux apprentissages des élèves (Charles-Pézard, 2010, Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012 et 2018).

« D'autres principes fondent la manière de penser les actions de formation. Citons notamment la volonté :

- d'entrer en résonance avec les conceptions et représentations des formateurs afin de les enrichir notamment en les diversifiant. [...]
- de développer une approche holistique de formation intégrant des apports d'informations, le vécu de situations de formation [...], la co-construction de documents [...] et une approche réflexive sur des exemples de pratiques et les gestes nécessaires à la gestion de la classe ;
- d'expérimenter quand cela est possible des moments de formation, de les exposer et de les analyser lors d'un retour en atelier ;
- d'enrichir les pratiques de formateurs et des enseignants ;
- de prévoir des moments de travail sur différents temps d'analyse de la gestion des enseignements : micro, local et macro ;
- de prendre en compte les spécificités et les conditions du système éducatif propres à chaque pays. »

La structure du document

L'ouvrage, qui complète le *Guide du formateur d'enseignants de mathématiques*, porte le titre *Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques*. Il se compose de trois volumes distincts, chacun consacré à un domaine spécifique :

1. **Volume 1 :** Nombres et opérations ;
2. **Volume 2 :** Géométrie plane et géométrie dans l'espace ;
3. **Volume 3 :** Proportionnalité, fonctions numériques, pré-algèbre et algèbre.

Cette série offre ainsi une déclinaison thématique pour accompagner la formation des enseignants de mathématiques dans différents champs disciplinaires.

Le présent volume 2 concerne le domaine géométrique, plus précisément, l'enseignement de la géométrie plane et celui de la géométrie dans l'espace. Il comporte une introduction, une première partie ciblant l'enseignement de la géométrie plane, une seconde partie traitant de la géométrie dans l'espace.

Une introduction présente le document, les auteurs et le contexte de son élaboration.

Une conclusion et une bibliographie terminent cet ouvrage.

Nous espérons que ce document présentant des exemples d'outils plus contextualisés par pays et par contenus mathématiques enseignés contribuera à mieux outiller les formateurs d'enseignants de mathématiques et ainsi participera à construire un environnement didactique améliorant les apprentissages des élèves.

PREMIÈRE PARTIE

L'enseignement de la géométrie plane

1 Enseignement de la géométrie plane

Ce chapitre traite de l'enseignement de la géométrie plane et notamment des figures planes. Les documents ont été produits dans le cadre du groupe de production associé aux webinaires de renforcement du pôle des expertes et experts associés coordonné par Julie Horoks. Les pays concernés sont le Sénégal, le Bénin et la République Démocratique du Congo.

La géométrie plane est un domaine des mathématiques qui pose souvent des difficultés aux élèves. Si son utilité au quotidien peut sembler moins importante que celle des domaines des nombres et opérations, la géométrie plane reste néanmoins un outil pour modéliser notre environnement et le lieu d'un travail de raisonnement.

Nous proposons ci-dessous plusieurs pistes, issues des recherches en didactique des mathématiques, pour penser la progressivité de l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie plane.

1.1 D'une géométrie perceptive à une géométrie déductive, en passant par les instruments

Si la géométrie repose d'abord sur la perception des formes, où l'œil est le principal outil pour reconnaître et valider la nature d'une forme géométrique, à partir d'objets réels, elle se dote ensuite progressivement d'autres moyens. Ainsi les instruments géométriques (règle, équerre, puis compas et rapporteur) vont permettre de vérifier les propriétés des figures (un angle droit, une égalité de longueur) lorsque l'œil ne permet plus de décider (figure dessinée dans une position inhabituelle, non prototypique, ou dessinée sur le sol en très grandes dimensions par exemple). C'est un premier changement de paradigme, de façon de faire de la géométrie, qui repose sur la nécessité de vérifier, dans des situations où la perception ne suffit plus. Par la suite, ce sont les axiomes de la géométrie plane (propriétés des figures et sous-figures, théorèmes) qui prennent le relai des instruments, dans des situations où on ne peut plus les utiliser (figure dessinée à main levée, pas en vraie grandeur, inachevée, ou même non représentée), prenant appui sur le raisonnement déductif pour établir et valider la nature d'une figure.

1.2 Un changement de regard sur les figures

Les objets géométriques travaillés sont d'abord des objets réels, du quotidien, parfois même des solides dont on considère les faces planes ou l'empreinte. Petit à petit, l'élève devra considérer non plus l'objet, mais sa représentation à deux dimensions, et percevoir le fait que c'est le contour (côtés) de cette représentation qui nous intéresse pour qualifier la nature de la forme géométrique, et non sa surface ou sa position dans l'espace. Par la suite, ce sont les sommets qui suffiront à désigner une figure ou un assemblage de figures, et leurs positions relatives (éventuellement repérées par des coordonnées) et à en qualifier la nature.

Les instruments géométriques suivent cette évolution du regard : si les gabarits de formes permettent en effet de reproduire facilement une forme géométrique (deux dimensions), la règle, l'équerre ou le compas permettent d'en tracer le contour (une dimension).

1.3 Une grande variété de tâches géométriques

Si la construction de figures est souvent perçue comme la tâche géométrique privilégiée, ce n'est pas la seule façon de faire pratiquer la géométrie, et elle s'articule avec des tâches visant plus particulièrement à travailler le vocabulaire géométrique et le raisonnement à partir des propriétés des figures. Ainsi, les tâches géométriques, tout au long de la scolarité, peuvent être listées de la façon suivante :

- Reconnaître des figures ou une configuration géométrique ;
- Classer, trier des figures selon leurs propriétés ;
- Décrire des figures ou configurations géométriques, la construction d'une figure ;
- Vérifier une propriété ou la nature d'une figure ;
- Reproduire une figure ou une configuration géométrique à partir d'un modèle ;
- Construire une figure ou une configuration géométrique à partir d'une description ou d'un programme de construction ;
- Prouver une assertion.

2 Présentation et description des ressources produites

Nous présentons les documents relatifs au travail sur la géométrie plane. La production de ces documents a été l'occasion pour les participants (Bénin, République Démocratique du Congo et Sénégal) d'échanger sur l'importance d'une progression dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie plane, d'abord perceptive et instrumentée, pour aller vers la déduction, en appui sur les propriétés des figures et les théorèmes portant sur des configurations géométriques particulières. L'articulation entre construction de figures, vocabulaire géométrique et raisonnement géométrique a également fait l'objet des discussions et se retrouve dans les documents produits. Un accent particulier a été mis sur les instruments de géométrie, avec une réflexion sur leurs différents rôles, et sur les dimensions concernées par leur usage : 0D (points), 1D (droites et segments), 2D (formes).

2.1 Analyse conceptuelle de sous-thèmes de la géométrie plane

Il s'agit d'un tableau proposant une analyse conceptuelle pour la géométrie plane, selon trois sous-thèmes relativement larges :

- Les figures planes usuelles ;
- Les sous-figures (points, segments, droites) et leurs positions relatives ;
- Les instruments de géométrie et leurs usages.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
1.	**Quelles sont les situations, les activités signifiantes et pertinentes qui permettent l'enseignement et l'apprentissage de la notion ou du concept et qui induisent des activités mathématiques riches (la référence) ?**	Situations permettant l'un des grands types de tâches géométriques ci-dessous : *reconnaître*, *classer*, *décrire*, *vérifier*, *mesurer*, *construire*, *reproduire*, *tracer*, *justifier* : ▸ dans des situations en géométrie plane (figures usuelles et configuration de figures usuelles, lieu géométrique) et géométrie des transformations (symétrie, glissement), voire des représentations d'objets de l'espace dans le plan ; ▸ dans des situations en lien avec les arts plastiques (frises), la technologie (plans), la physique (optique : angle de vue) ; ▸ mais aussi des situations en lien avec le domaine des grandeurs et mesures : calcul de périmètres, d'aires, de dimensions, distance, angles ; ▸ et des problèmes de la vie courante dont la résolution permet d'argumenter, d'exercer la pensée autonome et de communiquer en langage mathématique (communiquer en utilisant le langage et les procédures du raisonnement mathématique).

	Figures planes	Points, segments, droites, position relative	Utilisation du matériel géométrique
Reconnaissance	▸ Familiarisation avec des formes usuelles par manipulation. ▸ Reconnaissance des figures usuelles avec divers procédés (perceptif, instrumenté, déductif).	Reconnaissance des positions particulières de droites (parallèles, perpendiculaires, sécantes), points (alignement, milieu), et segments.	Familiarisation : découverte du matériel géométrique.
Classement	Classement de figures usuelles dans des (en) familles de figures.	Classement des configurations en fonction de leurs propriétés de parallélismes ou de perpendicularité (en fonction de leurs positions relatives).	
Description	Description et codage des figures usuelles ou de leur construction (programme de construction), avec le vocabulaire technique et géométrique.	Description et codage de sous-figures composant les figures usuelles : côtés, sommets, angles.	Utilisation du nom des instruments géométriques et/ou des propriétés qu'ils portent dans un programme de construction.
Vérification, mesure	Vérification de la nature d'une figure ou mesure de ses dimensions avec les instruments.	Vérification des positions particulières de droites, points, segments avec les instruments.	Vérification des propriétés ou dimensions d'une configuration ou positions relatives de sous-figures pour comparer, reproduire, décrire, prouver, etc. : égalités de longueurs ou d'angles, perpendicularité, parallélisme, milieu, alignement.
Construction	Construction ou reproduction de figures usuelles ou d'assemblages de figures, ou de sous-figures dans des figures usuelles, par découpage, pliage, traçage avec ou sans instruments usuels.	▸ Reproduction d'une configuration en la décomposant en sous-figures (segments, points) en respectant leurs natures et positions relatives. ▸ Construction de points, droites, segments, répondant à une ou plusieurs contraintes données : • point milieu d'un segment ou aligné avec d'autres points,	▸ Reproduction ou construction d'une configuration géométrique plane en fonction de ses propriétés : • points, droites, demi-droites, segments et leurs positions relatives (angles, longueurs, appartenance, intersection, etc.), • mesures des angles et côtés, • figures usuelles (polygones),

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse		
		Figures planes	**Points, segments, droites, position relative**	**Utilisation du matériel géométrique**
	Construction *(suite)*	Construction ou reproduction de figures usuelles [...] *(suite)*	• segment (à partir de deux points, ou d'un point et d'une longueur donnée, sur une droite, etc.), • partage de segment en parties égales ou selon un rapport donné, • droite (passant par des points donnés, perpendiculaire ou parallèle à une droite passant par un point donné, remarquable dans un triangle ou un quadrilatère, tangente à un cercle).	• image par isométrie du plan, • droites remarquables d'un triangle (hauteur, médiane, médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle), etc. ▸ Décomposition de polygones réguliers ▸ Représentation de solides dans le plan.
	Justification	Conjecture, raisonnement en appui sur les propriétés des figures pour : → montrer la nature d'une figure ; → déterminer des mesures d'angles ou de longueurs d'une figure.	▸ Prouver le milieu, l'alignement, l'égalité de longueurs, la perpendicularité, le parallélisme. ▸ Calculer la distance entre deux points, deux droites parallèles, ou d'un point à une droite.	▸ Instrument comme outil pour résoudre un problème ? ▸ Reconnaissance de l'instrument adapté pour le tracé d'une configuration géométrique donnée, en fonction de ses propriétés.
2.	**Quel est spécifiquement le contenu mathématique concerné par les situations signifiantes et pertinentes ?**	Définitions, propriétés caractéristiques, grandeurs relatives aux figures suivantes (et à leurs sous-figures) : ▸ **Polygones :** réguliers, convexes, concaves, sommet, côtés, angles, diagonales ; ▸ **Quadrilatères :** parallélogramme, carré, rectangle, losange, trapèze, propriétés des angles, des côtés adjacents et opposés, des diagonales ; ▸ **Triangles :** triangle isocèle, équilatéral, rectangle, droites remarquables d'un triangle, somme des angles d'un triangle, théorèmes de la droite des milieux, de Pythagore, de Thalès, relations trigonométriques dans un triangle rectangle ; ▸ **Cercle :** rayon, centre, diamètre, cercle circonscrit à un triangle, cercle inscrit dans un triangle, théorème de l'angle inscrit et angle au centre.	**Objets :** ▸ droite ; ▸ demi-droite ; ▸ segment ; ▸ point ; ▸ vecteurs ; ▸ angles. **Propriétés :** ▸ milieu, ▸ alignement, ▸ perpendiculaires, ▸ parallèles, ▸ intersection, ▸ appartenance, ▸ égalités de longueurs ou d'angles, ▸ nature d'une figure usuelle, ▸ droites remarquables (relatives à un triangle, un angle, un segment, un cercle).	▸ Règle, double décimètre : relier des points, vérifier l'alignement des points, tracer des droites, demi-droites ou segments, mesurer des longueurs. ▸ Compas : vérifier, reporter des longueurs et leur mesure, tracer un cercle, une médiatrice. ▸ L'équerre : vérifier, construire des angles droits, des perpendiculaires, des parallèles (perpendiculaire à une perpendiculaire) dans des configurations particulières (côtés ou diagonales de figures usuelles, tangente à un cercle). ▸ Le rapporteur : mesurer, comparer, reproduire, construire des angles. ▸ Règle non graduée, calque, papier quadrillé ou pointé, etc. ▸ Ciseaux et colle pour découper et confectionner.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
3.	**Quelles ressources (matérielles ou autres) peuvent être utilisées pour exploiter les situations signifiantes et pertinentes ?**	▸ Instruments de géométrie. ▸ Différents supports : papier uni, pointé, quadrillé, cuisiner, millimétré, calque, etc. ▸ Environnement TICE : logiciels de géométrie. ▸ Objets manipulables de dimension 2D (formes) ou 1D (fil, baguettes, etc.) ou non manipulables (dessinés, numérisés).
4.	**Quelles difficultés ces ressources (matérielles ou autres) ou toute autre variable didactique (par exemple les données numériques ou contextuelles) choisies peuvent-elles amener ?**	▸ Difficulté dans l'utilisation correcte du matériel de géométrie (pour construire, vérifier ou mesurer), ciseaux, calque, etc. ▸ Difficulté liée à la position des figures, à leur forme non prototypique, à leur taille. ▸ Difficulté à comprendre le statut du dessin : à main levée avec le codage, aux instruments, de taille réelle ou non, complet ou non, sur lequel on peut écrire ou non. ▸ Difficulté liée au vocabulaire et au symbolisme. ▸ Difficulté à exploiter des données de nature variée : texte de l'énoncé, codage de la figure à traduire dans un autre registre. ▸ Difficulté liée aux TICE : langage, équipement, disponibilité d'ordinateurs et formation à l'utilisation des logiciels de géométrie.
5.	**Quelles sont les techniques, procédures et approches que pourrait mettre en évidence l'élève et sur lesquelles reposerait l'opérationnalité des schèmes (le signifié) ?**	▸ Absence d'utilisation d'instruments ou de déduction avec les propriétés quand la perception visuelle paraît évidente. ▸ Utilisation des instruments de géométrie pour vérifier, reproduire ou construire, mais pas pour prouver (juste pour conjecturer). ▸ La preuve ne reposant pas sur l'expérience visuelle ou instrumentée sur la figure, mais sur un raisonnement déductif (à partir des propriétés, du codage, de théorèmes).
6.	**Quels raisonnements mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	Trois paradigmes dans la façon de faire de la géométrie : ▸ perceptif ; ▸ instrumenté ; ▸ déductif ; ou un mélange de certains de ces paradigmes selon les moments.
7.	**Quelles difficultés possibles peuvent être révélées chez l'élève au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Difficultés à se placer dans le bon paradigme. ▸ Difficulté à relier technique et justification : propriétés attachées aux instruments, construction et déduction. ▸ Difficultés issues des apprentissages antérieurs en géométrie ; ▸ Difficultés liées aux ensembles : familles de figures dont les intersections ne sont pas vides. ▸ Difficultés liées à la logique ou à la preuve : distinguer les hypothèses et la conclusion, trouver la propriété qui lie les hypothèses à la conclusion, tirer des hypothèses des conséquences pouvant mener à la conclusion, exhaustivité, conditions nécessaires et suffisantes, rédaction du raisonnement.
8.	**Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Erreurs liées à la manipulation du matériel (manque de dextérité, imprécisions, mauvais choix d'instruments). ▸ Erreurs dans la construction de la figure (sans utiliser les instruments, ou avec peu d'habileté, ou sans respecter les consignes). ▸ Erreurs à la déconstruction et analyse de la figure. ▸ Erreurs de non-compréhension de l'énoncé (vocabulaire) ou des codages et notations symboliques (appartenance, inclusion). ▸ Erreurs dans le choix de la propriété à convoquer. ▸ Erreurs dans la rédaction du raisonnement. ▸ Mélange entre le raisonnement perceptif et déductif. ▸ Erreurs de logique (mélange axiomes et propriétés à démontrer).

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
9.	**Quelles pourraient être les causes possibles des difficultés que l'élève peut rencontrer et des erreurs mathématiques qu'il peut commettre au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Causes liées à l'enseignement reçu : automatismes trop précoces avec les instruments, manque de variété des formes et positions de figures rencontrées (prototypisme). ▸ Causes liées aux connaissances antérieures : connaissances sur les propriétés géométriques portées par les instruments, instruments précédents, mesure, propriétés des figures. ▸ Causes liées aux compétences connexes : communiquer, raisonner. ▸ Causes liées au développement de l'enfant : dextérité pour l'usage des instruments de tracé ou de mesure. ▸ Causes d'ordre épistémologiques : nature des objets géométriques (infinité de la droite, ensembles constitués par les familles de figures, multiples désignations d'un même objet ou d'une même configuration, déconstruction dimensionnelle, etc.). ▸ Causes liées à la démarche de l'élève mise en œuvre : mauvais paradigme.
10.	**Quels sont les ajustements, les relances, c'est-à-dire les interventions possibles à apporter pour mieux adapter la situation ou l'activité au niveau des élèves ou au programme en vigueur ?**	▸ Utiliser des instruments simplifiés (sans informations inutiles : sans graduations, avec un seul angle, etc.). ▸ Faire des reformulations pour le vocabulaire, des liens avec le codage et la notation, quitte à être redondant en parlant de la droite (*AB*) et non pas uniquement de (*AB*). ▸ Faire des liens entre les différents registres : texte, figure. ▸ Proposer des rappels sur les propriétés. ▸ Aider à la décomposition dimensionnelle de la figure. ▸ Inciter à modifier la position de la figure. ▸ Proposer une figure déjà faite au lieu de la faire construire. ▸ Varier la nature des activités : sur les types de tâches géométriques, sur les supports, instruments, positions des figures, etc.
11.	**Quelles sont les anticipations mathématiques possibles que l'élève pourrait faire au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Proposer des activités de manipulation, du matériel, des figures sur logiciel. ▸ Vérifier les prérequis. ▸ Relier et faire relier l'action, la formulation et la justification.
12.	**Quels sont les liens que l'élève peut faire avec d'autres concepts mathématiques (vus ou non) au regard des techniques, procédures et approches, en lien avec le concept à l'étude ?**	**Figures planes** ▸ Lien avec les positions relatives de droites (parallèles, perpendiculaires) et des points. ▸ Lien avec les symétries et autres isométries. ▸ Lien avec les solides de l'espace dont la plupart des faces sont des carrés, des rectangles ou des cercles. ▸ Lien avec grandeurs et mesures : aire, périmètre, longueurs, angles. **Points, segments, droites, position relative** ▸ Lien avec mouvement rectiligne : direction d'une droite et sens sur la droite. ▸ Lien avec angles : délimités par droites ou demi-droites sécantes. ▸ Lien avec théorèmes : droite des milieux, Thalès, Pythagore. ▸ Lien avec équation de droite et courbe représentative de fonction affine ou linéaire, coordonnées de points dans un repère. ▸ Lien avec ensemble : droite comme lieu géométrique, ensemble de points. ▸ Lien avec géométrie dans l'espace : droites et position relative. **Utilisation du matériel géométrique** ▸ Lien avec les figures planes, les droites et segments. ▸ Lien avec grandeurs et mesures. ▸ Lien avec les arts plastiques.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse		
		Figures planes	Points, segments, droites, position relative	Utilisation du matériel géométrique
13.	**Quelles sont les fausses conceptions que l'élève pourrait avoir en lien avec le concept à l'étude ?**	▸ Conception sur le rôle joué par la position de la figure dans sa nature (confusion entre perpendiculaires et horizontale / verticale (position prototypique). ▸ Conception sur les ensembles disjoints de figures (un carré n'est pas un rectangle).	▸ Conception de la droite comme prolongeable à l'infini et le segment comme ensemble infini de points, sur le lien entre point et droite (point est matérialisé comme une intersection de deux droites (croix), mais les droites sont définies comme des ensembles de points). ▸ Conception liée à la double désignation des objets (côté et segment, milieu et centre du cercle). ▸ Conception sur la validité des propriétés et de leurs extensions (analogies abusives : *Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles* et *Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont … entre elles*).	▸ Conception liée au rôle des instruments dans un raisonnement. ▸ Conception liée aux propriétés portées par chaque instrument. ▸ Confusion entre objet / grandeur / mesure : par exemple un rayon c'est à la fois un segment et une longueur voire une mesure de cette longueur.
14.	**Quelles sont les formes langagières qui permettent de verbaliser les propriétés, les situations et les procédures de traitement mathématiques en lien avec le concept à l'étude (le signifiant) ?**	Plusieurs types de vocabulaires : ▸ Vocabulaire géométrique ; ▸ Vocabulaire technique ; ▸ Vocabulaire logique.		
	Vocabulaire géométrique	▸ **Figures :** quadrilatère, triangle, parallélogramme, rectangle, losange, carré, trapèze, polygone, cercle. ▸ **Sous-figures :** côté, diagonale, rayon, diamètre, arc, corde, centre, droite, segment, demi-droite, point, sommet, droites remarquables (médiatrice, hauteur, bissectrice, médiatrice, tangente). ▸ **Grandeurs :** aire, périmètre, angle (aigu, obtus, droit). ▸ **Propriétés et positions relatives :** perpendiculaires, parallèles, sécantes, confondues, égaux, milieu, aligné, angles alterne-internes, alterne-externes, correspondants, opposés par le sommet).		
	Vocabulaire technique	▸ **Nom des instruments :** règle, double-décimètre, équerre, gabarit, compas, rapporteur, etc. ▸ **Verbes associés aux figures et à leur manipulation :** reconnaître, classer, trier, décrire, déplacer, transformer. ▸ **Verbes associés aux instruments :** vérifier, reproduire, construire, représenter, tracer, placer, poser, pointer, mesurer, glisser.		
	Vocabulaire logique	▸ **Verbes associés à la démonstration :** prouver, justifier, conjecturer, démontrer. ▸ **Mots ou expressions associés à la déduction :** nécessaire et suffisant, caractéristique, « si … alors … », réciproque, contraposée. ▸ **Vocabulaire spécifique à la chronologie** de la construction dans les programmes de construction.		

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
15.	**Quelles sont les formes non langagières qui permettent de représenter symboliquement les propriétés, les situations et les procédures de traitement en lien avec le concept à l'étude (le signifiant) ?**	▸ Les symboles et notations : $(d_1) \parallel (d_2)$; $(d_1) \perp (d_2)$. ▸ Le codage : deux segments de même longueur, de deux droites perpendiculaires. ▸ Les représentations picturales (dessin) : situation réelle, schéma à main levée, figure aux instruments : • **0D :** représentation d'un point par une croix, une lettre majuscule, un point physique, figure à main levée ou aux instruments ; • **1D :** droites, segments ; • **2D :** formes. ▸ Dessins des instruments.
16.	**Quelles sont les formes langagières ou non langagières qui pourraient être source de difficultés pour l'élève (le signifiant) ?**	▸ Les conventions d'écriture symbolique : (AB), $[AB]$, AB et les raccourcis qui les accompagnent. ▸ Confusion entre vocabulaire géométrique et vocabulaire courant (sommet, centre / milieu). ▸ Double désignation d'un même objet : confusion de vocabulaire selon le contexte : (point / sommet / milieu / origine, côté / segment / arête, droite / hauteur, etc.). ▸ Confusion de vocabulaire pour des notions proches (centre / milieu, sécantes / concourantes, parallèles / perpendiculaires). ▸ Implicites non représentables : infinité des points sur une droite, infinité d'une droite. ▸ Interprétation des dessins à main levée ou figures volontairement incorrectes. ▸ Prototypisme des formes et position des figures et sous-figures.

2.2 Cartographie / continuum des concepts de la géométrie plane (synthèse primaire / secondaire)

Une cartographie / continuum relative à la géométrie plane en général a été établie sans être spécifiée pour chaque pays impliqué. Son découpage reste néanmoins une base pour réfléchir à la progressivité de l'enseignement de la géométrie dans chaque pays.

Deux versions sont donc proposées :

1. **L'une vierge**, à remplir avec des croix dans les cases en lien avec les programmes scolaires d'un pays donné, pour le primaire et / ou le secondaire, et découpée en sous-thèmes :
   - Instruments.
   - Sous-figures et relations.
   - Géométrie des triangles.
   - Géométrie des quadrilatères.
   - Géométrie du cercle.
   - Transformations.

2. **Une seconde version** commentée pour proposer un choix de progression (cartographie continuum détaillée pour le primaire ou le secondaire), en précisant dans les cases ce qui est nouveau seulement (pour ne pas surcharger), avec un découpage selon les 4 catégories proches de celles de la carte conceptuelle :
   - Instrument et supports : règle, équerre, compas, rapporteur, papier quadrillé, papier uni, calque-pliage.
   - Figures usuelles : cercle, triangle, quadrilatères, polygones.
   - Vocabulaire et notations.
   - Liens avec des domaines connexes des mathématiques.

2.2.1 Cartographie / continuum à compléter

Chacune de ces cartographies est à remplir en prenant en compte les programmes scolaires d'un pays donné, au primaire et / ou au secondaire.

Les six cartes proposées portent chacune sur un ensemble de sous-concepts, regroupés selon la famille de figures sur laquelle ils portent (triangles, quadrilatères, cercle) ou sur des sous-concepts géométriques transversaux (instruments, sous-figures et relations, transformations), que l'on peut retrouver aussi dans le travail relatif à chaque des familles de figures.

Instruments

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Règle											
Équerre											
Compas											
Rapporteur											
Papier quadrillé											
Papier blanc											
Papier millimétré											
Repère cartésien											

Sous-figures et relations

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Point											
Droite											
Segment											
Alignement											
Mesures de longueurs											
Milieu											
Angle droit											
Angles aigus obtus											
Mesure d'angle											
Droites perpendiculaires											
Droites parallèles											
Médiatrice d'un segment											

Géométrie des triangles

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Triangle											
Triangles particuliers											
Inégalité triangulaire											
Sommes des angles											
Droites remarquables											
Triangles isométriques											
Triangles semblables											
Droite des milieux											
Théorème de Thalès											
Réciproque de Thalès											
Théorème de Pythagore											

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Réciproque de Pythagore											
Angles définis par deux droites sécantes											
Trigonométrie											

Géométrie des quadrilatères

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Carré											
Rectangle											
Losange											
Trapèze											
Parallélogramme											
Propriétés des parallélogrammes											

Géométrie du cercle

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Cercle											
Centre											
Rayon											
Diamètre											
Corde											
Tangente											
Théorème de l'angle au centre											
Triangle rectangle inscrit dans un cercle											

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Calcul de la circonférence du cercle											
Calcul de l'aire du cercle											

Transformations

	NIVEAUX SCOLAIRES										
Sous-concepts	**CI**	**CP**	**CE1**	**CE2**	**CM1**	**CM2**	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**	**2de**
Symétrie axiale											
Symétrie centrale											
Rotations											
Translations											
Homothéties											

2.2.2 Cartographie / continuum détaillée (primaire et secondaire)

Cette cartographie propose de préciser, pour chacun des sous-concepts, les apprentissages nouveaux concernés à un niveau scolaire donné. Elle devra être adaptée pour chaque pays.

Chaque couleur représente un des sous-thèmes suivants, qui synthétise et complète ceux des cartes vierges ci-dessus :

- Les instruments de géométrie et supports de travail (en bleu).
- Les figures usuelles : en plus des triangles, quadrilatères et cercles dont la présence dans les programmes peut être rappelée ci-dessus en fonction des programmes, nous avons ajouté ici de façon plus large les polygones, les lignes et les points (en orange).
- La notation et le vocabulaire géométrique (précédemment inclus implicitement dans l'introduction de chacune des notions) (en vert).
- Et les liens à faire avec d'autres domaines des mathématiques : géométrie des transformations, mais aussi domaine des grandeurs et mesures (longueurs, angles), de la démonstration (logique et preuve), et de la géométrie dans l'espace (traitée plus en détails dans le chapitre suivant, grâce au travail d'un autre groupe) (en violet).

Géométrie plane primaire

Instruments et supports

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Règle	—	▸ Construire des lignes. ▸ Relier des points. ▸ Reproduire des figures planes simples sur papier quadrillé.	▸ Construire des droites et segments. ▸ Prolonger des droites. ▸ Vérifier un alignement. ▸ Construire des points alignés. ▸ Mesurer des longueurs de segments en cm. ▸ Reproduire un segment. ▸ Construire des segments de longueur donnée. ▸ Vérifier des égalités de longueurs de segment. ▸ Vérifier, placer le milieu d'un segment. ▸ Construire un triangle rectangle sur papier quadrillé.	▸ Reproduire ou construire un segment, une droite, une demi-droite, des droites sécantes, une ligne polygonale, un polygone. ▸ Mesurer des longueurs de segments en cm et mm. ▸ Construire la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point (+ équerre) ▸ Construire le symétrique d'une figure sur papier quadrillé.	▸ Construire le symétrique d'une figure sur papier uni (+ équerre). ▸ Vérifier construire la parallèle à une droite donnée passant par un point (+ équerre).	—	—
Équerre	—	—	▸ Construire un gabarit d'angle droit. ▸ Vérifier un angle droit avec un gabarit d'angle droit ou une équerre. ▸ Construire un triangle rectangle sur papier uni.	▸ Construire la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point. ▸ Construire la médiatrice d'un segment donné.	▸ Vérifier construire la parallèle à une droite donnée passant par un point (+ règle). ▸ Construire le symétrique d'une figure.	Construire la médiatrice d'un segment donné.	—

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES						
	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Compas	—	—	—	▸ Comparer, reporter des longueurs. ▸ Vérifier, placer le milieu d'un segment. ▸ Construire un cercle de centre donné et de rayon donné, ou de centre donné et passant par un point donné.	▸ Reporter les côtés d'un polygone pour mesurer son périmètre. ▸ Construire un cercle de centre donné et de diamètre donné. ▸ Construire un triangle dont les mesures des longueurs des trois côtés sont données.	Construire le symétrique d'une figure sur papier uni.	Construire la médiatrice d'un segment donné.
Rapporteur	—	—	—	—	—	—	▸ Mesurer un angle. ▸ Construire un angle de mesure donné. ▸ Construire la bissectrice d'un angle.
Papier quadrillé	—	Reproduire des figures simples.	Reproduire des carrés, rectangles, triangles.	Reproduire, construire des carrés, rectangles, triangles.	▸ Reproduire des polygones. ▸ Construire le symétrique d'une figure simple.	Construire le symétrique d'une figure complexe.	—
Papier blanc	—	—	—	—	—	Construire le symétrique d'une figure simple.	Construire le symétrique d'une figure complexe.
Calque, pliage	—	—	▸ Reproduire une figure avec un calque. ▸ Trouver le milieu d'un segment par pliage.	Vérifier, construire le symétrique d'une figure par pliage.	Vérifier, construire le symétrique d'une figure par calque.	▸ Reproduire un angle avec un calque. ▸ Partager un angle par pliage.	—

Géométrie plane primaire ▸ Figures usuelles

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES						
	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Cercle	Reconnaître le cercle parmi d'autres figures.	Reconnaître parmi d'autres figures.	Reconnaître dans une figure complexe.	▸ Construire à partir d'un centre et d'un rayon ou d'un point. ▸ Décrire avec le vocabulaire : centre, rayon, diamètre.	—	Corde, arc.	—
Triangle	Reconnaître le triangle parmi d'autres figures.	Reconnaître des triangles particuliers	Construire un triangle rectangle.	▸ Reconnaître, vérifier, construire un triangle rectangle, isocèle, équilatéral avec règle, équerre, compas. ▸ Connaître les propriétés des triangles particuliers.	Construire un triangle rectangle, isocèle, équilatéral avec règle, équerre, compas.	Construire un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.	▸ Construire un triangle connaissant trois côtés, ou un angle et ses deux côtés, ou un côté et deux angles. ▸ Somme des angles d'un triangle. ▸ Droites remarquables du triangle : hauteur, médiane, médiatrice, bissectrice.
Quadrilatère	Reconnaître le carré parmi d'autres figures.	Construire le carré et le rectangle sur papier quadrillé, avec règle ou équerre.	Construire le carré et le rectangle sur papier blanc, avec règle et équerre.	Construire le carré, le rectangle sur papier blanc, avec règle, équerre, compas.	▸ Construire le carré, le rectangle et le losange sur papier blanc, avec règle, équerre. ▸ Connaître les propriétés des côtés, des angles et des diagonales.	▸ Construire des quadrilatères sur papier blanc, avec règle, équerre, compas. ▸ Connaître les propriétés des côtés, des angles et des diagonales et les utiliser pour des preuves simples en une étape.	Connaître les propriétés des côtés, des angles et des diagonales et les utiliser pour des preuves simples en une étape.

Géométrie plane primaire ▸ Figures usuelles *(suite)*

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES						
	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Polygone	—	Classer les polygones selon leur nombre de côtés ou sommets.	Classer les polygones selon leur nombre de côtés ou sommets et leur nombre d'angles droits.	Classer les polygones selon qu'ils aient ou non un axe de symétrie.	Nommer les polygones réguliers.	Décomposer des polygones irréguliers à l'aide d'instruments (règle, équerre, compas).	Construire des polygones réguliers ou non sur papier blanc, avec règle, équerre, compas.
Ligne, point	Reconnaître et tracer des traits horizontaux, verticaux, obliques.	▸ Tracer des droites passant par deux points. ▸ Vérifier un alignement et tracer des points alignés. ▸ Vérifier et construire le milieu d'un segment. ▸ Tracer un segment de longueur donnée.	Tracer des droites sécantes.	▸ Vérifier et tracer des droites perpendiculaires. ▸ Vérifier et construire la médiatrice d'un segment.	Reconnaître et tracer des droites parallèles.	—	—

Géométrie plane primaire ▸ Systèmes de désignation

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES						
	CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Vocabulaire et notations	—	Vocabulaire : côté, sommet.	Vocabulaire : point, droite, segment.	Vocabulaire et notation : droite, segment, demi-droite, perpendiculaire.	Vocabulaire : droites parallèles, sécantes.	—	Vocabulaire : droites remarquables du triangle.
Coordonnées	—	—	Abscisse (nombre entier positif) d'un point sur une droite.	—	Abscisse (nombre rationnel ou décimal) d'un point sur une droite.	—	Coordonnées d'un point dans un plan.

Géométrie plane primaire ▸ Liens avec d'autres domaines mathématiques

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES CI	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6e
Grandeurs et mesures : longueurs, angles	—	Mesurer des longueurs en cm.	▸ Mesurer des longueurs en cm, mm et m. ▸ Vérifier et construire un angle droit.	▸ Mesurer des longueurs dans toutes les unités et conversions de longueurs entières. ▸ Calculer un périmètre. ▸ Reconnaître et vérifier un angle, angle aigü, obtus. ▸ Vérifier que des angles sont égaux.	▸ Convertir des longueurs impliquant des mesures décimales. ▸ Reproduire des angles avec un gabarit ou un calque.	—	▸ Mesurer des angles en degrés. ▸ Calculer des angles à l'aide de la somme des angles d'un triangle. ▸ Construire la bissectrice au rapporteur ou au compas.
Transformations	Reconnaître, classer des figures symétriques.	Compléter une figure symétrique sur papier quadrillé.	Construire une figure symétrique sur papier quadrillé.	Construire une figure symétrique sur papier uni avec calque.	Construire une figure symétrique sur papier uni avec règle et équerre.	▸ Construire une figure symétrique sur papier uni avec règle et compas. ▸ Trouver l'axe de symétrie d'une figure.	▸ Construire une figure symétrique sur papier uni avec règle, équerre, compas, rapporteur. ▸ Connaître les propriétés de la symétrie. ▸ Montrer que deux figures sont symétriques.
Démonstration	—	—	—	—	Justifier une assertion en appui sur une propriété des figures planes.	Justifier une assertion en appui sur une ou plusieurs propriétés des figures planes.	Réaliser une démonstration en une étape.
Géométrie dans l'espace				→ Voir chapitre suivant.			

Géométrie plane secondaire

Instruments et supports

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES 6e	5e	4e	3e	2de
Règle, équerre, compas	▸ Placer un point d'abscisse connue sur une droite. ▸ Construire la médiatrice d'un segment donné.	Construire un quadrilatère particulier à l'aide d'un compas et d'une règle.	▸ Construire une tangente à un cercle donné passant par un point donné extérieur au cercle. ▸ Utiliser les propriétés des vecteurs pour construire un point.	▸ Construire un histogramme. ▸ Construire le vecteur produit d'un vecteur par un réel donné. ▸ Construire le vecteur somme de deux vecteurs donnés.	Construire une combinaison linéaire de vecteurs.
Rapporteur	▸ Mesurer un angle. ▸ Construire un angle de mesure donnée. ▸ Construire la bissectrice d'un angle.	—	—	—	—
Papier quadrillé	—	—	—	—	—
Papier blanc	Construire le symétrique d'une figure complexe.	—	—	—	—
Calque, pliage	—	—	—	—	—

Figures usuelles

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES 6e	5e	4e	3e	2de
Cercle	—	—	Construire la tangente à un cercle en un point donné.	—	Connaître et utiliser les formules de trigonométrie en appui sur le cercle trigonométrique.

Géométrie plane secondaire ▸ Figures usuelles *(suite)*

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES 6e	5e	4e	3e	2de
Triangle	▸ Construire un triangle connaissant trois côtés, ou un angle et ses deux côtés, ou un côté et deux angles. ▸ Somme des angles d'un triangle. ▸ Construire les droites remarquables du triangle : hauteur, médiane, médiatrice.	▸ Construire les droites remarquables du triangle : hauteur, médiane, médiatrice, bissectrice, cercle inscrit, cercle circonscrit. ▸ Connaître les propriétés des droites remarquables du triangles et de leur point de concours.	▸ Connaître et utiliser le théorème de Pythagore et sa réciproque pour calculer des longueurs ou prouver qu'un angle est droit. ▸ Connaître et utiliser le théorème de Thalès pour calculer des longueurs ou prouver que des droites sont parallèles, ou prouver des milieux. ▸ Connaître les propriétés des droites remarquables du triangles et de leur point de concours et les utiliser pour des démonstrations simples. ▸ Cas d'égalité des triangles.	▸ Trigonométrie. ▸ Connaître les différents théorèmes et propriétés des figures usuelles et les utiliser pour des démonstrations à plusieurs étapes. ▸ Triangle rectangle inscrit dans un cercle.	▸ Cercle trigonométrique. ▸ Triangles semblables.
Quadrilatère	Connaître les propriétés des côtés, des angles et des diagonales et les utiliser pour des constructions ou des preuves simples en une étape.	Connaître les propriétés des côtés, des angles et des diagonales et les utiliser pour construire ou démontrer.	Reproduire un vecteur à l'aide d'un parallélogramme.	—	—
Polygone	Construire des polygones réguliers ou non sur papier blanc, avec règle, équerre et compas.	—	—	—	—
Lignes, points	—	Construire l'orthocentre, le centre de gravité d'un triangle.	Construire le centre du cercle circonscrit ou du cercle inscrit dans un triangle.	—	—

Géométrie plane secondaire ▸ Systèmes de désignation

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES 6e	5e	4e	3e	2de
Vocabulaire et notations	—	Utiliser des notations algébriques.	Utiliser la notation des coordonnées dans un graphique.	Utiliser les notations relatives aux équations de droites et aux fonctions.	—
Coordonnées	Abscisse d'un point sur une droite.	Coordonnées d'un point dans un repère orthonormé.	Équation de droite dans un repère orthonormé.	Position relative d'une droite et d'un point dans un repère orthonormé.	Position relative de deux droites dans un repère orthonormé selon son équation.

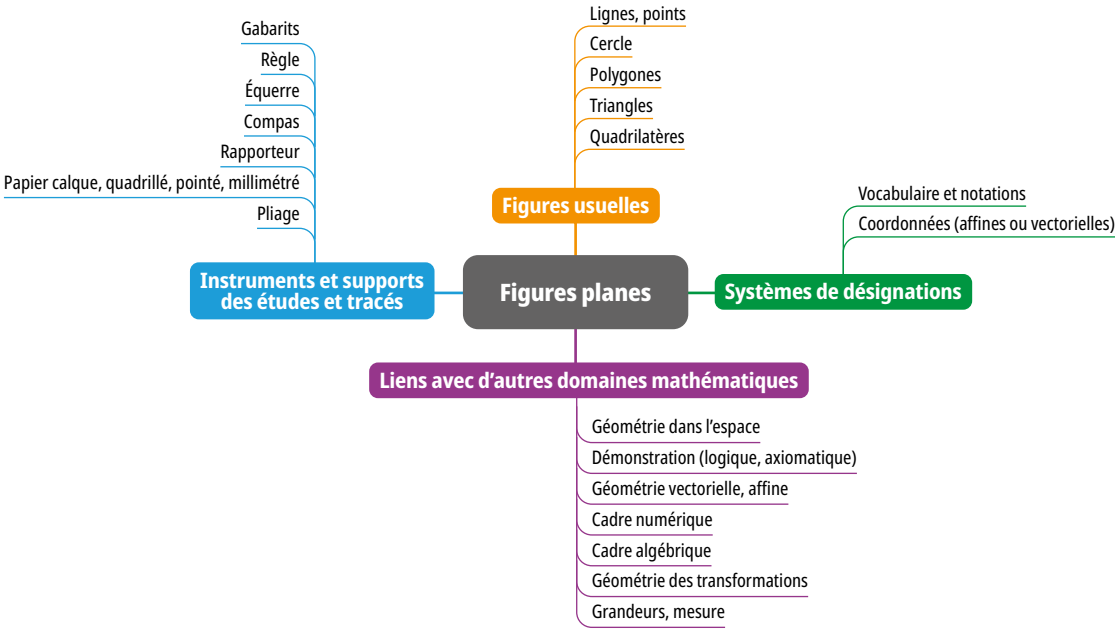
Liens avec d'autres domaines mathématiques

Sous-concepts	NIVEAUX SCOLAIRES 6e	5e	4e	3e	2de
Grandeurs et mesure : longueurs, angles	▸ Mesurer des angles en degrés. ▸ Calculer des angles à l'aide de la somme des angles d'un triangle. ▸ Construire une bissectrice au rapporteur ou au compas.	▸ Reconnaître et utiliser la mesure des angles adjacents, opposés. ▸ Utiliser des propriétés des angles délimités par 2 parallèles et une sécante.	—	—	—
Transformations	▸ Construire une figure symétrique sur papier uni avec règle, équerre, compas, rapporteur. ▸ Connaître les propriétés de la symétrie. ▸ Montrer que deux figures sont symétriques.	Construire l'image par symétrie centrale d'un point, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle, d'un segment, d'un polygone, d'un cercle.	Construire l'image par une projection orthogonale d'un point, d'un segment.	Construire l'image par une translation d'un point, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle, d'un segment, d'un polygone, d'un cercle.	▸ Connaître et utiliser les propriétés des transformations étudiées pour justifier une construction. ▸ Construire par chacune des transformations(translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale) l'image d'une figure complexe. ▸ Construire un angle de demi-droites ou de vecteurs connaissant sa mesure principale. ▸ Construire le barycentre de 2 points ou 3 points.
Démonstration	Réaliser une démonstration en une étape.	Réaliser une démonstration en deux étapes.	—	—	—
Géométrie dans l'espace	→ Voir chapitre suivant.				

2.3 Carte conceptuelle

La carte conceptuelle initialement produite par le groupe était très dense, étant donnée la taille du thème de la géométrie plane et les nombreux liens entre figures et sous-figures, instruments et propriétés des figures ou sous-figures, raisonnement et vocabulaire. Nous en présentons ci-dessous une version simplifiée et renvoyons le lecteur à la plateforme APPRENDRE pour plus de précision.

Les couleurs utilisées ici correspondent à celles des thèmes des cartographies/continuum détaillées ci-dessus.



2.4 Fiche pédagogique

Le groupe de production a construit une séance comportant une suite d'activités portant sur la notion de droites sécantes, sur celle d'angle droit et sur la notion de droites perpendiculaires.

❶ ANALYSE À PRIORI

1. **Intentions de l'enseignant : quelles sont les intentions didactiques de l'enseignant ?**

   ➜ Apprendre aux élèves à représenter et à identifier des droites sécantes.

2. **Justification de la leçon (au regard du programme ou des savoirs) :**

   L'enfant rencontre des difficultés à utiliser les instruments pour :

   – vérifier que deux droites sont sécantes.

   – tracer la sécante à une droite passant par un point donné.

3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage :**

   À la fin de la séquence les élèves doivent être capables d'intégrer les techniques d'utilisation des instruments de traçage pour identifier et représenter des droites sécantes dans des situations de résolution de problèmes de constructions géométriques et de la vie quotidienne.

4. **Objets d'apprentissage :** les droites sécantes.

5. **Prérequis et préalables :**

   ➜ Points, segments, droite horizontale, droite verticale, droite oblique.

6. **Ressources (matériels didactiques) :**

   ➜ Règle, double décimètre, papier quadrillé.

7. **Stratégies d'enseignement**

   - **Méthode active :** proposition d'activités préparatoires, de découverte et de consolidation.
   - **Modalités de travail :**
     - Travail individuel ;
     - Travail de groupe.

8. Prise en compte des dimensions genre / inclusivité / différence :

- Interroger les filles et les garçons.
- Proposer des activités qui utilisent des noms de filles et de garçons.
- S'adapter au rythme de chaque élève.

9. Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique :

- **INEADE – Ministère de l'Éducation nationale du Sénégal.** (2006). *Mathématiques, 3e étape : Sidi et Rama*.
- **PAAME – Projet d'Amélioration des Apprentissages en Mathématiques à l'Élémentaire.** (2023). *Cahiers d'exercices mathématiques*.
- **JICA et Ministère de l'Éducation nationale du Sénégal.** (2011). *Boîte à outils : Aides et remédiation aux compétences de base en mathématiques*.
- **PREMST2** – Projet d'Appui à la Réforme de l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences et Technologies, phase 2. (2023). *Module « Constructions géométriques »*.

10. Anticipation

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Actions (processus de remédiation)
Confusion entre droite et segment.	Faire un rappel : ▸ Une droite est illimitée : on peut la prolonger aussi loin que l'on veut dans les deux sens. ▸ Un segment de droite est limité par deux points (ses extrémités).

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

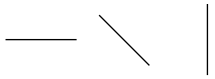
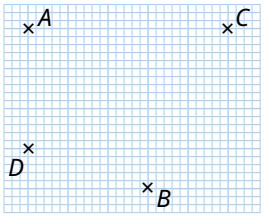
Difficultés anticipées	Actions (processus de remédiation)
Manque de maîtrise des positions particulières de droites (droite horizontale, droite verticale, droite oblique).	Proposer des activités préparatoires sur les positions particulières de droites.

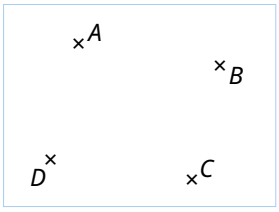
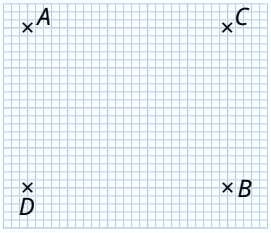
10.3 Erreurs possibles mathématiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

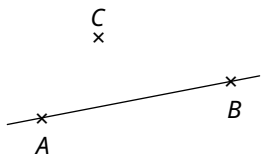
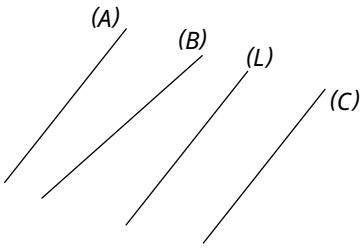
Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
Manipulation du matériel (manque de dextérité, imprécisions, mauvais choix d'instruments).	▸ Utiliser des instruments simplifiés : le papier quadrillé comme support. ▸ Varier les exemples de configuration.

❷ PENDANT ET APRÈS LA CLASSE

11. Déroulement

Étapes	Activités du maître	Activités des élèves	Contenus d'apprentissage
Étape 1 **Vérification des prérequis**	**1.** L'enseignant propose une activité où il demande aux élèves de déterminer la position particulière de la droite dans chaque cas. **Cas 1** **Cas 2** **Cas 3** 	Les élèves répondent : ▸ **Cas 1 :** droite horizontale. ▸ **Cas 2 :** droite oblique. ▸ **Cas 3 :** droite verticale.	Le maître pourra, si les conditions le permettent, favoriser chez les élèves l'utilisation de l'outil informatique, par exemple pour modifier la position particulière d'une droite.
	2. L'enseignant a choisi de proposer une activité sur papier quadrillé. Il distribue à chaque élève la configuration de quatre points ci-dessous et énonce la consigne : **Support 1**  « Trace les droites (*AB*), (*AC*) et (*AD*) puis détermine leurs positions particulières en complétant les pointillés. » ▸ (*AB*) est une droite ..... ▸ (*AC*) est une droite ..... ▸ (*AD*) est une droite ..... Le maître mettra à la disposition de chaque élève le support pour lui permettre d'exécuter individuellement la consigne.	**Réponse attendue :** ▸ (*AB*) est une droite oblique. ▸ (*AC*) est une droite horizontale. ▸ (*AD*) est une droite verticale.	
Présentation des objectifs	La séance de géométrie porte sur les droites sécantes. À la fin de la leçon chacun doit être capable de : – vérifier que deux droites sont sécantes ; – tracer la sécante à une droite passant par un point donné.	▸ Deux élèves désignés par le maître (une fille et un garçon) répètent les objectifs. ▸ Les élèves écoutent et posent des questions de clarification.	

Étapes	Activités du maître	Activités des élèves	Contenus d'apprentissage
Situation déclenchante	L'enseignant propose aux élèves de résoudre l'exercice accompagné de la configuration de quatre points ci-dessous : « Sur la figure ci-dessous, les points représentent quatre villages *A*, *B*, *C* et *D*. Deux routes rectilignes sont aménagées par les autorités : ▸ L'une relie les villages *A* et *C* ; ▸ L'autre relie les villages *B* et *D*. Elles décident de construire une école pour les quatre villages. Trouvez un bon emplacement pour cette école. »	Les élèves reproduisent le schéma de la figure et représentent les itinéraires possibles pour identifier le bon endroit.	
			
	Le maître donne des consignes précises : – *Tracez les segments qui représentent les chemins possibles.* – *Que constatez-vous ?*	Les élèves tracent les segments de droites [*AC*] et [*BD*]. **Réponse attendue :** Ces deux segments de droites se coupent en un point.	
Ce qu'il faut retenir	Le maître confirme le résultat. Il reproduit le schéma au tableau et ajoute : « Les droites (*AC*) et (*BD*) sont dites **droites sécantes**. »	Les élèves écoutent.	
	Puis il écrit la définition suivante au tableau : *Deux droites sont dites **sécantes** si elles se coupent en un point.*	Les élèves reproduisent la figure et recopient la trace écrite.	
Étape 2 **Réinvestissement**	L'enseignant propose aux élèves la configuration de quatre points ci-dessous et demande aux élèves de répondre à la question : **1.** Dans le support ci-dessous, identifiez puis représentez deux droites sécantes :	**Réponses attendues :** Les droites (*AB*) et (*CD*) ; (*AC*) et (*CB*) ; (*AC*) et (*AB*) ; (*AC*) et (*AD*) ; (*AB*) et (*AD*) ; (*BC*) et (*BD*) ; (*BC*) et (*AC*) ; (*BC*) et (*AB*) ; etc.	
			

Étapes	Activités du maître	Activités des élèves	Contenus d'apprentissage
Étape 2 **Réinvestissement** *(suite)*	Un des buts de cette activité est de faire trouver toutes les paires de droites sécantes et notamment d'amener les élèves à ne pas seulement citer la paire (*AB*) et (*CD*) (réponse prévisible mais pas unique). Si des élèves proposent d'autres solutions, l'enseignant pourra s'appuyer sur leurs productions pour engager les élèves dans une recherche de toutes les solutions. Il leur demandera quelle pourrait être une méthode efficace pour ne pas oublier une paire de droites sécantes.		
	L'enseignant propose ensuite de résoudre les exercices 2, 3 et 4. **2.** Marquez un point *E* du plan. Avec la règle, tracez deux droites passant par *E*. Recopiez puis complétez les pointillés : « Ces deux droites sont ..... au point .... . »	**Réponse attendue :** Ces deux droites sont **sécantes** au point ***E***.	
	3. On donne une droite (*AB*) et un point *C* n'appartenant pas à cette droite. Tracez une droite sécante à (*AB*) passant par *C*.  		
	4. Relevez la lettre correspondant à une droite sécante à la droite (*L*).  	**Réponse attendue :** la lettre *B*.	

SECONDE PARTIE

L'enseignement de la géométrie dans l'espace

1 Introduction

Les ressources présentées dans ce chapitre sont des productions de trois pays : le Cameroun, Madagascar et le Tchad représentés dans le groupe de travail sur la géométrie dans l'espace coordonné par Gervais Affognon. Ces ressources comprennent, une analyse conceptuelle unifiée, cinq cartographies/continuum prenant en compte des spécificités des programmes d'études de chaque pays, une carte conceptuelle unifiée et deux fiches pédagogiques.

Dans les programmes d'enseignement, la géométrie dans l'espace est un sous-domaine de la géométrie dont l'apprentissage à l'école fait le lien entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques.

Berthelot et Salin (1999-2000) définissent les connaissances spatiales ainsi :

> « Par connaissances spatiales nous désignons les connaissances qui permettent à un sujet un contrôle convenable de ses relations à l'espace sensible. Ce contrôle se traduit par la possibilité pour lui de :
> – reconnaître, décrire, fabriquer ou transformer des objets ;
> – déplacer, trouver, communiquer la position d'objets ;
> – reconnaître, décrire, construire ou transformer un espace de vie ou de déplacement. »

Contrairement aux connaissances spatiales qui s'acquièrent dans l'espace sensible qui entoure l'individu, les connaissances géométriques se construisent dans un espace modélisé (feuille de papier ou écran), qui comprennent des représentations virtuelles. Ce n'est plus l'expérience mais le raisonnement et la théorie qui sont sollicités pour valider ou réfuter.

À ce propos, Marchand (2009) cite Clements et Battista (1992).

> « [...] Par contraste, les connaissances géométriques se réfèrent davantage aux contenus scolaires qui deviennent axiomatisées ou théorisées. »

La différence entre les deux est le passage de l'espace qui nous entoure à sa représentation sur une feuille de papier ou un écran.

Les enseignements prescrits concernent d'une part la construction de l'espace et d'autre part la géométrie (notamment en dimension trois).

1.1 Construction de l'espace et lien avec les apprentissages géométriques

Pour Brousseau (2000), enseigner l'espace (comment y agir, l'utiliser, le décrire, etc.) et enseigner la géométrie sont, pour l'école élémentaire (et secondaire), deux projets didactiques complémentaires.

1.1.1 Différents espaces

Berthelot et Salin (1992) distinguent trois espaces : le micro-espace (exemple : la feuille de papier, la table, etc.), le méso-espace (exemple : la cour, l'école, le quartier, etc.) et le macro-espace (exemple : la ville, le pays, l'univers, etc.). Selon eux, chaque espace se caractérise par des relations spécifiques que l'individu entretient avec son environnement. L'apprentissage de l'espace à l'école permet aux élèves de mieux comprendre les formes et les structures qui les entourent, tout en affinant leur perception spatiale. L'étude des figures planes (2D) et des solides (3D) favorise l'orientation dans l'espace, stimule la créativité, développe la motricité fine et contribue à la résolution de problèmes.

Au primaire, le travail en dimension trois est organisé autour de deux préoccupations :

- Aider les élèves à se situer, se repérer (par rapport à soi ou par rapport à un repère) et se déplacer dans l'espace ordinaire.
- Les familiariser avec quelques solides géométriques.

1.1.2 Objets de l'espace

En lien avec cet apprentissage spatial, celui de la géométrie permet d'affiner le raisonnement logique et de renforcer la capacité à résoudre des problèmes grâce à des activités pertinentes structurées autour des objets que traitent de ce domaine.

De nombreux programmes d'études à travers le monde soulignent l'importance des liens entre les apprentissages spatiaux et géométriques et les objets ou actions de la vie quotidienne. Il est ainsi courant de recommander une progression pédagogique qui commence par l'observation et l'étude de solides présents dans l'environnement quotidien (par exemple : boîtes, meubles, chaises), puis se poursuit par l'exploration des solides mathématiques (comme le cube, le cylindre, la sphère, la pyramide ou le prisme), objets théoriques dotés de propriétés précises. Cette progression passe également par la réalisation de plans ou de maquettes, qui constituent des étapes intermédiaires entre l'expérience spatiale concrète et le travail géométrique abstrait.

Il s'agit tout au long de la scolarité de traiter des interactions entre dimension deux et dimension trois. L'enseignement vise à faire découvrir des objets (notamment les polyèdres) et leurs propriétés, de les reconnaître, de construire leurs patrons, d'établir des relations métriques.

Au secondaire (notamment au collège) l'accent sera davantage mis sur les activités géométriques notamment : représenter les solides en perspective cavalière, réaliser des patrons d'objets de l'espace, calculer des aires et des volumes, étudier de premières configurations initiant une étude des positions relatives de de points, de droites, de plans.

1.2 Un incontournable, une approche dialectique : interactions entre dimension deux et dimension trois

Ces interactions entre dimensions deux et trois concernent autant la construction de l'espace que l'enseignement de la géométrie, et ce, tout au long de la scolarité.

1.2.1 Des exemples d'activités

Ainsi, une activité emblématique pratiquée en première année du primaire, voire avant, est d'amener les élèves à cacher un trésor dans l'espace de l'école, qui doit être retrouvé par d'autres élèves en décodant un plan du parcours y menant. Après avoir parcouru physiquement le trajet de la classe au lieu de cachette, les élèves doivent représenter le parcours sur une feuille (en groupe et éventuellement en recollant des représentations de portions de parcours). Celui-ci sera décodé par d'autres élèves de la classe, chaque élève étant successivement codeur et décodeur.

Voici une autre activité de géométrie (niveau 3e ou 4e année du collège) qui permet à la fois de poser les questions du passage de la dimension deux à la dimension trois : pour comprendre comment peut se représenter un cube à partir de son patron, mais aussi comment on passe d'une approche basée sur les sens (géométrie de l'école primaire) au raisonnement.

> « Ceci est le patron d'un cube. Inventer un codage qui permet de décrire les faces qui se touchent quand le cube est construit en dimension trois. Vous ne devez pas découper et construire le cube, mais seulement indiquer sur le patron les faces qui se touchent. »

N.B. : l'enseignant pourra jouer sur le codage initial du patron par exemple coder par des lettres certains des sommets de la figure ou non.

Cette activité est souvent traitée dès la 2de ou 3e année du primaire avec un patron plus connu ou plus facile d'accès (« patron en croix » plus ou moins « classique »).

Les sujets (enfants comme adultes) ne semblent pas égaux au départ devant cette tâche. Cette différence est sans doute due à la fréquentation de ce type d'activité.

Pour certains, la tâche est facile. Ils se représentent (tout se passe comme s'ils « voyaient ») le cube correspondant au patron en dimension trois après avoir « posé » le cube construit sur une des faces, souvent occupant une position judicieuse pour faciliter cette reconstitution et donnent très rapidement la réponse (quasiment toujours correcte).

Pour d'autres, la tâche semble impossible dans un premier temps et relever d'une énigme. Certains, souvent après avoir choisi la face de départ qui leur convient pour « redresser le patron », finissent par proposer une solution exacte, mais éprouvent beaucoup de difficulté à l'expliquer. D'autres restent bloqués ou demandent de pouvoir découper le patron et recoller les faces.

Il est souvent nécessaire pour certains sujets d'avoir une explication sur comment faire. Le professeur doit ici expliciter une démarche efficace en demandant éventuellement des résolutions partielles par étapes :

❶ **Étape 1 :** trouver les sommets qui coïncident et les faces qui se recollent facilement.

→ B_1, B_2 et B_3 coïncident, de même que les sommets A_1, A_2 et A_3.

❷ **Étape 2 :** identifier les sommets de ces faces, en déduire les arêtes qui coïncident.

→ L'arête C_1B_1 coïncide avec l'arête C_2B_3.

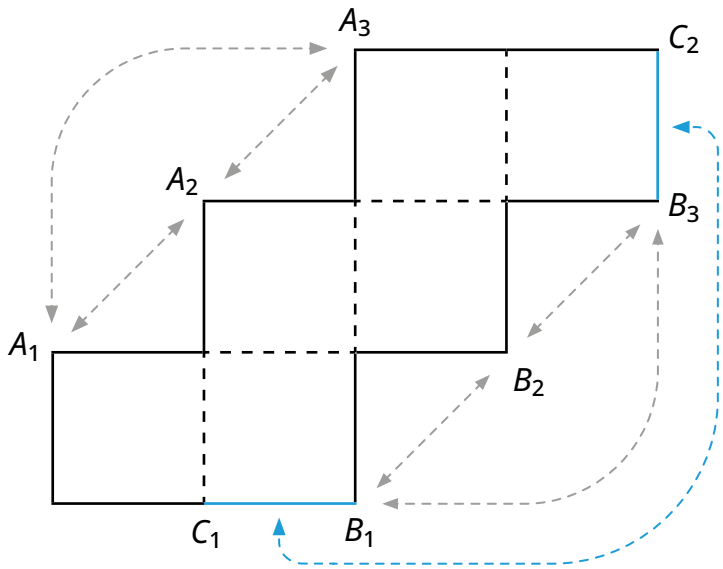
❸ **Étape 3 :** déterminer les sommets qui doivent « forcément » coïncider.

→ C_1 et C_2 coïncident.

❹ **Étape 4 :** en déduire les faces qui se touchent.

Un raisonnement analogue peut être mené en considérant les sommets A_1, A_2 et A_3.

Relations d'incidence dans le cube



Cette activité non seulement participe de l'habitude de travailler les passages en dimensions 2 et 3, mais surtout permet de comprendre que lorsque le recours au sens ne suffit pas, il faut « passer au raisonnement ». Ici le raisonnement porte sur des relations d'incidence (entre faces et sommets) et de proximités qui s'appuient et reposent au début sur des identifications de relations spatiales.

La fabrication des objets en trois dimensions permet la découverte implicite de propriétés de formes du plan. Les patrons des objets de l'espace sont des assemblages de polygones dont les représentations et les dispositions requièrent la prise en compte de leurs propriétés. Les faces d'un cube sont des carrés de mêmes dimensions.

On peut expliquer la formule du calcul du volume d'un prisme par un raisonnement de type calcul d'intégrale comme suit. Un prisme se décompose en couches superposables de même aire égale à celle de la base. Multiplier la mesure de cette aire par la mesure de la hauteur du prisme permet de calculer le volume total, car cela équivaut à accumuler toutes les couches. Le calcul du volume dépend de la forme de l'objet. Les formes qui nous concernent sont des formes simples comme des cubes ou des prismes dont les volumes peuvent être calculés avec des formules directes ($L \times l \times h$ pour un parallélépipède, ou $\pi \times r^2 \times h$ pour un cylindre). Le dénombrement des cubes élémentaires (unités) est aussi une technique de détermination de volumes.

1.2.2 Les paradigmes de la géométrie dans l'espace

Les tâches de la géométrie dans l'espace portent sur trois types d'objets : objet géométrique, objet physique et représentations (Chaachoua, 1997) selon trois modes de connaissance : l'intuition, l'expérience et la déduction.

Les différentes géométries de l'école obligatoire

	Géométries non axiomatiques		Géométries axiomatiques	
Types de géométrie	Géométrie concrète G0	Géométrie spatio-graphique G1	Géométrie proto-axiomatique G2	Géométrie axiomatique G3
Objets	Physiques	Physiques et graphiques (dessin)	Théoriques (figures)	Théoriques
Validation	Perception globale	Perception instrumentée	Raisonnement déductif	Raisonnement déductif
Cycles de la scolarité	Cycle 1	Cycles 2 et 3	Cycle 3, collège	Collège, lycée

Le tableau suivant, tiré des travaux de Houdement et Kuzniak (1999), fait une synthèse des différentes géométries, modes de connaissance et tâches.

Géométries, modes de connaissance et tâches
(Houdement et Kuzniak, 1999, p. 72)

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible et perceptive	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

1.2.3 Difficultés des élèves

Les principales difficultés des élèves sont : les difficultés liées aux connaissances spatiales, les difficultés liées aux représentations dans le plan des objets géométriques, les difficultés liées aux tâches de reproduction, représentation et construction de figures géométriques (patrons), et enfin les difficultés liées à la reconnaissance et la description de figures.

Pour Bishop (1986), une bonne partie des difficultés rencontrées par les enfants dans l'apprentissage scolaire des notions mathématiques en géométrie de l'espace ont pour origine leur conceptualisation du spatial qu'il résume par : l'apprentissage de l'espace, l'apprentissage de la mathématisation de l'espace et l'apprentissage de la géométrie.

Il remarque que :

- Au niveau primaire, la priorité est donnée à l'apprentissage de l'arithmétique au détriment de la géométrie (ce qui ramène les mathématiques aux calculs arithmétiques).
- Les élèves ne trouvent pas de lien entre la géométrie enseignée en classe avec la culture familiale.
- L'enfant rencontre des difficultés à saisir intellectuellement et communiquer sur ses expériences spatiales.
- Il y a discordance entre l'expérience que l'enfant a de la construction (voire une exploration « sauvage ») de l'espace et les notions et concepts géométriques qui lui sont inculqués à l'école.
- L'apprentissage de la géométrie n'a pas trop de rapport avec leur exploration de leur environnement spatial extrascolaire (la géométrie est enseignée en l'isolant de toute réalité).

La priorité souvent attribuée au domaine numérique peut déboucher sur l'installation d'obstacles didactiques. Ainsi, il n'est pas possible d'opérer sur les objets géométriques tels que les points et les droites comme on le ferait avec les nombres en arithmétique. Même si avec les vecteurs par exemple, l'addition est possible, son mécanisme diffère de celui de l'addition des nombres en arithmétique. Cette fausse continuité pourrait justifier certains obstacles.

L'enseignant est souvent démuni : il se demande alors comment mathématiser les expériences spatiales de l'enfant. Qu'est ce qui est représenté et de quelle façon ? Qu'est-ce qui est important et qu'est-ce qui ne l'est pas ? Il est parfois suggéré de préparer spatialement les élèves avant la mathématisation de l'espace par des activités destinées à améliorer la compréhension qu'ils ont de l'espace.

Pour Braconne-Michoux (2014), la théorie des niveaux de pensée en géométrie de Van Hiele permet d'identifier le niveau de difficulté d'un exercice et d'anticiper les difficultés des élèves (niveau 1 : identification-visualisation ; niveau 2 : analyse ; niveau 3 : déduction informelle ; niveau 4 : déduction formelle ; niveau 5 : rigueur).

2 Les ressources relatives à l'enseignement de la géométrie dans l'espace

Comme nous l'avons indiqué en introduction, nous présentons dans la suite de ce chapitre les différentes ressources produites par les participants du groupe de production associés aux webinaires de renforcement du pôle des expertes et experts associés.

2.1 Analyse conceptuelle

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
1.	**Quelles sont les situations, les activités signifiantes et pertinentes qui permettent l'enseignement et l'apprentissage de la notion ou du concept et qui induisent des activités mathématiques riches (la référence) ?**	▸ Activités de réinvestissement dans l'espace des connaissances acquises dans le plan. ▸ Activités de découverte et d'apprentissage partant de quelques solides familiers (le cube, le parallélépipède, pavé droit, cylindre, prisme droit, pyramide, sphère et cône). ▸ Activités permettant aux élèves de comprendre les notions de droite et plan parallèles, droite et plan perpendiculaires à partir des éléments constitutifs de la salle de classe (murs, plafond, sol, etc.). ▸ Activités numériques (manipulation, animation, vidéo, etc.). ▸ Activités liées aux problèmes de représentations planes, de configurations spatiales, à l'usage de nouveaux outils, à des approfondissements, ou à l'étude de nouveaux solides, etc. ▸ Réalisation du patron des solides : cube, pavé droit, cylindre, prisme droit, pyramide, et cône. ▸ Activité d'étude analytique du parallélisme et de l'orthogonalité de droites et de plans. ▸ Activité de projection sur un plan parallèlement à une droite. ▸ Activité de repérage d'un point dans l'espace. ▸ Activité de calcul des coordonnées dans l'espace. ▸ Activité sur le vecteur normal à un plan. ▸ Activité de calcul de distance d'un point à un plan. ▸ Activité sur le produit scalaire et le produit vectoriel. ▸ Jeux de regroupement des formes. ▸ Situations de composition et de décomposition des figures.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
2.	**Quel est spécifiquement le contenu mathématique concerné par les situations signifiantes et pertinentes ?**	▸ Vecteurs et points de l'espace. ▸ Notion du parallélisme des droites et plans. ▸ Colinéarités de deux vecteurs de l'espace. ▸ Orthogonalité de deux vecteurs de l'espace. ▸ Positions relatives de deux plans. ▸ Positions relatives d'un plan et d'une droite. ▸ Positions relatives des droites. ▸ Formule de calcul des volumes et aires des solides. ▸ Formulation des propriétés relatives à des figures géométriques. ▸ Propriétés de réduction et d'agrandissement de figures. ▸ Utilisation des formules de proportionnalité. ▸ Calculs barycentriques dans l'espace. ▸ Géométrie analytique dans l'espace. ▸ Exemples d'étude de transformation de l'espace (translation, homothétie, symétries orthogonales par rapport à un plan. ▸ Définition du solide. ▸ Identification des solides. ▸ Caractéristiques des solides. ▸ Construction des solides. ▸ Développement des patrons.
3.	**Quelles ressources (matérielles ou autres) peuvent être utilisées pour exploiter les situations signifiantes et pertinentes ?**	▸ Logiciels de mathématiques comme GeoGebra, Matlab, etc. ▸ Manipulation des divers solides familiers (cube, parallélépipède, etc.). ▸ Matériel mettant en évidence les problèmes de colinéarité et orthogonalité de deux vecteurs (graphes). ▸ Animation et vidéo pour une meilleure visualisation de l'espace chez les élèves. ▸ Matériel mettant en œuvre la réalisation des patrons des solides. ▸ Matériel mettant en évidence le modèle de volume, d'aire et de distance. ▸ Matériel mettant en évidence les objets rappelant les formes des solides. ▸ Manipulation des expressions littérales dans le calcul de périmètre, d'aire et de volume. ▸ Initiation au raisonnement scientifique manipulation des expressions littérales dans le calcul de périmètre, d'aire et de volume. ▸ Manipulation du système d'équations. ▸ Les instruments de traçages (règle, équerre, etc.). ▸ Dé. ▸ Boîte d'allumettes, boîte de craies, boîte de lait. ▸ Manuels scolaires. ▸ Curricula.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
4.	**Quelles difficultés ces ressources ou toutes autres variables didactiques (par exemple les données numériques) choisies peuvent-elles amener ?**	▸ Difficultés dans la manipulation. ▸ Contrainte liée à la consigne et au temps de réalisation de l'activité. ▸ Difficultés à mettre en évidence la notion d'espace. ▸ Difficultés chez les élèves à utiliser les dessins de figures géométriques comme terrain d'expérimentation dans le processus de résolution de problèmes. ▸ Difficulté de passer d'une géométrie de l'observation dans l'espace physique à une géométrie de la démonstration dans l'espace abstrait. ▸ Difficultés à exprimer des idées relatives aux objets géométriques. ▸ Difficultés de réaliser certains patrons des solides. ▸ Difficultés à établir certaines formules de calcul de volume et d'aire. ▸ Difficulté de représentation d'un solide dans le plan. ▸ Traçage.
5.	**Quelles sont les techniques, procédures et approches que pourrait mettre en évidence l'élève et sur lesquelles reposerait l'opérationnalité des schèmes (le signifié) ?**	▸ Développement des capacités de visualisation pour déterminer un lien entre un dessin et une figure géométrique. ▸ Procédure pour illustrer les différents cas des vecteurs de l'espace (colinéaires, orthogonales) avec du matériel et en s'aidant des logiciels de géométrie. ▸ Développement d'une stratégie de résolution efficace des problèmes de géométrie. ▸ Méthode de construction et de démonstrations. ▸ Utilisation des formules pour calculer le volume et les aires des faces du solide. ▸ Association d'un solide à son patron. ▸ Utilisation des solides connus pour appréhender les positions relatives de droites et de plans. ▸ Utilisation de la perspective cavalière pour représenter un solide dans le plan. ▸ Utilisation du calcul intégral pour calculer le volume et l'aire des solides. ▸ Utilisation des acquis du calcul vectoriel du plan pour le calcul vectoriel dans l'espace. ▸ Utilisation de système d'équations pour caractériser une figure dans l'espace. ▸ Utilisation des acquis de l'orthogonalité et du parallélisme dans le plan pour démontrer le parallélisme et l'orthogonalité dans l'espace. ▸ Observation, manipulation. d'un solide de l'espace ▸ Description d'un solide de l'espace (cube, pavé droit, cône, sphère). ▸ Reproduction d'un solide de l'espace posé sur une table. ▸ Construction un solide de l'espace à partir de ses dimensions. ▸ Transformation (translation, rotation, homothétie et réflexion).
6.	**Quels raisonnements mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Intuition (lors de la visualisation de positions relatives de droites, de plans, de droites et plans). ▸ Déduction (lors de la détermination d'équations de plans et d'intersection de plans). ▸ Généralisation (lors du passage du périmètre au volume). ▸ Induction (notamment en ce qui concerne les activités faisant intervenir des droites orthogonales ou des droites parallèles). ▸ Essai-erreur.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
7.	**Quelles difficultés possibles peuvent être révélées chez l'élève au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Difficultés conceptuelles (difficultés liées au sens du concept espace). ▸ Difficultés liées au raisonnement. ▸ Difficultés liées au choix des méthodes et matériels à utiliser. ▸ Difficultés issues des apprentissages antérieurs. ▸ Difficultés à dépasser les intuitions visuelles. ▸ Difficultés de constructions de figures géométriques. ▸ Difficultés à interpréter à partir de l'observation de la construction géométrique ou des propriétés mathématiques qui permettent de valider le raisonnement. ▸ Difficultés à construire des patrons des solides tels que le prisme droit et la sphère. ▸ Difficultés d'établir les formules de calcul de volume et d'aire. ▸ Difficultés d'identifier la figure géométrique étudiée dans le monde réel. ▸ Difficultés à créer une relation entre le micro-espace et le macro-espace. ▸ Difficultés relatives à la représentation de la figure spatiale dans le plan. ▸ Difficultés de caractériser une figure par des systèmes d'équations. ▸ Difficultés liées à l'interprétation des données ou consignes. ▸ Difficultés langagières (vocabulaire).
8.	**Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Erreurs dues à la complexité du rapport entre un objet géométrique et un dessin. ▸ Erreurs d'interprétation d'un dessin (l'interprétation de dessin dépend des connaissances de celui qui le lit et du contexte dans lequel il se place). ▸ Erreur de représentation. ▸ Erreur due à l'intuition visuelle. ▸ Erreurs d'interprétation des données. ▸ Erreurs de mesures. ▸ Erreurs de confusion de formules de volume et d'aires. ▸ Erreurs d'utilisation des formules de calcul de volumes et d'aires. ▸ Erreur du choix de repères autre que le repère orthogonal. ▸ Mauvaise utilisation du matériel de mesure (positionnement du zéro).
9.	**Quelles pourraient être les causes possibles des difficultés que l'élève peut rencontrer et des erreurs mathématiques qu'il peut commettre au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Insuffisances des connaissances antérieures concernant le concept de géométrie dans l'espace. ▸ Causes d'ordre épistémologique. ▸ Causes liées à la méthode adoptée. ▸ Causes liées au développement psychologique de l'élève. ▸ Difficultés dues à la méthode utilisée.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
10.	**Quels sont les ajustements, les relances, bref les interventions possibles à apporter pour mieux adapter la situation ou l'activité au niveau des élèves ou au programme en vigueur ?**	▸ Prioriser l'interaction des élèves, donner des activités favorisant l'échange chez les élèves. ▸ Assister les élèves lors de la manipulation pour pouvoir suivre leur évolution et corriger directement les erreurs de démarche. ▸ Revoir les propriétés et les théorèmes appliqués dans le plan pour les adapter à l'espace. ▸ Mettre le chapitre relatif à l'espace au milieu du programme et non à la fin. ▸ Multiplier et varier les activités d'observation et de manipulation des formes. ▸ Établir des liens entre les figures simples et les solides. ▸ Proposer les problèmes des situations de vie faisant appel aux formes, figures et solides.
11.	**Quelles sont les anticipations mathématiques possibles que l'élève pourrait faire au regard de ces techniques, procédures et approches ?**	▸ Faire appel à l'intuition dans les reproductions d'objets de l'espace. ▸ Adapter le vocabulaire à l'activité. ▸ Faire appel aux ressources antérieures (règles, propriétés, vécus, expériences…). ▸ Faire des hypothèses. ▸ Utiliser les ressources antérieures. ▸ Utiliser les expériences de la vie courante. ▸ Adapter des propriétés énoncées dans le plan.
12.	**Quels sont les liens que l'élève peut faire avec d'autres concepts mathématiques (vus ou non) au regard des techniques, procédures et approches, en lien avec le concept à l'étude ?**	▸ Lien avec le concept de droite. ▸ Lien avec le concept vecteur. ▸ Lien avec l'étude des figures planes. ▸ Lien avec le calcul de distance dans le plan. ▸ Le lien avec le calcul intégral. ▸ Le lien avec le système d'équations à trois inconnues. ▸ Le lien avec le calcul barycentrique. ▸ Lien avec les propriétés et les théorèmes relatifs au plan. ▸ Lien avec le repérage dans l'espace (position de gauche, droite, devant, loin, près, etc.). ▸ Lien avec les déplacements dans l'espace. ▸ Lien avec le déplacement dans un labyrinthe. ▸ Lien avec les angles. ▸ Lien avec les figures planes usuelles. ▸ Lien avec les solides et leurs empreintes. ▸ Lien avec les patrons et les solides.
13.	**Quelles sont les fausses conceptions que l'élève pourrait avoir en lien avec le concept à l'étude ?**	▸ La surface de base est celle qui se trouve toujours au bas de la figure, quelle que soit la représentation donnée. ▸ Deux droites parallèles dans l'espace appartiennent au même plan. ▸ Le calcul de volume et d'aire dans un repère. ▸ Confusion possible entre le produit vectoriel et le produit scalaire qui sont deux notions différentes. ▸ Un solide est un assemblage de droites qui se touchent les unes aux autres. ▸ Une figure ou un solide ne peut se reposer que sur une base plane.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Réponses
14.	**Quelles sont les formes langagières qui permettent de verbaliser les propriétés, les situations et les procédures de traitement mathématiques en lien avec le concept à l'étude (le signifiant) ?**	▸ Vocabulaire approprié à la géométrie de l'espace : coplanaire, dimension de l'espace, vecteurs de l'espace, sommet, arête, face latérale, etc. ▸ Représentation langagière d'un objet ou d'un dessin (décrire pour reconnaître, pour construire). ▸ Convention de dessin.
15.	**Quelles sont les formes non langagières qui permettent de représenter symboliquement les propriétés, les situations et les procédures de traitement en lien avec le concept à l'étude (le signifiant) ?**	▸ Les codages. ▸ Les représentations picturales (dessin, figures). ▸ Représentation graphique d'un objet de l'espace physique. ▸ Les développements ou les patrons. ▸ Des images prototypes. ▸ Les représentations graphiques. ▸ Les symboles. ▸ Les formules.
16.	**Quelles sont les formes langagières ou non-langagières qui pourraient être source de difficultés pour l'élève (le signifiant) ?**	▸ Les dessins représentant les figures géométriques. ▸ Le pavé n'est pas toujours sous forme cubique d'autres formes se trouvent dans le pavage des cours et voies. ▸ Le ballon de rugby a une forme allongée et le calcul de la surface et du volume s'avère difficile. ▸ Figures géométriques. ▸ Symboles. ▸ Solides. ▸ Formules. ▸ Représentations graphiques.

2.2 Carte conceptuelle

Géométrie dans l'espace

Sens et représentation

- À l'intérieur, à l'extérieur, sur, sous, en dessous, au dessus, entre, en haut, en bas, à côté de...
- Observation et description du solide
- Positions relatives de droites et plans
- Perspective cavalière
- Droites orthogonales
- Droites et plans orthogonaux
- Droites et plans perpendiculaires
- Définition d'un vecteur de l'espace
- Base de l'espace
- Barycentres
- Produit scalaire dans l'espace
- Vecteur normal à un plan
- Produit vectoriel dans l'espace
- Le repérage dans l'espace
- Les déplacements dans l'espace
- Les solides
- Caractéristiques du cube, pavé droit et cylindre
- Les solides et leurs empreintes

Techniques opératoires (et relations)

- Réalisation d'un patron d'un solide
- Somme de deux vecteurs
- Multiplication d'un vecteur par un nombre réel
- Calcul de volumes du cube, du cylindre, du parallélépipède rectangle
- Réaliser et fabriquer le patron d'un cube, d'un pavé droit et d'un cylindre de révolution
- Réaliser un patron et fabriquer un prisme droit
- Positions relatives de droites, de droites et de plans
- Reconnaître la représentation paramétrique d'un plan et donner les éléments définissant ce dernier
- Déterminer l'équation cartésienne d'un plan et d'une sphère
- Déterminer un vecteur normal à un plan
- Déterminer l'intersection d'une sphère et d'une droite
- Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan
- Représenter une droite dans l'espace
- Représenter un plan dans l'espace
- Démontrer l'orthogonalité des droites et plans dans l'espace

Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)

- Vocabulaire et propriétés
- Représentation graphique
- Représentation plane d'une sphère, d'une boule
- Détermination d'une droite
- Détermination d'un plan
- Réalisation d'un patron de solide
- Droites et plans (positions relatives)
- Section plane par un plan parallèle à la base
- Projection sur un plan parallèlement à une droite
- Repérage d'un point dans l'espace
- Distance d'un point à un plan
- Représentation paramétrique de droites et plans
- Équations cartésiennes de droites et plans
- Étude analytique du parallélisme et de l'orthogonalité de droites et plans
- Calcul de volumes

Liens avec des domaines mathématiques

- Mesures et grandeurs
- Nombres et calculs
- Système métrique
- Arithmétique
- Géométrie plane

Propriétés et transformations

- Règles élémentaires
- Section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à celui de la base
- Propriétés de réduction
- Propriété d'incidence
- Parallélisme dans l'espace
- Opérations sur les vecteurs de l'espace
- Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée
- Caractérisations vectorielles des droites et plans
- Convertir des unités de volume
- Réflexions dans l'espace
- Demi-tours dans l'espace
- Démontrer des bases d'un espace vectoriel de dimension 3
- Déterminer des dimensions d'un espace vectoriel
- Établir le lien entre le cube, le pavé droit, le cylindre, le prisme droit et leurs empreintes
- Passage du :
  - carré au cube ;
  - rectangle au pavé droit ;
  - triangle au prisme droit ;
  - cercle au cylindre

2.3 Cartographies / continuums

2.3.1 Cartographie / continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire, à Madagascar

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e
Sens et représentation	Connaître le vocabulaire relatif au pavé droit, au cube, au cylindre droit.	✗	✗	✗	✗
	Dénombrer les sommets, les faces, les arêtes d'un pavé droit, d'un cube.	✗	✗	✗	✗
	Reconnaître un prisme droit, un patron de prisme droit.		✗	✗	✗
	Reconnaître un pavé droit, un cube, un cylindre droit.	✗	✗	✗	✗
	Décrire le prisme droit en utilisant le vocabulaire adéquat : arête, sommet, face, face latérale, base.		✗	✗	✗
	Décrire une sphère, une boule.			✗	✗
	Reconnaître dans le plan une représentation d'une sphère, d'une boule.			✗	✗
	Définir la sphère de centre *A* et de rayon *R*, la boule de centre *A* et de rayon *R*.			✗	✗
	▸ Connaître les règles élémentaires de la perspective cavalière ; ▸ Reconnaître une représentation en perspective ; ▸ Reconnaître sur une représentation en perspective, des positions relatives de droites et plans.			✗	✗
	Avoir une image mentale d'une droite, d'un plan, de deux droites parallèles, de deux plans perpendiculaires (dans l'espace).			✗	✗
	Connaître que : ▸ deux points distincts déterminent une droite ; ▸ dans l'espace, un plan peut être déterminé par deux droites sécantes, deux droites strictement parallèles, une droite et un point n'appartenant pas à la droite, trois points non alignés.			✗	✗
	Nommer une droite, un plan.			✗	✗
	Positions relatives d'une droite et d'un plan : ▸ Droite et plan sécants ; ▸ Droite et plan perpendiculaires ; ▸ Droite et plan parallèles.			✗	✗

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e
Sens et représentation *(suite)*	Positions relatives de deux plans : ▸ Plans parallèles ; ▸ Plans sécants ; ▸ Plans perpendiculaires.			✗	✗
	Reconnaître une pyramide régulière, un cône de révolution.				✗
Techniques opératoires (et relations)	Dessiner (à main levée) un pavé droit, un cube, un cylindre droit.	✗	✗	✗	✗
	Réaliser, à partir d'un patron, un pavé droit, un cube, un cylindre droit.	✗	✗	✗	✗
	Dessiner une représentation plane d'un prisme droit.		✗	✗	✗
	Calculer l'aire latérale, l'aire totale, le volume : – d'un pavé droit ; – d'un cube ; – d'un cylindre droit par utilisation de formules appropriées.	✗	✗	✗	✗
	Calculer le volume d'une boule, l'aire d'une sphère.			✗	✗
	Utiliser les règles de la perspective cavalière à la représentation plane : – d'un cube ; – d'un pavé droit ; – d'un prisme ; – d'une sphère.			✗	✗
	Représenter en perspective cavalière : – une pyramide régulière à base carrée ; – un cône de révolution.				✗
	Réalisation d'un patron ; réalisation du solide.		✗	✗	✗
	Réaliser une pyramide régulière à base carrée, un cône de révolution.				✗
	Calculer : – l'aire latérale, l'aire totale ; – le volume d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution (application directe de formules).				✗
	Représenter en perspective cavalière : – un tronc de cône ; – un tronc de pyramide.				✗

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Vocabulaire et propriétés.	✗	✗	✗	✗
	Observation et description du solide.	✗	✗	✗	✗
	Représentation graphique.			✗	✗
	Représentation plane d'une sphère d'une boule.			✗	✗
	Détermination d'une droite.			✗	✗
	Détermination d'un plan.			✗	✗
Propriétés et transformations	Règles élémentaires.			✗	✗
	Positions relatives de deux droites : ▸ Propriété des droites de l'espace ; ▸ Deux droites coplanaires et deux droites non coplanaires.			✗	✗
	Section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à celui de la base : ▸ Section ; ▸ Tronc de cône, tronc de pyramide.				✗
	Utiliser la propriété de réduction lors de calculs d'aires ou de volumes de troncs de cône ou de pyramide.				✗
Liens avec des domaines mathématiques	Algèbre (espace vectoriel).	✗	✗	✗	✗
	Statistique (représentation des données).				✗
	Mesure (volume, aire, réduction).	✗	✗	✗	✗
	Arithmétique.	✗	✗	✗	✗

2.3.2 Cartographie / continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire et au moyen, au Tchad

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e	2de	1re	Tle
Sens et représentation	Observation et description de solides (cube, pavé droit, cylindre, prisme droit, pyramide, sphère, cône) selon les niveaux.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Vocabulaire.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	▸ Perspective cavalière : règles élémentaires. ▸ Droites et plans : positions relatives, en s'appuyant sur les solides connus.			✗	✗	✗	✗	✗
	Section plane (d'une pyramide, d'un cône) par un plan parallèle à la base.				✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e	2de	1re	Tle
Sens et représentation *(suite)*	Conventions de dessin.					✗	✗	✗
	Représentations paramétriques des droites et plans.						✗	✗
	▸ Droites orthogonales. ▸ Droites et plans orthogonaux. ▸ Droites et plans perpendiculaires.						✗	✗
	▸ Définition d'un vecteur de l'espace. ▸ Base de l'espace. ▸ Barycentres.						✗	✗
	Produit scalaire dans l'espace.						✗	✗
	Vecteur normal à un plan.						✗	✗
	Produit vectoriel dans l'espace.							✗
Techniques opératoires (relation)	Réalisation d'un patron, d'un solide.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Représentations de certains solides.			✗	✗	✗	✗	✗
	Projection sur un plan parallèlement à une droite.					✗	✗	✗
	Repérage d'un point dans l'espace.						✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Réalisation d'un patron, d'un solide.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Droites et plans (positions relatives).			✗	✗	✗	✗	✗
	Étude de l'orientation dans l'espace, produit vectoriel.							✗
	Repérage d'un point dans l'espace.						✗	✗
	Distance d'un point à un plan.						✗	✗
	▸ Représentation paramétrique des droites et plans. ▸ Équations cartésiennes des droites et plans.						✗	✗
	Étude analytique du parallélisme et de l'orthogonalité de droites et de plans.						✗	✗
	Calcul de volumes.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Propriétés et transformations	Propriétés de réduction.				✗	✗	✗	✗
	Propriété d'incidence.					✗	✗	✗
	Parallélisme dans l'espace.					✗	✗	✗
	Opérations sur les vecteurs de l'espace.						✗	✗

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e	2de	1re	Tle
Propriétés et transformations *(suite)*	▸ Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée. ▸ Caractérisations vectorielles des droites et plans.						✗	✗
	Étude sur des exemples de translations, d'homothéties, de symétries orthogonales par rapport à un plan, par rapport à une droite.							✗
Liens avec des domaines mathématiques	Algèbre.				✗	✗	✗	✗
	Analyse.							✗
	Arithmétique.	✗	✗	✗	✗			

2.3.3 Cartographie / continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au primaire, au Tchad

Catégories	Sous-concepts	CP1	CP2	CE1	CE2	CM1	CM2
Sens et représentation	À l'intérieur, à l'extérieur, sur, sous, en-dessous, dessus, entre, en haut, en bas, à côté de, etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Observation et construction d'un cube.			✗	✗	✗	✗
Techniques opératoires (relation)	Calcul de volumes du cube, du cylindre, du parallélépipède rectangle.					✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Construction du cube, cylindre, du parallélépipède. rectangle.					✗	✗
Propriétés et transformations	Similitude (agrandissement)					✗	✗
Liens avec des domaines mathématiques	Mesure : système métrique.			✗	✗	✗	✗
	Arithmétique.			✗	✗	✗	✗
	Géométrie plane.			✗	✗	✗	✗

2.3.4 Cartographie / continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au secondaire, au Cameroun

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e	2de	1re	Tle
Sens et représentation	Cube, pavé droit cylindre de révolution.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Prisme droit et sphère.		✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Droites et plans de l'espace.					✗	✗	✗
	Orthogonalité dans l'espace (droites orthogonales, plans orthogonaux, droites et plans orthogonaux).						✗	✗
	Géométrie analytique dans l'espace.						✗	✗
	Espaces vectoriels et applications linéaires.							✗
	Produit vectoriel.							✗
	Isométries de l'espace.							✗
	Systèmes d'équations de droite.						✗	✗
	Matrice d'une application linéaire.							✗
	Définition d'un repère de l'espace.							✗
	Reconnaissance et détermination de la base de réflexion dans l'espace.							✗
	Nature, caractéristiques de deux réflexions. et deux demi-tours d'axes : – parallèles. – perpendiculaires. – orthogonaux.							✗
Techniques opératoires (et relations)	Réaliser et fabriquer le patron d'un cube, pavé droit et cylindre de révolution.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Réaliser un patron et fabriquer un prisme droit.		✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Positions relatives de droites, de droites et de plans.					✗	✗	✗
	Reconnaître la représentation paramétrique d'un plan et donner les éléments définissant ce dernier.						✗	✗
	Déterminer l'équation cartésienne d'un plan, d'une sphère.						✗	✗
	Déterminer un vecteur normal à un plan.						✗	✗

Catégories	Sous-concepts	6e	5e	4e	3e	2de	1re	Tle
Techniques opératoires (et relations) *(suite)*	▸ Déterminer l'intersection d'une sphère et d'une droite de l'espace. ▸ Analytiquement.						✗	✗
	Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan de l'espace.						✗	✗
	Représenter une droite dans l'espace.						✗	✗
	Représenter d'un plan dans l'espace.						✗	✗
	Démontrer l'orthogonalité des droites et des plans dans l'espace.						✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques)	Calculer les éléments métriques du cube, du pavé droit et du cylindre de révolution.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Calculer les éléments métriques du prisme droit, d'une sphère / boule.		✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Décrire et représenter une droite et un plan de l'espace.					✗	✗	✗
	Déterminer les coordonnées d'un vecteur.						✗	✗
	Déterminer une équation cartésienne.						✗	✗
	Déterminer l'intersection d'une sphère et d'une droite ou d'un plan dans l'espace.						✗	✗
	Déterminer le noyau ou l'image.							✗
	Calculer le produit vectoriel de deux vecteurs.							✗
Propriétés et transformation	Convertir des unités de volume.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Réflexions dans l'espace.							✗
	Demi-tours dans l'espace.							✗
	Démontrer des bases d'un espace vectoriel de dimension 3.							✗
	Déterminer les dimensions d'un espace vectoriel.							✗
Liens avec des domaines mathématiques	Relations et opérations fondamentales dans l'ensemble des nombres décimaux et des fractions.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Configurations et transformations élémentaires du plan.	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗

2.3.5 Cartographie / continuum de l'enseignement de la géométrie dans l'espace, au primaire, au Cameroun

Catégories	Sous-concepts.	SIL	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Sens et représentation	Le repérage dans l'espace.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Les déplacements dans l'espace.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Les solides.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Caractéristiques du : – cube ; – pavé droit ; – cylindre.			✗	✗	✗	✗
	Les solides et leurs empreintes.			✗	✗	✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Utiliser le vocabulaire approprié pour déterminer la position des objets.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Utiliser le vocabulaire permettant de déterminer le sens du déplacement des objets.		✗	✗	✗	✗	✗
	▸ Déplacer les objets suivant une orientation donnée par rapport à un repère. ▸ Se déplacer suivant un repère.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	▸ Repérer des cases, des nœuds dans un quadrillage et se déplacer. ▸ Coder et décoder un déplacement.		✗	✗	✗	✗	✗
	Donner les caractéristiques.			✗	✗	✗	✗
	▸ Construire le patron d'un cube. ▸ Construire le patron d'un pavé droit. ▸ Construire le patron d'un cylindre.					✗	✗
	▸ Construire un prisme droit à base rectangulaire. ▸ Construire un prisme droit à base triangulaire. ▸ Construire un dodécaèdre.						✗
	Utiliser le vocabulaire approprié pour nommer des solides (cube, pavé droit).	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Utiliser un vocabulaire approprié pour décrire des solides.		✗	✗	✗	✗	✗
Propriétés et transformation	Établir le lien entre le cube, le pavé droit, le cylindre, le prisme droit et leurs empreintes.				✗	✗	✗
	Passage du : – carré au cube ; – rectangle au pavé droit ; – triangle au prisme droit ; – cercle au cylindre.					✗	✗

Catégories	Sous-concepts.	SIL	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
Liens avec les autres domaines mathématiques	Mesures et grandeurs.			✗	✗	✗	✗
	Nombres et calculs.			✗	✗	✗	✗

2.4 Fiches pédagogiques

2.4.1 Fiche pédagogique du Tchad

Classe : 4e (3e année du secondaire)

❶ ANALYSE À PRIORI

1. **Intentions de l'enseignant :** l'intention de l'enseignant est d'apprendre aux élèves ce qu'est une pyramide et comment calculer son aire latérale, son aire totale et son volume.
2. **Justification de la leçon :** il s'agit de maîtriser la description d'une pyramide et de calculer les éléments métriques de celle-ci.
3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage :**

   À la fin de la leçon les élèves doivent être capables de :

   - reconnaître une pyramide ;
   - calculer le volume d'une pyramide ;
   - calculer l'aire latérale d'une pyramide ;
   - calculer l'aire totale d'une pyramide.
4. **Objets d'apprentissage :** calcul des éléments métriques d'une pyramide tels que des angles, des longueurs, des aires ou le volume.
5. **Prérequis et préalables :** calculer l'aire des figures géométriques planes.
6. **Ressources :**
   - Maquette de la pyramide ;
   - Papier carton ;
   - Crayons de couleur ;
   - Règle ;
   - Équerre ;
   - Calculatrice.

7. Techniques et stratégies d'enseignement :

- Technique de questionnement et/ou méthodes de découverte.
- Travail individuel.
- Travail en petit groupe.

8. Prise en compte des dimensions genre/inclusivité/différence : former des groupes de travail mixtes comportant des élèves handicapés s'il y en a dans la classe.

9. Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

- **Centre National des Curricula**. (2016). *Manuel de l'élève en mathématiques – 3e année*. École et Société.

10. Anticipation

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Processus de remédiation

• Différence entre une figure plane et un solide de l'espace.
• Lien entre le volume d'un cube et une pyramide de même hauteur.
• Le risque est de compter deux fois des objets identiques.
• L'élève voit le solide, mais ne peut le manipuler ni tourner autour : il doit imaginer ce qu'il ne voit pas, ce qui suppose qu'il a déjà eu l'occasion de manipuler ce solide.
• L'élève ne dispose que du tracé en perspective de ce solide : il faut qu'il connaisse et se soit approprié les conventions de la perspective cavalière.
	• Utiliser les objets du plan pour fabriquer des objets de l'espace.
	• Utiliser les maquettes de trois pyramides (non régulières) à bases carrées pour constituer un cube.
	• Utiliser les maquettes de trois pyramides régulières à base triangulaire (tétraèdres) ayant le même volume et les mêmes dimensions pour constituer un cube :
	  • Base : chaque pyramide partage une base carrée avec les autres.
	  • Côtés : les faces triangulaires des pyramides se rejoignent pour former les côtés du cube.
	  • Sommet : le sommet de chaque pyramide est situé au-dessus de la face opposée du cube.

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Difficultés anticipées	Processus de remédiation
▸ Difficultés à reconnaître les formes des faces planes d'un solide de l'espace. ▸ Difficulté à reconnaître la hauteur d'une pyramide. ▸ Toutes les faces du solide doivent être représentées. ▸ Les côtés des différents polygones qui représentent les faces et qui sont superposables après pliage doivent avoir les mêmes dimensions. ▸ Deux faces ne doivent pas se superposer. ▸ Si l'élève n'a pas le droit de manipuler l'objet, il devra faire appel à son intuition pour construire le patron. ▸ Beaucoup d'élèves s'imaginent qu'un solide ne possède qu'un seul patron.	▸ Utiliser le calcul des aires des figures géométriques planes pour déterminer le volume de la pyramide. ▸ Poser la pyramide sur sa base, poser un plan parallèle à la base et contenant le sommet. La hauteur de la pyramide est la distance entre les deux plans parallèles. Elle se matérialise par la droite perpendiculaire au plan de la base et passant par le sommet.

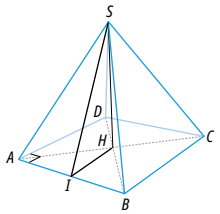
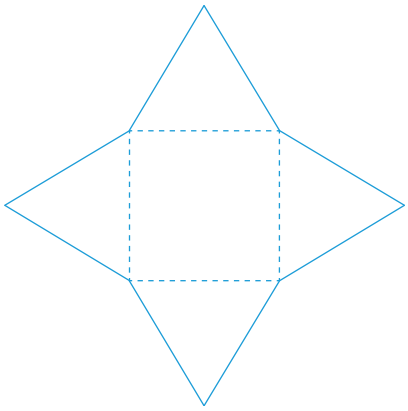
10.3 Erreurs possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

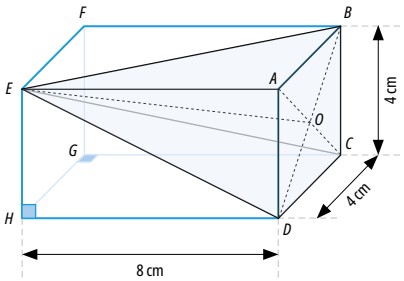
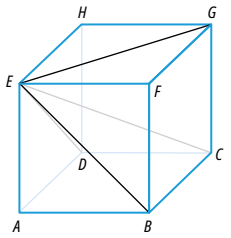
Erreurs anticipées	Processus de remédiation
▸ Erreurs de reconnaissance de droites particulières d'un solide de l'espace telles que la hauteur d'une pyramide et la hauteur d'une face triangulaire. ▸ Erreurs de reconnaissance des figures géométriques planes usuelles.	▸ Faire rappeler les règles de calculs des aires figures géométriques planes usuelles. ▸ Faire rappeler les polygones remarquables.

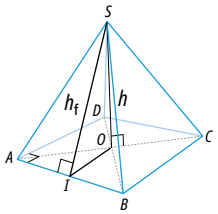
❷ PENDANT LA CLASSE

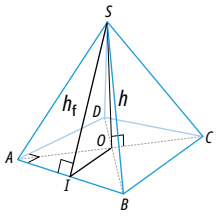
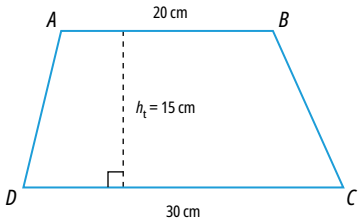
11. Déroulement

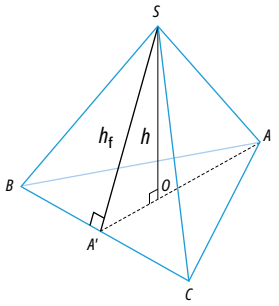
Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Mise en situation *(10 min)*	Le professeur annonce que l'objet d'apprentissage du jour est la « pyramide ». Il pose les questions suivantes : – *Qu'est-ce qu'une pyramide ?* – *Décrivez-moi une pyramide.* Le professeur demande aux élèves de : – calculer la surface S_c d'un carré de côté $c = 3$ cm. – calculer la surface S_t d'un triangle ayant pour base $B = 4$ cm et hauteur $h = 3$ cm.	Les élèves répondent aux questions posées : – *Une pyramide est une figure géométrique.* – *C'est un solide de l'espace.* – *Un monument d'Égypte.* – *Une pyramide est une figure géométrique qui a un sommet, une base de forme polygonale, des faces latérales triangulaires et des arêtes.* Les élèves calculent la surface S_c du carré : $S_c = c \times c = 3\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 9\text{ cm}^2$. Ils calculent la surface S_t du triangle : $S_t = \frac{B \times h}{2} = \frac{4\text{ cm} \times 3\text{ cm}}{2} = 6\text{ cm}^2$.

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Réalisation *(15 min)*	Le professeur annonce la leçon du jour et ses objectifs. **LES PYRAMIDES** **1 Définition et description d'une pyramide** **Activité 1** La figure suivante représente en perspective une pyramide régulière à base carrée *SABCD* :  La longueur d'un côté de la base mesure 6 cm et la hauteur de la pyramide est de 4 cm. *S* est le sommet de la pyramide, *SH* est la hauteur de la pyramide, *SA* est une arête. Le professeur demande aux élèves de répondre aux questions suivantes : **1.** Calculer l'aire de la base. **2.** Calculer la hauteur d'une face latérale triangulaire. **3.** Calculer l'aire latérale de la pyramide. **4.** Calculer la longueur des côtés d'une face triangulaire. **5.** Construire le patron de la pyramide. Après avoir fait expliciter par les élèves leurs procédures et avoir dégagé la solution du problème, l'enseignant institutionnalise la définition et les propriétés de la pyramide. **Définition** Une pyramide est un solide de l'espace ayant : – un sommet ; – une hauteur ; – une base polygonale ; – des faces latérales triangulaires ; – des arêtes latérales et des arêtes de base. **Remarque** Une pyramide est dite régulière lorsque : – sa base est un polygone régulier (les côtés sont de même longueur et les angles intérieurs sont égaux), comme par exemple le carré, le triangle équilatéral, etc. – ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables.	Afin de calculer l'aire latérale, les élèves par exemple doivent calculer la longueur de la hauteur *IS* de la face latérale *ABS* (abaissée de *S* sur (*AB*) au point *I*) et en déduire l'aire de cette face latérale. Après avoir calculé l'aire de la base carrée. Ils déduisent l'aire latérale et l'aire totale de la pyramide. $S_{base} = 6\text{ cm} \times 6\text{ cm} = 36\text{ cm}^2.$ Aire latérale : Le triangle *ABS* étant isocèle, le point *I* est aussi le milieu de [*AB*] et [*IH*] mesure $\frac{AB}{2}$. Le triangle *IHS* étant rectangle en *H*, d'après le théorème de Pythagore, on a : $IS^2 = IH^2 + SH^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + SH^2 ;$ $IS = \sqrt{\frac{1}{4}AB^2 + SH^2} ;$ et l'aire de la face *SAB* est égale à : $\frac{AB}{2} \times \sqrt{\frac{1}{4}AB^2 + SH^2} = \frac{AB}{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + 4SH^2}$ $= \frac{AB}{4}\sqrt{AB^2 + 4SH^2}.$ L'aire latérale est obtenue par le calcul suivant : $4 \times \frac{AB}{4}\sqrt{AB^2 + 4SH^2} ;$ $4 \times \frac{6}{4}\sqrt{6^2 + 4 \times 4^2} = 6 \times \sqrt{36 + 64} ;$ $\Rightarrow S_{latérale} = 6 \times 10 = 60\text{ cm}^2.$ Calcul de l'aire totale : $S_{totale} = S_{base} + S_{latérale} = 36\text{ cm}^2 + 60\text{ cm}^2 = 96\text{ cm}^2.$ Les élèves prennent note des explications et de la définition . Les élèves construisent un patron de la pyramide : 

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Réinvestissement *(10 min)*	**❷ Hauteur d'une pyramide** Le professeur propose aux élèves l'exercice suivant : **Activité 2** Dans le dessin en perspective cavalière du pavé droit suivant apparaît une pyramide *EABCD*. Parmi les droites suivantes, précise la hauteur de la pyramide *EABCD* : (*EO*), (*EA*), (*EB*), (*EC*), (*ED*).  	Les élèves observent et répondent : → la droite (EA). Les élèves peuvent aussi proposer les réponses erronées : → la droite (EO) ; → la droite (ED).
	Le professeur indique la bonne réponse et la définition suivante : **Définition** On appelle hauteur d'une pyramide la droite qui passe par le sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base. **Propriété** Lorsqu'une pyramide est régulière, sa hauteur passe par le centre du cercle circonscrit à sa base.	Les élèves notent la définition et la propriété.
	❸ Volume d'une pyramide Le professeur propose aux élèves l'exercice suivant : **Activité 3** Considère le cube *ABCDEFGH* suivant :  	
	Dessine trois pyramides à base carrée telles que leurs sommets soient le point *E* et leur base soit une face du cube *ABCDEFGH*. Précise leur hauteur. L'enseignant fait remarquer que ces trois pyramides possèdent en commun les propriétés suivantes : ▸ Même base carrée et hauteurs de mêmes longueurs ; ▸ Elles ont le même volume.	Les élèves découvrent les pyramides suivantes : → *EBCGF* de hauteur *EF* ; → *EGCDH* de hauteur *EH* ; → *EABCD* de hauteur *EA*.

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Réinvestissement *(suite)*	**Formule du volume d'une pyramide** Le professeur énonce la formule permettant de calculer le volume d'une pyramide : Le volume V d'une pyramide d'aire de base β et de hauteur h est donné par la formule : $V = \frac{\beta \times h}{3}$	
Évaluation *(30 min)*	**❶ Exercices à faire en classe en groupe mixte** L'enseignant propose les deux exercices ci-dessous : **Exercice 1** La hauteur h d'une pyramide régulière à base carrée mesure 8 cm. Le périmètre de sa base mesure 16 cm. Calculez : **1.** son volume ; **2.** son aire latérale $A_{\text{latérale}}$; **3.** la longueur a d'une arête joignant le sommet à un sommet de la base.  	Les élèves commencent par calculer la longueur c d'un côté de la base afin de calculer le volume. Puis ils doivent calculer la hauteur h_f (l'apothème) correspondante d'une face triangulaire. Cette hauteur servira pour déterminer l'aire d'une face triangulaire et pour ensuite calculer l'aire latérale. La hauteur h_f (l'apothème) et la longueur c d'un côté de la base seront utilisées pour calculer la longueur a d'une arête joignant le sommet S à un sommet de la base. **1.** Pour calculer le volume : Les élèves commencent par calculer la longueur d'un côté de la base en divisant le périmètre par 4. Longueur c du côté du carré : $c = \frac{16}{4} = 4$ cm. Ils appliquent la formule $V = \frac{\beta \times h}{3}$ où β est l'aire de la base (l'aire du carré) et h la hauteur de la pyramide. → Volume : $V = \frac{1}{3}(4^2 \times 8) = \frac{1}{3}(16 \times 8) = \frac{128}{3}$ cm³. **2.** Pour calculer l'aire latérale $A_{\text{latérale}}$: Les élèves déterminent la hauteur h_f d'une face triangulaire (l'apothème) en appliquant le théorème de Pythagore. $h_f = \sqrt{h^2 + \frac{c^2}{4}} = \sqrt{8^2 + \frac{4^2}{4}} = \sqrt{68} = \sqrt{4 \times 17}$; $h_f = 2\sqrt{17}$ cm. Les élèves calculent l'aire d'une face triangulaire en appliquant la formule du calcul de l'aire d'un triangle et la multiplie par 4 pour trouver l'aire latérale. → $A_{\text{latérale}} = 4 \times \frac{c \times h_f}{2} = 4 \times \frac{4 \times 2\sqrt{17}}{2}$; $A_{\text{latérale}} = 16\sqrt{17}$ cm². **3.** Pour calculer la longueur a d'une arête joignant le sommet S de la pyramide à un sommet de sa base : Il faut partir d'une des faces, comme par ex. la face SAB, considérer le triangle SIB rectangle en I et utiliser le théorème de Pythagore. On a alors : $a^2 = h_f^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$; Pour $h_f = 2\sqrt{17}$ cm et $c = 4$ cm précédemment calculées, on obtient alors : $a^2 = 4 \times 17 + 4 = 72$ cm ; → $a = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm.

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Évaluation *(suite)*	**Exercice 2** Le volume d'une pyramide régulière de base carrée est $V = 48$ cm³. Le côté de base est $c = 6$ cm. Calculez : 1. La hauteur h ; 2. L'aire totale A_t de la pyramide.  	1. Pour calculer la hauteur h : Les élèves doivent partir de la formule du volume d'une pyramide $V = \frac{\beta \times h}{3}$ et isoler h. Ainsi $V = \frac{\beta \times h}{3} \Leftrightarrow h = \frac{3 \times V}{\beta}$. $h = \frac{3 \times V}{c^2} = \frac{3 \times 48}{6^2} = \frac{3 \times 48}{6^2} = 4$ cm. 2. Pour calculer l'aire totale A_t : Les élèves doivent calculer **l'aire de la base** et **l'aire latérale**. a. **Aire de la base :** $A_b = c^2 = (6 \text{ cm})^2 = 36$ cm². b. **Aire latérale :** ils doivent d'abord déterminer la hauteur h_f d'une face latérale (l'apothème) : La longueur h_f de la hauteur IS de la face SAB est égale à : → $h_f = \sqrt{h^2 + \frac{c^2}{4}} = \sqrt{4^2 + \frac{6^2}{4}} = \sqrt{25} = 5$ cm. Ensuite ils déterminent l'aire d'une face latérale : → $A_f = \frac{c \times h_f}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$ cm². Et l'aire latérale en multipliant l'aire d'une face latérale par 4. c. **L'aire totale** est égale à $4 \times A_f + A_b$: → $A_t = 4 \times 15 + 36 = 96$ cm².
Exercices d'entraînement et de consolidation	**③ Exercices d'entraînement** Le professeur propose ensuite aux élèves les exercices d'entraînement ci-dessous.	Les élèves copient les énoncés des exercices pour les traiter à la maison.
	Exercice 1 $SABCD$ est une pyramide de hauteur $h = 4{,}5$ cm. Sa base $ABCD$ est le trapèze ci-dessous :  Calcule le volume V de cette pyramide.	Pour répondre, les élèves doivent d'abord calculer l'aire de la base trapézoïdale de la pyramide. L'aire A_b de la base est : $A_b = \frac{(AB + DC) \times h_t}{2} = \frac{(20 + 30) \times 15}{2} = 375$ cm². Le volume V est égal à : $V = \frac{A_b \times h}{3}$; $V = \frac{375 \times 4{,}5}{3} = 562{,}5$ cm³.
	Exercice 2 $SABCD$ est une pyramide régulière de hauteur 4,5 cm et de volume 9,375 cm³. Sa base est le carré $ABCD$. Calcule la longueur c du côté de ce carré.	On utilise la formule $V = \frac{\beta \times h}{3}$ qui donne : $9{,}375 = \frac{c^2 \times h}{3} = \frac{c^2 \times 4{,}5}{3}$; $c^2 = \frac{3 \times 9{,}375}{4{,}5} = 6{,}25$ cm² ; → $c = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ cm.

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Exercices d'entraînement et de consolidation *(suite)*	**Exercice 3** *SABC* est une pyramide régulière de base *ABC* telle que : ▸ *AB* = 40 mm et *SA* = 60 mm ; ▸ [*SO*] est la hauteur de cette pyramide ; ▸ *A'* est le point d'intersection de (*AO*) et (*BC*). **1.** Dessine en dimensions réelles les figures de chacun des plans (*ABC*), (*SAC*) et (*SOA*). **2.** Calcule *AA', SO et SA'*. **3.** Calcule l'aire de la base A_b, l'aire latérale A_l et le volume *V* de cette pyramide.	**1.**  **2.** La pyramide étant régulière et à base triangulaire, alors le triangle *ABC* est équilatéral, *A'* est le milieu du segment [*BC*] et *O* le centre de gravité de *ABC*. On trouve $AA' = \frac{AB \times \sqrt{3}}{2} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm. On en déduit : $AO = \frac{2}{3} AA' = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm ; puis $OA' = \frac{1}{3} AA' = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. Comme le triangle *SOA* est rectangle en *O*, en appliquant le théorème de Pythagore, on a : $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{36 - \frac{16 \times 3}{9}}$; $SO = \sqrt{36 - \frac{16}{3}} = \sqrt{\frac{108 - 16}{3}} = \sqrt{\frac{92}{3}}$ cm. $SA' = \sqrt{SO^2 + OA'^2} = \sqrt{\frac{92}{3} + 4 \times \frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{92}{3} + \frac{4}{3}}$; $SA' = \sqrt{\frac{96}{3}} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$ cm. **3.** Aire A_b de la base de la pyramide : $A_b = \frac{AA' \times BC}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{2} = 4\sqrt{3}$ cm². Aire A_l latérale de la pyramide : $A_l = 3 \times \frac{SA' \times BC}{2} = \frac{3 \times 4\sqrt{2} \times 4}{2} = \frac{48\sqrt{2}}{2}$; $A_l = 24\sqrt{2}$ cm². Volume de la pyramide : $V = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{92}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{92}{3}}$; $V = \frac{4}{3}\sqrt{92}$ cm³.

Phases	Activités du professeur	Activités des élèves
Clôture *(15 min)*	Le professeur résume la leçon en ces termes : ▸ Une pyramide est un solide qui a une base polygonale, un sommet, des faces latérales triangulaires et une hauteur. ▸ Le volume V d'une pyramide est : $V = \frac{\beta \times h}{3}$ où β est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide. Ensuite, il donne des orientations pour la prochaine leçon sur le tronc de pyramide et prend congé des élèves.	

2.4.2 Fiche pédagogique de Madagascar

Classe : 4e (3e année du secondaire).

Le concept « solide de l'espace » est étudié depuis la classe de primaire à Madagascar. Le calcul des volumes et aires pour les prismes et le cylindre fait partie du programme scolaire de la classe de 4e. Pour soutenir la compréhension des élèves, des analyses à priori et à posteriori sont nécessaires pour l'enseignement et l'apprentissage de cette notion de calcul.

❶ ANALYSE À PRIORI

1. **Intention de l'enseignant :** l'intention de l'enseignant est d'apprendre aux élèves ce qu'est le volume d'un prisme et d'un cylindre.
2. **Justification de la leçon :** les élèves ont déjà calculé le volume d'un parallélépipède rectangle ou d'un cube. Il s'agit d'étendre ces connaissances sur le volume aux prismes et aux cylindres.
3. **Objectif visé en termes d'apprentissage :** l'objectif visé est qu'à la fin de la leçon, les élèves sachent calculer le volume d'un prisme et d'un cylindre.
4. **Objets d'apprentissage :** calcul du volume d'un prisme et d'un cylindre.
5. **Prérequis et préalables :** maîtriser :
   - ➜ les unités de longueurs, d'aires et de volumes ;
   - ➜ les formules de calcul des aires d'un rectangle, carré, triangle et cercle ;
   - ➜ les connaissances des notions géométriques telles que face, sommet, arête, base et hauteur.

6. **Ressources :**
   - Des solides préalablement construits, y compris des prismes et des cylindres.
   - Des logiciels qui donnent une visualisation en 3D.
   - Ordinateurs.
7. **Stratégies d'enseignement :** travail individuel et travail en petits groupes.
8. **Prise en compte des dimensions genre/inclusivité/différence :** constituer des groupes d'élèves de différents niveaux et sexes en y intégrant des élèves en situation de handicap s'il y en a dans la classe.
9. **Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique**

Touré, S. (1994). *Collection Inter Africaine de Mathématiques : Mathématiques 5e* (éd. 15). Vanves Cedex, France : Edicef.

— (1999). *Collection Inter Africaine de Mathématiques : Mathématiques 6e* (éd. 12). Vanves Cedex, France : Edicef.

— (2003). *Collection Inter Africaine de Mathématiques : Mathématiques 4e* (éd. 14). Vanves Cedex, France : Edicef.

10. **Anticipation**

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Processus de remédiation
L'élève n'arrive pas à : – identifier une surface de base d'un prisme ou d'un cylindre. Il ne peut penser que la surface de base dépend de la manière dont on représente le solide. – représenter la face visible d'un polyèdre. – se représenter les différentes vues (de dessus, de face, de côté) pour la perspective cavalière, chercher à conserver partout l'orthogonalité. – chercher à conserver les distances pour des arêtes placées sur les fuyantes. – percevoir la tridimensionnalité dans le dessin. – imaginer certaines caractéristiques de l'objet (angle droit, parallélisme, etc.).	On peut amener l'élève à percevoir qu'une surface de base d'un solide est une face de référence qui sert à le nommer, à le représenter ou à calculer son volume. ▸ Elle peut être unique (comme pour une pyramide ou un cône) en proposant une activité qui permet de cerner la configuration d'une pyramide ou d'un cône. Ou : ▸ Elle peut être en double (comme pour un cylindre ou un prisme). L'enseignant peut proposer une activité qui permet de cerner la configuration d'un cylindre ou d'un prisme où les bases sont deux faces parallèles. Dans le cas d'un cube, les six faces peuvent être vues comme des bases.

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Difficultés anticipées	Processus de remédiation
Pour le cas où la surface de base est un triangle, l'élève peut confondre la hauteur du triangle avec la hauteur du solide.	Proposer des activités qui mettent en évidence le concept de hauteur dans le cas des figures planes et dans le cas des solides.

10.3 Erreurs possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Erreurs anticipées	Processus de remédiation
L'élève prend n'importe quelle face pour base.	On suggère à l'élève de ne pas se précipiter pour calculer sans avoir bien identifié une surface de base.

❷ PENDANT LA CLASSE

11. Déroulement

11.1 Phase de mise en situation

	Activités du professeur	Activités de l'élève
▸ **Contrôle des prérequis** ▸ **Situation déclenchante**	1. Le professeur apporte plusieurs solides et demande aux élèves de mettre de côté les prismes et les cylindres. 2. Le professeur demande aux élèves de dire la nature de chaque face dans un prisme ou dans un cylindre. 3. Le professeur demande aux élèves de donner l'aire de chaque face énumérée.	1. Les élèves se rappellent les outils vus dans les classes antérieures pour identifier un prisme et un cylindre. 2. Réponses attendues : rectangle, carré, triangle, cercle, etc. 3. Réponses attendues : → Longueur × largeur ; → Coté × coté ; → (Base × hauteur) ÷ 2 ; → π × rayon × rayon.
Contenus d'apprentissage	▸ Rappel de la définition d'un prisme droit et d'un cylindre. ▸ Rappel des formules de calcul des aires d'un rectangle, d'un carré, d'un cercle et d'un triangle. ▸ Activité déclenchante : on veut construire un cylindre de hauteur 10 cm et de volume un litre. Comment peut-on calculer le rayon d'une surface de base ?	

11.2 Phase de réalisation

	Activités du professeur	Activités de l'élève
Présentation de la leçon, recherche des élèves	Le but de l'activité est d'amener les élèves à comprendre que le volume d'un prisme ou d'un cylindre est proportionnel à la hauteur de celui-ci (pour une aire de base fixée), mais aussi que ce volume est proportionnel aussi à l'aire de la base du prisme (pour une longueur de hauteur fixée).	
	L'enseignant propose à chaque groupe d'élève un tableau représentant la variation du volume en fonction de la hauteur. L'aire de la base est constante. Il demande aux élèves s'ils peuvent trouver une relation liant la hauteur du prisme et l'aire de la base.	Les élèves explorent le tableau, effectuent des calculs pour vérifier leurs hypothèses. Ils essaient de formuler une relation possible.
	Les tableaux diffèrent par la longueur de la hauteur (par exemple 2, 3, 5, etc.)	Les élèves peuvent repérer une relation de proportionnalité, car ce type d'exercice a été pratiqué depuis l'école primaire.
		En revanche, ils peuvent rester dans le contexte de la situation et traduire la relation dans notre exemple particulier par $V = 5 \times h$.

Prisme

Hauteur (*h*)	2	3	4	5	6	8	10	15	20
Aire de la base (*A*)	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Volume (*V*)	10	15	20	25	30	40	50	75	100

L'enseignant demande aux élèves d'expliquer leur solution.

Sur la base de ces dernières, il introduit l'idée que le volume (quand l'aire de la base est fixée) est proportionnel à la longueur de la hauteur du prisme.

À ce stade, certains élèves peuvent généraliser la relation entre la hauteur h et l'aire A de la base en proposant la formule $V = h \times A$. Si c'est le cas, l'enseignant pourra demander de vérifier cette relation à l'aide du tableau ci-dessous :

Hauteur (*h*)	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Aire de la base (*A*)	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Volume (*V*)	8	10	12	14	16	18	20	22	24

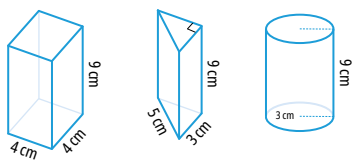
Sinon l'enseignant demande d'observer ce tableau et de déduire une relation liant aire de la base, hauteur et volume.

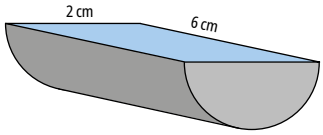
Le fait que les groupes travaillent sur des valeurs différentes de l'aire de la base permet de conclure sur une relation de proportionnalité.

À ce stade certains élèves peuvent formuler une relation plus générale entre aire de la base et hauteur du prisme.

	Activités du professeur	Activités de l'élève
Présentation de la leçon, recherche des élèves *(suite)*	**N. B. :** si l'enseignant et les élèves disposent d'un accès à un logiciel de géométrie dynamique, celui-ci pourra être utilisé pour trouver la relation ou pour la vérifier et en visualiser les effets. Cette activité et cette démarche pourront être reprises dans le cas du volume du cylindre. Toutefois, à ce stade, en s'appuyant sur une représentation du cylindre faisant apparaître disque de base et hauteur du cylindre, il est possible d'introduire la relation en misant sur un raisonnement analogique.	
Contenu d'apprentissage	Le volume V d'un prisme ou d'un cylindre est donné par la formule : V = aire d'une base × hauteur.	

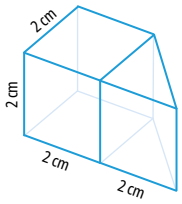
11.3 Phase d'objectivation

Activités du professeur	Activités de l'élève
L'enseignant propose l'activité suivante. **Exercice d'application sur le volume d'un prisme et d'un cylindre** Calculez le volume des objets suivants : **1** Prisme à base carrée **2** Prisme à base triangulaire (triangle rectangle) **3** Cylindre  	L'élève identifie la nature de chaque objet et applique la formule trouvée plus haut pour le calcul. **Réponses attendues :** → $V_1 = 4\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 9\text{ cm} = 144\text{ cm}^3$; → $V_2 = (4\text{ cm} \times 3\text{ cm}) \div 2 \times 9\text{ cm} = 54\text{ cm}^3$; → $V_3 = (\pi \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm}) \times 9\text{ cm} = 81\pi\text{ cm}^3$. Pour le prisme à base triangulaire, l'élève devra remarquer qu'il faut d'abord chercher le côté non-donné.

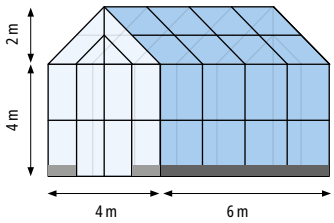
Activités du professeur	Activités de l'élève
L'enseignant propose l'activité suivante. **Situation d'intégration sur le volume d'un prisme et d'un cylindre** Lala a coupé un cylindre en deux parts égales afin de construire un petit réservoir d'eau. Les mesures qu'elle obtient sur une part sont données par la figure suivante :  Quel volume maximum d'eau V_{max} peut-on mettre dans cette moitié de cylindre ?	L'élève identifie que la hauteur du cylindre est de 6 cm et le rayon de sa surface de base est de 1 cm. Il calcule ensuite le volume V_{max} du demi-cylindre. **Réponse attendue :** → $V_{max} = (\pi \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 6\text{ cm}) \div 2 = 3\pi\text{ cm}^3$.

11.4 Phase d'évaluation

Activités du professeur	Activités de l'élève
L'enseignant propose à l'élève de construire trois objets de l'espace dont le volume de chaque objet est un litre : un prisme à base carré, un prisme à base triangulaire isocèle dont la base (celle du triangle isocèle) mesure 10 cm, et un cylindre. **N. B. :** le nombre de solutions est infini car il faut décider de la valeur de deux données. Le professeur pourra indiquer aux élèves que la construction doit rester possible et que les dimensions choisies doivent le permettre.	L'élève sait qu'il faut construire le patron de chaque objet. Dans ce cas, on a besoin des dimensions de l'objet. L'élève doit alors manipuler les formules pour obtenir les dimensions nécessaires. Dans chaque cas, l'élève doit connaître la conversion $1\ l = 1\text{ dm}^3 = 1000\text{ cm}^3$. Il doit comprendre que lorsqu'on a fixé une des deux variables nécessaires au calcul, l'autre est alors déterminée. ▸ **Pour le prisme à base carrée**, on a besoin de calculer la longueur du côté de la base. En effet, le volume est donné par la formule $V = c^2 \times h = 1000\text{ cm}^3$ où c est la longueur d'un côté du carré de base. Une solution possible est un cube de longueur d'arête 10 cm. Une autre est par exemple un parallélépipède rectangle, dont la base est un carré mesurant 5 cm de côté, et de hauteur 40 cm. ▸ **Pour le prisme à base triangulaire isocèle,** on a besoin de calculer la hauteur h_t du triangle isocèle. Le volume du prisme est obtenu par la formule : $V = \frac{10 \times h_t}{2} \times h = 1000\text{ cm}^3$. Une solution peut être, par exemple pour $h_t = 10$ cm, le prisme à base triangulaire de hauteur $h = 20$ cm.

Activités du professeur	Activités de l'élève
	▸ **Pour le cylindre,** il faut calculer le rayon r de la base. En effet, son volume est alors donné par le calcul : $V = \pi \times r^2 \times h$. Une solution peut être un cylindre de hauteur $h = \frac{10}{\pi}$ cm et de rayon $r = 10$ cm.
Activité de remédiation : L'enseignant propose l'activité suivante. Calculez le volume de l'objet ci-dessous :  L'objet est un cube uni à un demi-cube dont une face est une face du cube.	L'élève observe que l'objet se compose de deux prismes côte à côte. Dans ce cas, le volume total est obtenu en effectuant la somme des deux volumes respectifs. **Réponse attendue :** → $V_1 = (2\text{ cm})^3 = 8\text{ cm}^3$; → $V_2 = V_1 \div 2 = 4\text{ cm}^3$; → Volume de l'objet $= V_1 + V_2 = 12\text{ cm}^3$.

12. Exercices d'approfondissement

Activités du professeur	Activités de l'élève
L'enseignant propose l'activité suivante. À l'aide des mesures suivantes, calculez le volume de cette serre.  	L'élève identifie d'abord les figures géométriques utilisées pour représenter la serre. → Le toit est un prisme droit à base triangulaire et le reste est un prisme droit à base carrée. Il calcule le volume V_1 du toit : $V_1 = A_{\text{base triangulaire}} \times$ longueur du toit ; $A_{\text{base triangulaire}} = \frac{\beta \times h}{2} = \frac{4\text{ m} \times 2\text{ m}}{2} = 4\text{ m}^2$; $\Rightarrow V_1 = 4\text{ m}^2 \times 6\text{ m} = 24\text{ m}^3$. Le volume V_1 du toit (prisme droit à base triangulaire) est donc 24 m^3. Puis il calcule le volume V_2 du prisme droit à base carrée : $V_2 = A_{\text{base carrée}} \times$ longueur du prisme à base carrée ; $\Rightarrow V_2 = (4\text{ m} \times 4\text{ m}) \times 6\text{ m} = 96\text{ m}^3$. L'élève additionne les deux volumes pour déterminer le volume total V de la serre, soit : $\Rightarrow V_{\text{Serre}} = V_1 + V_2 = 24 + 96 = 120\text{ m}^3$.

Activités du professeur	Activités de l'élève
Exercice à la maison : L'enseignant propose l'activité suivante. Construisez un aquarium ayant la forme d'un prisme à base rectangulaire, qui peut contenir 3 litres d'eau.	L'élève cherche du matériel pour construire l'aquarium. Puis il choisit sa hauteur et en déduit ses autres dimensions. Si nous désignons par h la hauteur de l'aquarium, par l et L respectivement la largeur et la longueur du rectangle de base, le problème revient à déterminer les nombres h, l et L tels que : $l \times L \times h = 3\,000 \text{ cm}^3$. L'élève dispose d'une infinité de possibilités lorsqu'il fixe l'une des trois dimensions. **Exemple :** si $h = 30$ cm, alors il faut déterminer L et l telles que : $l \times L \times 30 = 3\,000 \text{ cm}^3$. $L = 20$ cm et $l = 5$ cm est une possible solution. $L = 12{,}5$ cm et $l = 8$ cm en est une autre. Enfin, il construit un aquarium.

Conclusion générale

LES TROIS VOLUMES (*Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques. Volume 1 - Nombres et opérations ; Volume 2 - Géométrie plane et géométrie dans l'espace ; Volume 3 - Proportionnalité, fonctions et algèbre*) s'inscrivent dans la continuité des productions du GTE 4 (*Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques* et *Glossaire de didactique*). Ces productions ciblent les formateurs d'enseignants de mathématiques. Dans cette série d'ouvrages, le lecteur pourra ainsi trouver de nombreux exemples contextualisés d'outils et ressources qui ont été co-construits avec la contribution de représentants de 13 pays de la francophonie, pour penser des formations d'enseignants. Par « contextualisé », nous entendons des outils qui prennent en compte dans le détail les spécificités de chaque politique éducative des treize pays concernés.

Nous avons retenu plusieurs critères : l'intégration des contenus des programmes du pays analysés, notamment par des cartographies/continuums et des fiches pédagogiques, l'expérience des participants aux groupes de productions associés aux webinaires du GTE 4 de renforcement du pôle des experts associés, les contraintes et habitudes pédagogiques des pays concernés, ainsi que la dimension genre. Les représentants des treize pays ont participé à cette œuvre collective au sein des groupes de travail et ont contribué ensemble aux analyses conceptuelles et à l'élaboration des cartes conceptuelles en fonction des concepts mathématiques en jeu. Ainsi pour chaque thème, précisément, les analyses et cartes conceptuelles sont des productions communes des pays qui ont travaillé sur le même thème.

La contextualisation se révèle dans le choix des cartographies/continuums et des fiches pédagogiques. Si nous avons privilégié l'aspect contextualisé des ressources présentées dans cet ouvrage, c'est pour répondre aux demandes des ministères des pays, mais aussi aux préoccupations des participants aux webinaires.

Aussi avons-nous voulu plonger ces productions spécifiques dans des analyses qui dépassent les pays et qui, de ce fait, sont utilisables par les 23 pays éligibles au programme APPRENDRE. C'est le cas des analyses et cartes conceptuelles qui fournissent des connaissances mathématiques plus élargies, ainsi que des pistes pour enseigner les domaines ou concepts traités. Ces connaissances et pistes ne se limitent plus aux programmes spécifiques à chaque pays, mais essaient de prendre en compte l'avancée des connaissances scientifiques dans le domaine.

Nous pensons que ces deux axes de rédaction, à savoir, les ressources et outils contextualisés et les réflexions plus larges associées aux recherches en didactique des mathématiques, permettront d'en faire un usage éclairé, efficace et adapté.

Ainsi la production de ressources pour l'enseignement de la géométrie en suivant la démarche proposée dans le guide des formateurs montre que malgré les spécificités de chaque pays et de chaque domaine, un cadre général de production peut être adopté.

Structure et contenus des trois ouvrages

Dans ces trois volumes, nous avons présenté une introduction générale. Celle-ci est suivie de différents chapitres concernant les ressources et outils co-construits. Ces chapitres s'organisent autour d'une introduction pour chaque thème des ressources produites articulant des réflexions générales et spécifiques, avec des éléments qui structurent des analyses à priori des contenus mathématiques à enseigner. Ces analyses sont en lien avec des théories didactiques éprouvées en recherche et en formation des enseignants. Ces théories ont servi de cadre et de base pour penser les formations à l'enseignement des mathématiques et les webinaires du GTE 4 au sein du programme APPRENDRE. Ces analyses à priori qui précèdent les ressources, permettent d'exercer une vigilance didactique dans la mesure où elles servent à lire et gérer le réel de la classe afin de favoriser les apprentissages des élèves.

L'utilisation des ressources en lien avec des savoirs issus de la recherche par les formateurs permettra à ceux-ci de mieux comprendre et de mieux cerner les enjeux de la pratique enseignante. De plus, l'analyse conceptuelle (AC) vise à éclairer les différentes dimensions associées à un concept suivant la théorie de Vergnaud. Les catégories structurant la carte conceptuelle (CC) éclairent sur les objectifs des alinéas du programme d'études et sur leur place dans les programmations qui en découlent. La cartographie/continuum (CCO), quant à elle, permet aux formateurs d'analyser les programmes officiels et leur évolution et de faire comprendre le processus de transposition didactique propre à ces programmes (lieu de définition et de répartition institutionnelle des savoirs à enseigner). La fiche pédagogique (FP), enfin, propose des situations susceptibles de provoquer les apprentissages attendus par les programmes institutionnels.

Les tableaux ci-dessous décrivent les 39 outils et ressources présentés dans l'ensemble des trois volumes.

Répartition de ressources communes unifiées par groupe de pays

	Analyses conceptuelles	Cartes conceptuelles	TOTAL
Bénin, Sénégal, Togo	1	1	2
Burundi, Comores, Congo, Mauritanie	1	1	2
Bénin, Togo, Madagascar	1	1	2
Bénin, Congo, Sénégal	1	1	2
Cameroun, Tchad, Madagascar	1	1	2
Djibouti, Côte d'Ivoire	1	1	2
TOTAL	**6**	**6**	**12**

Répartition de ressources contextualisées par pays

	Cartographies / continuums	Fiches pédagogiques	TOTAL
Bénin	2	1	3
Burundi	1	1	2
Cameroun	1	0	1
Comores	1	0	1
Congo	1	1	2
Côte d'Ivoire	1	1	2
Djibouti	1	1	2
Madagascar	2	1	3
Mauritanie	0	1	1
Sénégal	2	2	4
Tchad	1	1	2
Togo	2	2	4
TOTAL	**15**	**12**	**27**

Tableau-synthèse des 39 productions

Légende :
- **AC :** Analyse conceptuelle
- **CC :** Carte conceptuelle
- **CCO :** Cartographie / continuum
- **FP :** Fiche pédagogique

		AC	CC	CCO	FP	TOTAL
Les nombres décimaux	Bénin (Bé) Sénégal (S) Togo (T)	1 BéST	1 BéST	1 Bé 1 S 1 T	1 Bé 1 S 1 T	**8**
Les opérations arithmétiques, sens et techniques	Burundi (Bu) Comores (Co) Congo (Cg) Mauritanie (M)	1 BuCoCgM	1 BuCoCgM	1 Bu 1 Co	1 Bu 1 Cg 1 M	**7**
Proportionnalité et fonctions affines et linéaires	Bénin (Bé) Madagascar (Mg) Togo (T)	1 MgT	1 MgT	1 Mg 1 T	1 T	**5**
Géométrie plane	Bénin (Bé) Congo (Cg) Sénégal (S)	1 BéCgS	1 BéCgS	1 Bé 1 Cg 1 S	1 S	**6**
Géométrie dans l'espace	Cameroun (C) Madagascar (Mg) Tchad (Tc)	1 CMgTc	1 CMgTc	1 C 1 Mg 1 Tc	1 Mg 1 Tc	**7**
L'algèbre et la pré-algèbre	Djibouti (D) Côte d'Ivoire (Ci)	1 DCi	1 DCi	1 D 1 Ci	1 D 1 Ci	**6**
Total		**6**	**6**	**15**	**12**	**39**

Bibliographie

1 Enseignement de la géométrie plane

Barrier, T., **Hache, C.**, **Mathé, A.-C.**, et **Montigny, S.** (2013). *Décrire l'activité géométrique des élèves : instruments, regards, langage*. In COPIRELEM.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6, 132-158.

Duval, R. et **Godin, M.** (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

Houdement, C. et **Kuzniak, A.** (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 11, 175-193.

Mangiante-Orsola, C. et **Perrin-Glorian, M.-J.** (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Grand N*, 94, 47-83.

Perrin-Glorian, M.-J., **Mathé, A.-C.** et **Leclercq, R.** (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères IREM*, 90, 5-41.

2 Enseignement de la géométrie dans l'espace

Berthelot, R. et **Salin, M.-H.** (1999-2000). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N*, 65, 37-59.

Bishop, A. J. (1986). Quelques obstacles à l'enseignement de la géométrie. *Études sur l'enseignement des mathématiques, 5 : l'enseignement de la géométrie*, 141-159.

Braconne-Michoux, A. (2014). Les niveaux de pensée en géométrie de Van Hiele : de la théorie à l'épreuve de la classe. *Bulletin AMQ*, LIV(1), mars, 17-35.

Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. Rethymnon, Grèce, 67-83. https://hal.science/hal-00515110v1.

Chaachoua, H. (1997). Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Étude d'un cas : la vie des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes. Thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.

Clements, D. H. et **Battista, M. T.** (1992). « Geometry and spatial reasoning » In Douglas, A. et Grouws (dir). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York, Macmillan Publishing Compagny, p. 420-464.

Houdement, C. et **Kuzniak, A.** (2019). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. *Grand N*, 64, 65-78.

Marchand P. (2009). Le développement du sens spatial au primaire. *Bulletin AMQ*, XLIX(3), 3-77. Actes du 52e colloque.

Présentation des auteurs

Denis BUTLEN est chercheur en didactique des mathématiques, professeur émérite de l'Université CY Paris Cergy Université et associé au laboratoire de didactique André Revuz. Il est coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE. Ses travaux concernent principalement l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, notamment issus de milieux socialement défavorisés à l'école primaire et au début du collège. Ils s'articulent autour de trois axes principaux. Le premier axe centré sur l'enseignement du calcul mental et de la résolution de problèmes porte sur l'étude des liens entre construction des connaissances, construction du sens et maîtrise des techniques opératoires. Le deuxième axe concerne les pratiques des enseignants exerçant dans le cadre de l'éducation prioritaire (organisation et catégorisation des pratiques, gestes professionnels associés). Le troisième axe porte sur la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Adolphe Cossi ADIHOU est professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada). Ses recherches portent sur le développement de la pensée algébrique, les problématiques relatives aux trucs mathématiques en enseignement et en apprentissage, les difficultés d'enseignement-apprentissage en mathématiques, les pratiques enseignantes et la formation pour l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire. Impliqué en formation initiale et continue des enseignants, il a conçu des ressources didactiques qui articulent savoirs mathématiques et didactiques dans une approche collaborative. Il est notamment intervenu au Bénin, au Cameroun, au Congo, en Guinée, au Niger, en République Centrafricaine et au Togo dans le cadre des missions du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » en vue du renforcement des compétences en didactique des mathématiques des formateurs de formateurs d'enseignants dans le cadre du projet APPRENDRE.

Jeanne KOUDOGBO est professeure titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke, au Québec (Canada). Elle est codirectrice des programmes de maîtrise, DESS et microprogramme en adaptation scolaire, co-directrice et responsable du volet mathématique de la Clinique Pierre-H.-Ruel, rédactrice en chef de RISADiMA et secrétaire générale de l'Association africaine de didactique des mathématiques (ADiMA). Chercheuse au CRIDiD, CREA et CREAS, ses travaux concernent les pratiques enseignantes, les dispositifs novateurs d'aide aux élèves en difficulté, les mécanismes de construction des connaissances, les visées et les contenus des programmes et des manuels scolaires, les défis actuels en enseignement-apprentissage des mathématiques ainsi que les dispositifs de formation initiale et continue. Membre active de comités scientifiques et d'organismes internationaux, elle contribue notamment au GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE, pour lequel elle a assuré la formation de formateur-ices en Afrique.

Julie HOROKS est professeure des universités à l'Université Paris-Est Créteil (UPEC) et membre du Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR). Elle est responsable du master MEEF 1er degré de l'INSPÉ de l'académie de Créteil, rédactrice en chef de la revue *Grand N*, co-vice-présidente de l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM) et membre du CNU 2 - 6e section. Elle intervient dans la formation initiale et continue des enseignantes et enseignants du primaire et du secondaire. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE, elle a animé plusieurs ateliers de formation de formateurs en Afrique. Ses thèmes de recherche portent sur l'évaluation en mathématiques (caractérisation des pratiques d'évaluation d'enseignants du collège en algèbre et production de ressources) et sur les effets de la formation par la recherche en didactique des mathématiques sur les pratiques d'enseignement en mathématiques des professeurs des écoles débutants.

Sylvie COPPÉ est retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève en didactique des mathématiques. Elle participe à la formation des enseignants de mathématiques du primaire et du secondaire. Ses domaines de recherche concernent la résolution de problèmes, l'enseignement de l'algèbre élémentaire, l'évaluation, les ressources, les pratiques enseignantes et la collaboration entre enseignants, formateurs et chercheurs. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », elle participe dans ce cadre à la réflexion sur la formation des formateurs et enseignants de mathématiques.

Gervais AFFOGNON est docteur en didactique des mathématiques. Ses recherches ont porté sur les perspectives historiques dans l'enseignement des mathématiques. Il est chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation des enseignants et conseiller pédagogique pour le suivi de proximité des enseignants. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », il a dirigé dans le cadre du programme APPRENDRE des ateliers de renforcement de capacités en didactique des mathématiques de formateurs de formateurs dans plusieurs pays d'Afrique. Il a également participé à la relecture des programmes de mathématiques des 1re et 2e années du primaire au Bénin.

apprendre.auf.org

https://www.facebook.com/ProgrammeAPPRENDRE

https://www.linkedin.com/company/programme-apprendre

https://www.youtube.com/c/programmeapprendre

https://www.whatsapp.com/channel/0029VbD7xuLLCoWuCNubcH0N