APPRENDRE

GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

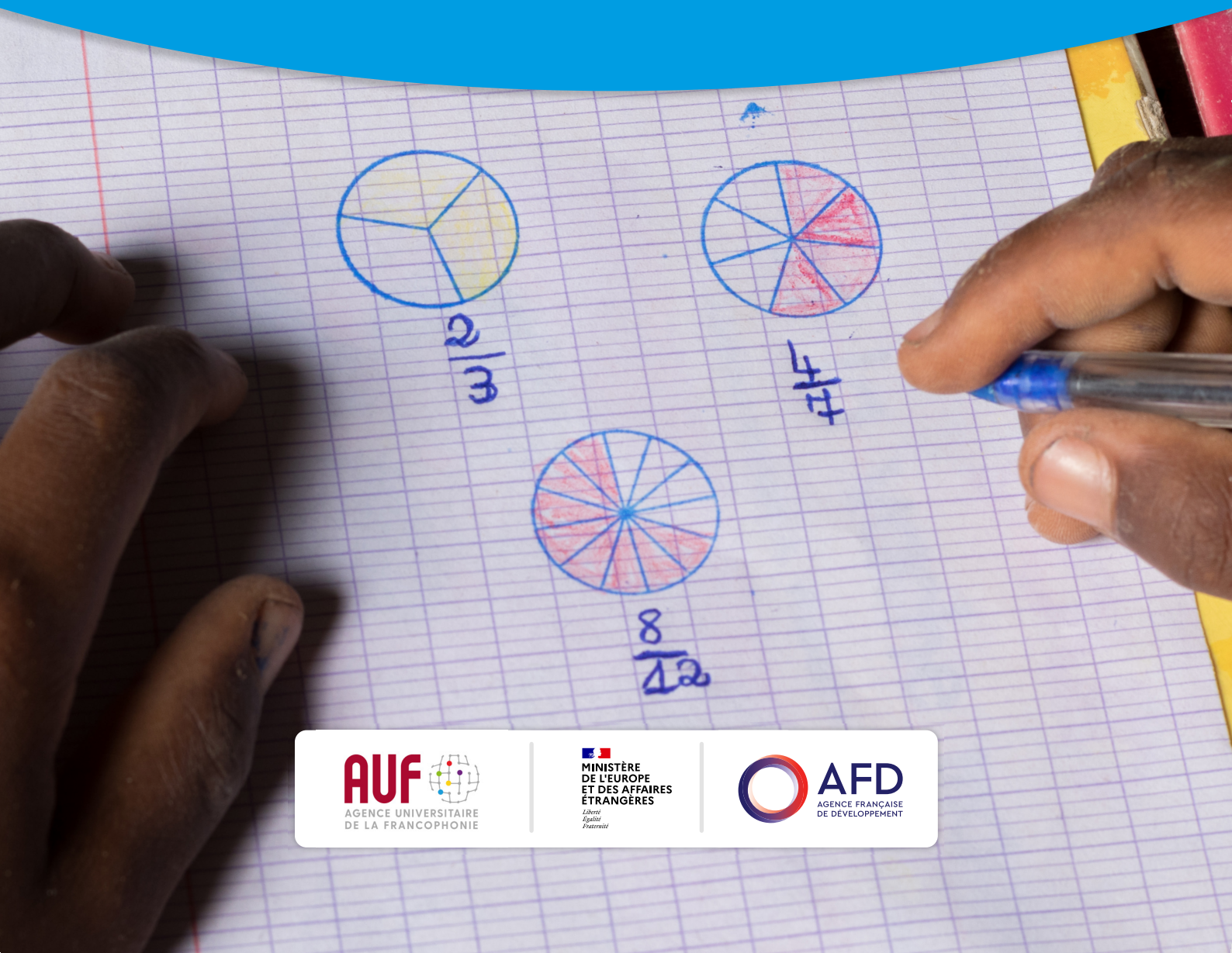
PROMOTION ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES

2026

Exemples d'outils contextualisés pour la **formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques**

VOL. 1

Nombres et opérations



AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

MINISTÈRE DE L'EUROPE ET DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES
Liberté
Égalité
Fraternité

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

LE PROGRAMME APPRENDRE

Actif depuis 2018, le programme APPRENDRE a pour mission de renforcer la professionnalisation des enseignantes et enseignants, d'améliorer la qualité de la formation initiale et continue, et de soutenir leur développement professionnel tout au long de leur carrière. Le programme agit à la fois sur les pratiques pédagogiques, sur les statuts enseignants et sur la gouvernance de la profession. En cela, il contribue à l'amélioration de la condition enseignante et à la création d'un environnement favorable à une meilleure qualité des enseignements-apprentissages, conformément à l'Objectif de Développement Durable 4 (ODD 4) des Nations unies.

Pour atteindre ces objectifs, APPRENDRE mobilise son réseau d'expertise et facilite l'accès à des ressources, outils et savoirs.

APPRENDRE accompagne les ministères de l'Éducation de 23 pays francophones dans le renforcement des capacités de leurs personnels d'encadrement et d'accompagnement pédagogique. À la demande de ces pays, APPRENDRE mobilise un réseau d'expertise et de partenaires (personnes praticiennes, chercheuses, cadres éducatifs et universitaires) pour réaliser des missions de formation, d'audit, de diagnostic et d'ingénierie.

Les appuis mis en place par APPRENDRE ciblent prioritairement les directions et institutions responsables de la formation initiale et continue des personnels enseignants dans les pays concernés. L'identification des actions à mener s'appuie sur le recueil des besoins des actrices et des acteurs, dans une démarche partenariale fondée sur le dialogue et l'échange. Chaque pays définit son Plan de Travail Annuel (PTA) en étroite collaboration avec les huit Groupes Thématiques d'Expertise (GTE) du programme. C'est ensemble qu'un diagnostic est effectué, qu'une réflexion est menée et que les actions à mettre en place sont déterminées.

APPRENDRE n'est pas un dispositif de formation et ne se substitue pas aux financements sectoriels de l'éducation. Ses appuis, ponctuels et ciblés, s'inscrivent en amont des projets nationaux conçus et pilotés par les pays et renforcent les capacités de conception, de pilotage et de suivi des ministères.

Par ses interventions, APPRENDRE contribue à améliorer durablement la qualité des enseignements et des apprentissages dans les systèmes éducatifs francophones.

CE GUIDE A ÉTÉ CONÇU PAR :

Denis BUTLEN, professeur des universités émérite à CY Cergy Paris Université (France), coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences »

Adolphe Cossi ADIHOU, professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

Jeanne KOUDOGBO, professeure titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

Julie HOROKS, professeure des universités en didactique des mathématiques à l'Université Paris-Est Créteil (UPEC, France)

Sylvie COPPÉ, retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève (Suisse)

Gervais AFFOGNON, docteur en didactique des mathématiques, chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation du Bénin

SOUS LA COORDINATION DE :

Denis BUTLEN, professeur des universités émérite à CY Cergy Paris Université (France), coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences »

CONCEPTION GRAPHIQUE, MISE EN PAGE ET RÉVISION SCIENTIFIQUE : Alexandre LOURDEL

ÉDITION ET CORRECTION : Fanny PIAT-GILLES

PHOTO DE COUVERTURE : Joannès DOGLO

Ce guide est placé sous la licence Creative Commons Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International (CC BY-SA 4.0).

Paris, 2026.

APPRENDRE

GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

PROMOTION ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES

2026

Exemples d'outils contextualisés pour la **formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques**

VOL. 1

Nombres et opérations

AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

MINISTÈRE DE L'EUROPE ET DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES
Liberté
Égalité
Fraternité

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

Sommaire

SOMMAIRE

Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques

Vol. 1 : Nombres et opérations

Remerciements ... 9

INTRODUCTION ... 10

1. Préambule ... 11
2. Le programme APPRENDRE ... 11
3. Présentation du GTE 4 ... 11
4. Un document regroupant des outils de formation contextualisés ... 12
   - 4.1 Trois documents s'inscrivant dans une continuité ... 12
   - 4.2 Les thèmes mathématiques abordés ... 13
   - 4.3 Des outils davantage contextualisés ... 14
     - 4.3.1 L'analyse conceptuelle ... 14
     - 4.3.2 La cartographie/continuum ... 15
     - 4.3.3 La carte conceptuelle ... 15
     - 4.3.4 La fiche pédagogique ... 16
   - 4.4 Prise en compte de domaines plus larges ... 16
   - 4.5 Prise en compte du contexte local ... 16
5. Les auteurs et les pays ... 17
6. Des principes de formation ... 18
7. La structure du document ... 19

PREMIÈRE PARTIE | L'enseignement des nombres décimaux ... 21

1. Introduction à l'enseignement des décimaux ... 23
   - 1.1 Quelques éléments clés à propos des nombres décimaux ... 23
     - 1.1.1 Les différents ensembles de nombres et le cas des décimaux ... 24
     - 1.1.2 Définitions des rationnels ... 24
     - 1.1.3 Définitions des décimaux ... 24
     - 1.1.4 Relation d'inclusion ... 25
     - 1.1.5 Une propriété des nombres décimaux : la densité ... 25
   - 1.2 Questions didactiques à propos des décimaux ... 25
     - 1.2.1 Rupture entre nombres entiers et décimaux ... 26
     - 1.2.2 Numération et opérations ... 27

1.3 Les conceptions erronées des décimaux découlant d'obstacles et de difficultés ... 29
1.3.1 Le nombre décimal est un autre codage (manière d'écrire) d'un nombre entier ... 29
1.3.2 Confusion de l'ordre de grandeur des chiffres lié à leur position (dixièmes, centièmes, millièmes, etc.) ... 30
1.3.3 Deux types de nombres : ceux avec ou sans virgule ... 31
1.4 Conseils pour l'enseignement des décimaux ... 31
1.4.1 Articulation des décimaux avec d'autres notions ... 31
1.4.2 Recours à du matériel pour enseigner les décimaux et les opérations sur ces nombres ... 32
1.4.3 Donner du sens aux opérations sur les décimaux ... 33
1.5 Présentation de la suite du chapitre et de son organisation ... 35
2. Les outils pour l'enseignement des nombres décimaux ... 36
2.1 Analyse conceptuelle ... 36
2.2 Cartographies / continuums des différents pays ... 41
2.2.1 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Bénin, version secondaire ... 41
2.2.2 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Sénégal, version secondaire ... 44
2.2.3 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Togo, version secondaire ... 47
2.3 Carte conceptuelle de l'enseignement des nombres décimaux ... 50
2.4 Fiches pédagogiques sur l'enseignement des nombres décimaux (au secondaire) par pays ... 51
2.4.1 Bénin : multiplication de nombres décimaux (6e) ... 51
2.4.2 Sénégal : comparaison de nombres décimaux (6e) ... 61
2.4.3 Togo : nommer, lire et écrire les nombres décimaux (6e) ... 70

SECONDE PARTIE | Sens et techniques des opérations arithmétiques ... 83

1. Introduction : les points de vigilance à prendre en compte lors de l'élaboration d'une progression sur un algorithme opératoire ... 85
1.1 Sens et techniques ... 85
1.2 Les étapes de la construction de la technique ... 85
1.3 La mobilisation de faits numériques, les tables ... 86
1.4 Le choix d'une technique opératoire à enseigner ou du sens à privilégier pour construire la technique ... 86
1.5 Des obstacles didactiques à éviter ... 87
1.6 Conclusion ... 87

2. Les outils pour enseigner la division dans ℕ ... 88

2.1 Introduction ... 88

2.1.1 Division et proportionnalité simple ... 88
2.1.2 Les procédures de résolution susceptibles d'être mobilisées par un élève n'ayant pas appris auparavant la technique de la division posée ... 90
2.1.3 Une typologie d'erreurs s'appuyant sur une liste organisée de leurs sources éventuelles ... 90
2.1.4 Des moyens de contrôle pour l'élève ... 91

2.2 Analyse conceptuelle de la division dans ℕ (Burundi, Comores, Congo et Mauritanie) ... 92
2.3 Cartographie/continuum de l'enseignement de la division (Burundi, Comores) ... 98
2.4 Carte conceptuelle de la division dans ℕ (synthèse) ... 100
2.5 L'enseignement de la technique de la division dans ℕ en 4e année du primaire au Burundi ... 101

3. L'enseignement de l'addition et de la soustraction dans l'ensemble des nombres entiers relatifs ℤ ... 118

3.1 Introduction ... 118

3.1.1 Plusieurs situations convoquant des contextes différents ... 118
3.1.2 Les signes + et − peuvent avoir des sens différents ... 118
3.1.3 Les règles de suppression des parenthèses ... 119
3.1.4 Conclusion ... 120

3.2 Analyse conceptuelle de l'addition et soustraction dans ℤ ... 121
3.3 Cartographie/continuum de l'addition et de la soustraction dans ℤ (République Démocratique du Congo) ... 125
3.4 Carte conceptuelle de l'addition et de la soustraction dans ℤ (synthèse) ... 127
3.5 Fiche pédagogique : l'addition dans ℤ ... 128

CONCLUSION GÉNÉRALE ... 137

BIBLIOGRAPHIE ... 143

1. Bibliographie relative à l'enseignement des décimaux ... 145
2. Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques (sens et technique) ... 146

2.1 Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques dans ℕ ... 146
2.2 Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques dans ℤ ... 147

PRÉSENTATION DES AUTEURS ... 149

Remerciements

NOUS TENONS tout d'abord à remercier le conseil scientifique du programme APPRENDRE et les coordinateurs du programme, en particulier Johanna GARDREL, Sophie DOBOSZ et Nicolas BARBE pour la confiance et l'appui qu'ils ont accordés à ce projet.

Merci aussi aux 36 participantes et participants aux groupes de production associés aux webinaires de renforcement du pôle des expertes et experts associés et notamment aux 21 participantes et participants des groupes de production de documents en mathématiques. Ils ont contribué à la production de cette ressource par leur questionnement, leur investissement dans la réflexion et la rédaction.

Nous tenons à remercier l'Agence Universitaire de la Francophonie et l'Agence Française du Développement pour leur soutien logistique et financier au programme APPRENDRE et la production de cette ressource.

Nous remercions aussi Fanny PIAT-GILLES et Alexandre LOURDEL pour leur participation à la mise en page et l'édition de ce document.

Introduction

Préambule

Pour ne pas alourdir la rédaction du guide et dans un souci de facilitation de la lecture, l'écriture inclusive n'a pas été systématiquement utilisée. Mais il faut bien comprendre dans l'utilisation des termes *enseignants*, *formateurs*, *experts*, *rédacteurs*, *lecteurs*, etc. que cela concerne bien évidemment aussi les enseignantes, formatrices, expertes, rédactrices, lectrices, etc.

Le programme APPRENDRE

Le programme APPRENDRE a pour objectif de mobiliser de l'expertise dans le domaine pédagogique, didactique et universitaire. Il accompagne les ministères de l'Éducation de 23 pays francophones en matière de renforcement des capacités des enseignants du primaire et du secondaire. À la demande de ces pays, APPRENDRE mobilise un réseau d'expertes et d'experts et de partenaires (praticiennes et praticiens, cadres éducatifs, universitaires, chercheuses et chercheurs) pour des missions de formation, d'audit, de diagnostic et d'ingénierie.

Les appuis mis en place par APPRENDRE ciblent prioritairement les directions et institutions nationales responsables de la formation initiale et continue des enseignants dans les pays concernés.

L'identification des actions à mener s'appuie sur le recueil des besoins des acteurs, dans une démarche partenariale fondée sur le dialogue et l'échange. Chaque pays définit son plan d'action (PTA) en étroite collaboration avec les expertes et experts du programme. Ensemble, ils établissent un diagnostic, mènent une réflexion et déterminent les actions à mettre en place.

APPRENDRE n'est pas un dispositif de formation. Il n'a pas vocation à se substituer aux financements sectoriels de l'éducation dans les pays éligibles. Ses appuis, ponctuels et ciblés, s'inscrivent en amont des projets nationaux conçus et pilotés par les pays et viennent renforcer les capacités de conception et de suivi des ministères.

Présentation du GTE 4

Ce document a été rédigé par les expertes et experts didacticiens des mathématiques du Groupe Thématique d'Expertise « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » (GTE 4). Le GTE 4 a pour mission de proposer une expertise aux pays

éligibles au programme afin d'aider les ministères dans le domaine de la formation des personnels en charge de la formation des enseignantes et enseignants de mathématiques et de sciences. Il peut être amené à effectuer des missions d'audit, de diagnostic, d'ingénierie ou encore de recherche.

Le GTE 4 se donne pour objectif général de contribuer à l'amélioration de la formation des élèves dans les disciplines relevant des sciences dites dures : mathématiques, sciences de la nature (biologie, géologie), sciences de la matière (physique, chimie). De manière plus spécifique, cet objectif se décline selon deux orientations non exclusives l'une de l'autre :

- Favoriser le développement de la recherche sur l'enseignement et les apprentissages de ces disciplines et la diffusion des résultats qui en sont issus vers les communautés scientifiques et éducatives ;
- Soutenir les actions de développement professionnel des enseignantes et enseignants et de leurs formatrices et formateurs ainsi que la production de ressources pédagogiques adaptées aux réalités des contextes.

Le GTE 4 est constitué d'expertes et experts didacticiens des mathématiques ou didacticiennes et didacticiens des sciences (SVT, sciences physiques). Ses principales missions consistent notamment à animer des ateliers de formation de formateurs et à proposer aux différents pays des outils de formation pour les enseignants. Depuis sa création, il a ainsi participé ou participe actuellement à des activités dans les 23 pays concernés par le programme.

Un document regroupant des outils de formation contextualisés

Trois documents s'inscrivant dans une continuité

Ce document s'inscrit dans une série d'outils de formation à destination des formateurs d'enseignants de mathématiques et de sciences du premier et second degré. Il complète un premier volume : le *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques*, ainsi qu'un deuxième volume : le *Glossaire de didactique des mathématiques*. Le guide présente des outils pour la formation et les concepts de didactique des mathématiques qui sont à l'origine de leur élaboration. Ces outils constituent un tout allant d'un questionnement permettant l'analyse d'un concept ou de concepts d'un même domaine (**analyse conceptuelle et carte conceptuelle**) à un modèle de **fiches pédagogiques** ciblant le ou les concepts en passant par une analyse du traitement de ces derniers dans les

programmes de mathématiques du pays ciblé par l'atelier (**cartographie / continuum**). Des grilles d'analyse de séquences de mathématiques et d'erreurs d'élèves complètent ces quatre types d'outils. Des exemples décontextualisés, élaborés lors d'ateliers de formation de formateurs, expérimentés et évalués, illustrent ces catégories d'outils. Un glossaire présente les principaux concepts didactiques utilisés pour construire ces outils.

Une seconde rédaction de ces exemples du guide a été produite par les auteurs afin de permettre une utilisation par les formateurs des différents pays concernés par le programme APPRENDRE. Cela a nécessité une prise de distance par rapport aux spécificités de l'enseignement de chaque pays et une certaine décontextualisation.

Afin de prendre en compte ces spécificités, ce document constitue un complément au guide présentant des exemples plus contextualisés par pays. Il doit permettre aux formateurs de chaque pays concerné de mieux prendre en compte et d'adapter la formation aux particularités, aux contraintes et aux exigences institutionnelles de son pays. Toutefois, les exemples de chaque catégorie d'outils sont suffisamment emblématiques de la catégorie pour pouvoir être adaptés aux contextes d'autres pays.

Le GTE 4 a organisé durant l'année 2023-2024 une série de huit webinaires ayant pour but de renforcer le pôle des expertes et experts associés en mathématiques et en sciences. Cette formation comportait des exposés et des groupes de production de documents pour la formation. Comme le guide, cet ouvrage est donc le résultat d'une expérimentation collective et d'une réflexion de plusieurs années menées par les experts intervenant dans les ateliers de formation de formateurs. Il est aussi et avant tout le résultat d'une synthèse de productions co-construites entre personnes participantes et expertes et experts lors de ces groupes de production associés aux webinaires. Le travail de production a été ponctué par les séances de mathématiques du webinaire.

Les thèmes mathématiques abordés

Des thèmes spécifiques à chaque groupe ont été proposés aux participantes et participants et approuvés par ceux-ci. Il s'agit pour les mathématiques des domaines suivants : géométrie plane (groupe 1), géométrie dans l'espace (groupe 3), proportionnalité et fonctions numériques (groupe 2), nombres décimaux (groupe 4), sens des opérations et techniques opératoires (groupe 5), pré-algèbre et algèbre (groupe 6).

Des séances de travail en synchrone et asynchrone ont permis des échanges, des moments de production et de validation. Au cours de ces séances, les thèmes ont été affinés afin de cibler un ou plusieurs concepts. Ainsi, le groupe 1 a-t-il centré son travail sur la production d'une grille générique (à remplir) permettant de construire une cartographie / continuum de l'enseignement de grandes catégories d'objets (concepts, sous concepts, techniques, instruments) de la géométrie plane. Le groupe 2 a ciblé

la proportionnalité et l'enseignement des fonctions affines et linéaires. Le groupe 4 a davantage fait porter sa réflexion sur l'enseignement des solides et de leurs représentations. Enfin le groupe 6 a exploré l'enseignement de l'égalité.

Des outils davantage contextualisés

Les différents groupes ont développé les exemples d'outils présentés dans le guide. Il s'agit des analyses conceptuelles, des cartographies/continuums, des cartes conceptuelles et des fiches pédagogiques. Chaque thème est introduit par un texte présentant une synthèse de résultats de recherches et d'éléments à prendre en compte pour enseigner le domaine exploré ainsi que le contexte de la rédaction des outils.

Pour chacun des thèmes traités dans cet ouvrage, nous avons retenu une analyse conceptuelle et une carte conceptuelle synthèse des productions des participantes et participants des différents pays concernés par le groupe de production. Ces deux types de documents sont décontextualisés et concernent donc tous les pays. Les deux autres catégories de documents sont contextualisées. Nous avons ainsi retenu pour chaque pays concerné par le groupe de production une cartographie/continuum correspondant aux programmes d'enseignement des mathématiques du pays et un exemple de fiche pédagogique. Le choix du niveau d'enseignement de la cartographie/continuum (primaire ou secondaire) est en adéquation avec le niveau de classe de la fiche pédagogique.

Nous rappelons brièvement ci-dessous ces différentes catégories et renvoyons le lecteur aux différents chapitres du guide pour une présentation plus complète et détaillée des outils et des concepts didactiques qui ont été mobilisés pour leur élaboration (chapitres 2 et 3) et des exemples décontextualisés (chapitre 4).

L'analyse conceptuelle

> « Conçue à partir des trois éléments qui définissent un concept selon la théorie des champs conceptuels, la grille d'analyse conceptuelle est un ensemble de questions relatives à un concept donné. C'est un outil pour l'enseignant qui prépare sa classe en vue d'enseigner un concept. Il a besoin de puiser dans son expérience et dans sa culture académique et didactique pour trouver des éléments de réponses pertinents à chacune des questions de la grille. L'analyse conceptuelle constitue un moment de l'analyse à priori d'un concept mathématique. »
>
> Le questionnement est organisé autour du triplet défini par Vergnaud (1980) : les situations dans lesquelles fonctionnent le concept, les invariants opératoires (le signifié) sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (les types « proposition », « fonction propositionnelle » ou « argument ») et enfin les formes langagières et

non langagières (L) qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant). Un ou plusieurs exemples de grilles (remplies) d'analyse conceptuelle sont donnés pour les différents thèmes.

La cartographie/continuum

« La cartographie/continuum du programme est une vue synthétique du programme pour un concept donné » et pour un pays donné. « Elle met en évidence les différentes notions à aborder et présente leur évolution dans le cycle. [Pour] réaliser une cartographie/continuum d'un concept [il faut] :

- recenser tous les sous-thèmes relatifs à un concept (du domaine ou du programme) et positionner les sous-thèmes par rapport au niveau scolaire ;
- associer clairement dans un tableau les niveaux scolaires respectifs où les sous-thèmes prévus dans le domaine ou le programme ;
- se servir de l'analyse conceptuelle et faire une analyse mathématique et didactique pour catégoriser les sous-thèmes. »

La cartographie/continuum contribue à la conception de la carte conceptuelle.

La carte conceptuelle

« La carte conceptuelle est une représentation graphique d'un domaine de connaissance tel que perçu par un ou plusieurs individus et qui établit des liens entre différents concepts évoqués par son ou ses auteurs (Laflamme, 2006, p. 8).

La carte conceptuelle pour un concept donné est un modèle qui se construit à partir des cinq catégories de la cartographie/continuum (premier niveau de profondeur : sens et représentation, techniques opératoires (et relations), usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude) ; propriétés et transformations ; liens avec des domaines mathématiques).

Les sous-concepts ayant contribué à la catégorisation dans la cartographie-continuum serviront à finaliser le deuxième niveau de profondeur de la carte conceptuelle. À ces sous-concepts s'en ajoutent d'autres, circonscrits dans l'analyse conceptuelle.

Ainsi, la carte conceptuelle explicite les liens entre le concept et les sous-concepts qui caractérisent ce concept. Elle peut également permettre d'établir des liens entre les différents sous-concepts. Elle présente les sous-concepts (savoirs mis en jeu) du programme et met en évidence, pour le formateur et l'enseignant, d'autres sous-concepts qui ne sont pas dans le programme. »

La fiche pédagogique

Le guide pédagogique présente un modèle de canevas de fiche pédagogique comportant 13 sections.

« Les neuf premières sections visent à fournir des informations d'ordre général sur les intentions de l'enseignant et les objectifs de la leçon. [...] La section 10 est consacrée aux anticipations. [...] La section 11 concerne le déroulement. [...] La section 12 propose des exercices d'approfondissement [...] La section 13 [concerne un] bilan de la séance. »

Dans ce volume, nous présentons des fiches pédagogiques décrivant des séances ou séquences qui n'ont pas été systématiquement testées en classe par les auteurs. La section 13 qui porte sur un bilan de mise en œuvre des séances n'est donc pas renseignée et reprise dans les différents exemples proposés.

Prise en compte de domaines plus larges

Deux des thèmes de travail des groupes de productions en mathématiques portaient sur des domaines ou sous-domaines mathématiques plutôt que sur un concept donné. C'est le cas du groupe qui a travaillé sur la géométrie plane et celui qui a travaillé sur la géométrie dans l'espace. Les tuteurs de ces groupes ont été amenés à adapter certains outils conçus pour le traitement d'un concept à un traitement d'un domaine.

Nous avons retenu ce nouvel outil qui enrichissait la panoplie des outils précédemment présentés dans le guide. Nous le désignons par le même terme.

L'organisation et les contenus des rubriques diffèrent. C'est ainsi le cas de la grille qui permet de construire une carte conceptuelle du traitement des figures planes.

Prise en compte du contexte local

Alors que les analyses conceptuelles et les cartes conceptuelles dépassent le contexte et les injonctions institutionnelles des différents pays et permettent d'avoir une appréhension plus distanciée du concept et de son enseignement, les cartographies/continuums et les fiches pédagogiques ont été élaborées en conformité avec les programmes d'enseignement des pays représentés dans le groupe de travail. Toutefois, ces dernières restent adaptables pour être utilisables dans d'autres contextes nationaux.

Ainsi, des exemples de mises en œuvre contextualisées du modèle de fiche pédagogique sont exposés pour chaque chapitre et pour chaque thème. Selon les cas, telles ou telles rubriques sont plus particulièrement développées afin de prendre en compte les normes

en vigueur dans les pays. A contrario, certaines rubriques peuvent être minorées voire absentes. Les auteurs ont cependant accordé une importance aux analyses a priori des situations proposées dans les fiches que ce soit dans une rubrique ou dans un préambule à celle-ci.

Les auteurs et les pays

Les 36 participantes et participants représentant 13 pays d'Afrique subsaharienne ont constitué des groupes de production dont 21 se sont focalisés sur les mathématiques. Six groupes étaient en effet consacrés à la production de documents de formation en mathématiques reprenant les catégories d'outils présentés dans le *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques*.

Ces 21 participantes et participants, issus du Bénin, Burundi, Cameroun, Comores, République Démocratique du Congo, République de Côte d'Ivoire, Djibouti, Guinée, Madagascar, Mauritanie, Sénégal, Tchad et Togo ont produit 66 documents.

La composition des groupes est la suivante :

1. **Le groupe 1** animé par J. Horoks était constitué de I. Faye, B. P. Kakpo, A. J. B. Lououamou et O. Sagna.
2. **Le groupe 2** animé par S. Coppé comportait K. D. Wodome, B. N. F. Olafa, N. H. Rabearimanana et E. Rajaonarimaanana.
3. **Le groupe 3** animé par J. Koudogbo était constitué de M. Blenoume, A. C. Cobi et M. Faye.
4. **Le groupe 4** animé par G. Affognon comportait B. Mbairareaou, A. Raherinirina, T. Rakotoniaina et S. Wandji.
5. **Le groupe 5** animé par D. Butlen comportait F. Arzel, A. H. Mazikou, A. F. M. Niyonzima et I. D. Malor.
6. **Le groupe 6** animé par A. C. Adihou était constitué de A. Iltireh et K. Y. G. Atta.

Dans l'ensemble des trois volumes, nous présentons 39 de ces productions. Le lecteur trouvera dans la conclusion de l'ouvrage, une description détaillée de ces différentes productions et les modalités d'accès à la plateforme APPRENDRE.

Des principes de formation

La formation dispensée lors des webinaires et les compléments apportés lors des séances de travail des groupes de production s'inscrivent dans le cadre des principes de formation définis dans le guide.

Sans exposer le détail de ces principes, exposé dans le chapitre 1 du guide, rappelons que les autrices et auteurs s'inscrivent dans une logique de didactique outil. « Les concepts et éléments de théorie [...] n'ont pas pour but d'être une formation au métier de chercheur, mais constituent des outils pour aider les enseignants dans l'exercice quotidien de leur métier et les formateurs dans la construction de modules de formation. Il ne s'agit pas de présenter des édifices théoriques éclairant les questions d'enseignement, mais de donner des éléments issus de ces constructions théoriques permettant d'accroître les marges de manœuvre des professeurs et d'optimiser la transposition didactique. »

Les auteurs visent à fournir des outils aux enseignants et aux formateurs d'enseignants pour exercer une vigilance didactique propice aux apprentissages des élèves (Charles-Pézard, 2010 ; Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012 et 2018).

« D'autres principes fondent la manière de penser les actions de formation. Citons notamment la volonté :

- d'entrer en résonance avec les conceptions et représentations des formateurs afin de les enrichir notamment en les diversifiant. [...] ;
- de développer une approche holistique de formation intégrant des apports d'informations, le vécu de situations de formation [...], la co-construction de documents [...] et une approche réflexive sur des exemples de pratiques et les gestes nécessaires à la gestion de la classe ;
- d'expérimenter quand cela est possible des moments de formation, de les exposer et de les analyser lors d'un retour en atelier ;
- d'enrichir les pratiques des formateurs et des enseignants ;
- de prévoir des moments de travail sur différents temps d'analyse de la gestion des enseignements : micro, local et macro ;
- de prendre en compte les spécificités et les conditions du système éducatif propres à chaque pays. »

La structure du document

L'ouvrage, qui complète le *Guide du formateur d'enseignants de mathématiques*, porte le titre *Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques*. Il se compose de trois volumes distincts, chacun consacré à un domaine spécifique :

1. **Volume 1 :** Nombres et opérations
2. **Volume 2 :** Géométrie plane et géométrie dans l'espace
3. **Volume 3 :** Proportionnalité, fonctions et algèbre

Cette série offre ainsi une déclinaison thématique pour accompagner la formation des enseignants de mathématiques dans différents champs disciplinaires.

Ce volume 1 concerne le domaine des nombres et des opérations, plus précisément l'enseignement des nombres décimaux dans une première partie et l'enseignement de la division dans l'ensemble $\mathbb{N}$ et de l'addition dans $\mathbb{Z}$ dans une seconde partie.

Une introduction présente le document, les auteurs et le contexte de son élaboration.

Une conclusion et une bibliographie terminent cet ouvrage.

Nous espérons que ce document présentant des exemples d'outils plus contextualisés par pays et par contenus mathématiques enseignés contribuera à mieux outiller les formateurs d'enseignants de mathématiques et ainsi participera à construire un environnement didactique améliorant les apprentissages des élèves.

PREMIÈRE PARTIE

L'enseignement des nombres décimaux

1 Introduction à l'enseignement des décimaux

Les activités de rédaction du groupe à l'origine de cette production thématique ont été coordonnées par Jeanne Koudogbo, professeure titulaire à l'université de Sherbrooke et experte du GTE 4. Le groupe comprend des participants du Bénin, du Sénégal et du Togo.

1.1 Quelques éléments clés à propos des nombres décimaux

Les nombres décimaux s'inscrivent dans la continuité de l'apprentissage des nombres naturels ou entiers à l'école élémentaire. Ils sont utilisés pour répondre notamment à la nécessité d'avoir plus de précisions dans la mesure des grandeurs. Ils servent ainsi à mesurer des grandeurs qui ne peuvent l'être avec les seuls nombres entiers naturels comme la longueur, la masse et la capacité et à opérer sur celles-ci. Ils sont importants pour les calculs sur les nombres et les compositions ou décompositions.

Ces nombres doivent être conceptualisés en respectant, tout en les étendant, les principes de fonctionnement de la numération décimale de position jusque-là appliqués aux entiers naturels $\mathbb{N}$. Ainsi, la maîtrise de ces principes du système de numération de position décimale (Koudogbo, 2021) est indispensable pour comprendre ce concept. Apprentissage des décimaux et numération décimale de position sont intrinsèquement liés.

Les nombres décimaux sont étudiés dès le primaire et cet apprentissage se poursuit dans les autres cycles secondaires. Ce concept fait partie des savoirs essentiels au cœur des programmes éducatifs de l'espace mathématique francophone et même au-delà. Il n'est donc pas surprenant qu'il soit enseigné dans les pays qui participent au Programme APPRENDRE.

Cette importance justifie le choix porté sur l'enseignement des nombres décimaux. Comme pour les autres chapitres de cet ouvrage, ce concept sera étudié en lien avec la construction des quatre outils/ressources qui seront présentés plus loin. Ce chapitre s'inscrit dans la continuité du travail (*Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques*, Adihou, Butlen et Koudogbo, 2023) conséquent qui a été réalisé sur le concept de numération et plus précisément sur la numération décimale de position. En outre, plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques ont étudié l'enseignement des nombres décimaux (Brousseau, 1991, 1990 ; Brousseau et Brousseau, 1987 ; Bronner, 1997 ; Chesnais, 2003 ; Margolinas, 2020 ; Stegen, 2004 ; Roditi, 2008 ; etc.). L'importance des nombres décimaux n'est donc plus à démontrer.

1.1.1 Les différents ensembles de nombres et le cas des décimaux

Rappelons certaines définitions sur les nombres et quelques propriétés des nombres susceptibles d'être rencontrés par les élèves de l'école primaire et du collège.

Dans l'enseignement des décimaux et des rationnels, deux définitions semblent permettre de définir les décimaux comme les rationnels auprès des élèves : une définition liée à l'écriture décimale du nombre dans le système de numération décimale de position et une définition faisant appel au quotient de deux entiers.

Définitions des rationnels

Définition n° 1 : un rationnel est un nombre dont une écriture dans le système de numération décimale de position comporte une partie entière, une virgule et une partie décimale infinie périodique (c'est-à-dire comportant une suite de chiffres finie se répétant régulièrement dans le même ordre) :

$q = n_1n_2n_3...n_i,d_1d_2d_3...d_j$ avec n_i et d_j entiers naturels compris entre 0 et 9.

Définition n° 2 : un nombre rationnel q est le quotient d'un entier par un entier non nul :

$q = \frac{a}{b}$ avec a entier et b entier non nul.

Définitions des décimaux

Définition n° 1 : un nombre décimal est un nombre dont une écriture dans le système de numération décimale de position comporte une partie entière, une virgule et une partie décimale limitée, c'est-à-dire ne comportant à partir d'un certain rang que des zéros (ou des neuf).

Définition n° 2 : un nombre décimal d est égal au quotient d'un entier par une puissance de 10 (écriture fractionnaire décimale) :

$d = \frac{a}{10^n}$ avec a et n entiers.

Dans la progression des apprentissages des nombres, les élèves, au cours de leur scolarité, vont rencontrer des nombres entiers naturels (ensemble $\mathbb{N}$), des nombres entiers relatifs (ensemble $\mathbb{Z}$), des nombres décimaux d'abord positifs puis positifs et négatifs (ensemble $\mathbb{D}$), des rationnels d'abord positifs puis positifs et négatifs (ensemble $\mathbb{Q}$) et des nombres réels irrationnels ou rationnels (ensemble $\mathbb{R}$) ; dans les sections scientifiques du lycée ils rencontreront les nombres complexes (ensemble $\mathbb{C}$).

Relation d'inclusion

Nous avons la relation d'inclusion : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Les nombres décimaux appartiennent donc à la famille des nombres rationnels, ensemble qui inclut les décimaux et les entiers. De plus, un nombre naturel est lui-même un nombre décimal comme en témoigne l'égalité des écritures 1 = 1,00. Si les nombres naturels sont considérés comme des cas particuliers de décimaux, nonobstant qu'ils ne s'écrivent pas usuellement avec une virgule (mais peuvent s'écrire ainsi), ils conservent quand on les considère comme des nombres décimaux, toutes les propriétés des entiers naturels, seulement certaines propriétés des opérations changent. Ce sont, par exemple, le résultat de la soustraction ($a - b$ n'est défini que si $a \geqslant b$; autrement le résultat ne sera pas un nombre naturel), ou la division (stabilité) ou encore l'ordre et la densité.

Une propriété des nombres décimaux : la densité

La densité en mathématiques est une propriété qui caractérise la nature des nombres. Elle concerne le passage d'un ordre discret à un ordre dense excluant la notion de « suivant ». La densité peut être définie ainsi : « Dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$, un ensemble E est dense dans un autre ensemble F si l'on peut insérer toujours un élément de E entre deux éléments distincts de F ». Les nombres entiers ne sont pas denses : les entiers relatifs $\mathbb{Z}$ (..., −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, ...) ne sont pas denses dans les réels. Ainsi entre −4 et −3, ou entre 1 et 2, il n'y a aucun entier. Le successeur de −4 est −3 tout comme le successeur de 1 est 2 dans la suite numérique. Il n'y a donc aucun autre nombre de cet ensemble entre les deux nombres.

En revanche, les nombres décimaux, quant à eux, sont denses dans $\mathbb{R}$. Dit autrement, il est toujours possible d'avoir un nombre décimal entre deux réels ou encore entre deux nombres décimaux, aussi proches soient-ils. Par exemple, entre 1,2 et 1,38, je peux intercaler une infinité de nombres décimaux : 1,201 ; 1,211 ; 1,219 ; 1,278 ; etc. Cette propriété des nombres décimaux est nécessaire pour traiter des quantités continues avec précision et aide à donner du sens à la droite numérique (entre 1 et 2, on peut insérer une infinité de points). Elle permet également de réaliser des calculs, des mesures avec précision et de faire des approximations.

1.2 Questions didactiques à propos des décimaux

Pour Grégoire *et al.* (2010), les nombres servent à mesurer, à exprimer des quantités discrètes (pouvant être comptées) ou continues (mesurables). Les nombres qui servent à mesurer, à exprimer des quantités sont, par exemple, les naturels (un cas particulier des

nombres décimaux), les décimaux positifs, les rationnels positifs et les nombres réels positifs. On utilise les nombres également pour le repérage des coordonnées, en situant des points dans un plan ou dans l'espace, etc. On utilise les nombres décimaux pour « exprimer des mesures de grandeurs dans le système décimal d'unités de mesure » (Grégoire *et al.*, 2010).

Des études en didactique des mathématiques (Brousseau, 1991 et 1990 ; Bronner, 1997 ; Roditi, 2008 ; Stegen, 2004) ont montré que les élèves peuvent rencontrer des difficultés lors de l'apprentissage des nombres décimaux. Ainsi quant à la construction des connaissances, le passage des nombres naturels aux nombres décimaux constitue une rupture et pose un problème sur le plan épistémologique. On parlera alors d'obstacles d'origine épistémologique. En plus de ces obstacles pouvant expliquer des erreurs récurrentes chez les élèves, d'autres obstacles ontogéniques (liés à une certaine limitation du sujet, à son développement psychogénétique) et didactiques (liés à la manière d'enseigner) développés dans les études de Brousseau ne sont pas à négliger.

Les recherches citées dans le paragraphe précédent portent sur des questions didactiques quand on prend en compte la définition des décimaux basée sur l'écriture en système décimal de position.

Stegen et Sacré (2004) s'attardent alors sur les obstacles d'origine épistémologique et sur les stratégies didactiques habituellement utilisées par les personnes enseignantes pour amener les élèves à mieux conceptualiser en apprenant les nombres décimaux. Les auteurs s'interrogent alors sur le sens du nombre rationnel et sur la pertinence d'une des règles posant un problème aux élèves, la règle « ajouter des zéros ». Ils se réfèrent à l'ouvrage *Ermel* pour la classe de CM1, en mettant en relief,

> « les sources de difficultés des élèves liées à une prise en compte insuffisante, dans l'élaboration des situations d'apprentissage, des deux questions suivantes :
>
> - Pourquoi des décimaux ? Quelles sont, autrement dit, les situations qui vont rendre nécessaire et motiver leur introduction ?
> - Comment écrire ces nouveaux nombres ? Comment donner du sens aux écritures à virgule ? Comment articuler l'écriture des nombres entiers, des nombres fractionnaires, des nombres décimaux ? »

1.2.1 Rupture entre nombres entiers et décimaux

À partir de l'analyse des erreurs principalement commises par les élèves, ils révèlent l'existence d'une réelle rupture entre les nombres naturels et les nombres décimaux. Cette rupture se manifeste à travers les éléments présentés dans la figure suivante :

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}$
L'idée de succession	Un nombre naturel a un successeur. Le successeur de 7 est 8.	Cette idée n'a évidemment pas de sens pour les nombres décimaux. Ainsi, quel est le successeur de 2,75 ? 2,76 ou 2,751 ?
Les problèmes d'intercalation	Entre deux nombres naturels, il existe un nombre fini de nombres naturels.	Entre deux nombres décimaux, il existe une infinité de nombres décimaux.
Les règles de comparaison sont différentes	$12 > 8$.	Mais $6{,}12 < 6{,}8$.

↑ Tableau comparatif extrait de Stegen et Sacré (2004, p. 23).

De plus, les élèves peuvent considérer « qu'un décimal est conçu comme étant constitué de deux entiers accolés et séparés par une virgule » (Ringard, s. d.) ou comme un alignement de chiffres sans tenir compte du principe positionnel décimal. On note ainsi une non prise en compte de la virgule, laquelle semble seulement être accolée comme un signe de séparation. Cela se répercute également et peut être même renforcé dans la multiplication où il est souvent conseillé d'opérer comme s'il s'agissait d'entiers, puis d'insérer la virgule après…

Des obstacles d'origine didactique peuvent ainsi amener les élèves à considérer les nombres décimaux comme étant « des entiers naturels avec un changement d'unité » donc des « naturels » (écrits autrement avec une virgule) et des mesures. » (Brousseau, 1998, cité dans Stegen et Sacré, 2004), « De ce fait, pour comparer les parties décimales, ils utilisent les règles apprises pour les entiers ». Ce faisant, les élèves utilisent des règles implicites, comme l'ont révélé plusieurs études, notamment celles de Grisvard et Léonard (1981) qui mettent en évidence les difficultés que rencontrent les élèves, pour comparer des nombres décimaux. Par exemple, si deux nombres ont la même partie entière, le nombre le plus petit est celui dont la partie décimale est plus petite.

1.2.2 Numération et opérations

Pour comprendre la structure hiérarchique de ces nombres, fondée sur la numération décimale de position (ordre du tableau de numération), certaines études réalisées au Québec (Koudogbo, 2022, 2017 ; Koudogbo, Giroux et René-de-Cotret, 2017) sont d'une certaine portée. En effet, la numération décimale de position (NDP) est à la base de notre système d'écriture des nombres et des opérations qui s'y appliquent. Elle comprend les caractéristiques et les principes servant à manipuler les nombres et

les opérations sur les nombres, dont notamment celui du groupement lié au principe « décimal », auquel s'ajoute le principe de « position », avec la valeur positionnelle. Elle comporte également une structure additive et multiplicative, l'addition répétée et une idée d'exponentiation. En effet, cette structure multiplicative a deux interprétations sur le plan conceptuel :

- L'addition répétée par laquelle un nombre de groupements peut être répété autant de fois (exemple : 4 groupements de mille) ;
- Une idée d'exponentiation, i.e. : des groupements de groupements.

Il y a lieu de soulever ici la difficulté pour les élèves de pouvoir coordonner ces deux interprétations relatives à la structure multiplicative, dans la compréhension de la NDP. (Koudogbo, 2013).

La valeur associée à chaque position dans un nombre équivaut donc à une puissance de 10. Ainsi, chaque chiffre correspond au produit de la quantité qu'il représente par la valeur de position. De même, la quantité représentée par le symbole numérique tout entier renvoie à une somme de produits. Par exemple, le nombre 2 025 se décompose, en base 10, selon cette structure additive et multiplicative :

$$2\,025 = (2 \times 1\,000) + (0 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1).$$

Finalement, ce détour par la numération décimale de position est important pour saisir les difficultés des élèves lors de l'apprentissage des nombres décimaux, considérant la structure hiérarchique de notre système de numération décimale de position caractérisée par une relation multiplicative qui permet de faire des groupements de dix (dix fois plus) ou de défaire des groupements (dix fois moins : $\frac{1}{10}$). Elle est intrinsèque au système d'écriture des entiers naturels et aux décimaux (principe décimal et positionnel).

1.3 Les conceptions erronées des décimaux découlant d'obstacles et de difficultés

Les difficultés d'apprentissage des décimaux génèrent des erreurs récurrentes pouvant se justifier pour une part par une non-maîtrise de la numération décimale de position, notamment ses principes de position et décimal. Il s'avère donc souvent très pertinent de revenir sur le système de numération décimale de position pour saisir conceptuellement les difficultés propres aux nombres décimaux.

1.3.1 Le nombre décimal est un autre codage (manière d'écrire) d'un nombre entier

Cette conception est souvent due (d'après des recherches en didactique, notamment celles de Brousseau) par un mode d'introduction des décimaux : le changement d'unités.

Exemple Si 127 cm représente la longueur d'un segment, comment écrire cette mesure en prenant comme unité de référence le mètre :

1,27 m = 127 cm.

Dans cet exemple 1,27 est un autre codage de 127 si on fait abstraction des unités de mesure.

Cette conception se traduit le plus souvent par une mauvaise prise en compte du nombre ou de la valeur des chiffres dans l'écriture du décimal notamment de sa partie décimale lors de comparaison de décimaux. Voici des exemples d'erreurs que l'on peut rattacher à cette conception :

Extension de la règle de comparaison des entiers naturels : « plus il y a de chiffres dans l'écriture d'un nombre entier naturel, plus il est grand » au cas des décimaux : *2,459 est supérieur à 2,85, car 2,459 s'écrit avec 4 chiffres alors que 2,85 s'écrit avec trois chiffres*, ou en appliquant cette règle aux seules parties décimales : *2,459 a plus de chiffres dans sa partie décimale que 2,85 donc il est plus grand*.

Notons que cette erreur s'explique par une lecture erronée mais couramment pratiquée des nombres décimaux, notamment de leur partie décimale qui ne tient pas compte de la valeur des chiffres. Par exemple, le nombre décimal 19,25 se lit ainsi *dix-neuf virgule vingt-cinq* au lieu de *dix-neuf et vingt-cinq centièmes*. Le chiffre 2 occupe la position des dixièmes et 5, celle des centièmes.

1.3.2 Confusion de l'ordre de grandeur des chiffres lié à leur position (dixièmes, centièmes, millièmes, etc.)

Cette confusion est due au passage des nombres naturels (..., mille, centaines, dizaines, unités) aux décimaux et concerne une non-maîtrise de :

- la notation positionnelle décimale des chiffres dans la partie décimale : dixième (0,1 ou $\frac{1}{10}$, le 1er chiffre à la 1re position après la virgule ; centième (0,01 ou $\frac{1}{100}$, le 2e chiffre à la 2e position après la virgule) et millième (0,001 ou $\frac{1}{1000}$, le 3e chiffre à la 3e position après la virgule) ;
- la valeur de position du chiffre dans le nombre (64,512 : 6 dizaines + 4 unités + 5 dixièmes + 1 centième + 2 millièmes) ;
- la valeur de position d'un groupe de chiffres dans le nombre (4,512 = 45 dixièmes + 12 millièmes, par exemple).

De ce fait, des erreurs apparaissent lors de la comparaison de nombres décimaux : par exemple : 0,341 > 4,6 car 341 > 6 ; ou 2,8 < 3,52. Une conception très répandue : le décimal (ou le rationnel) est un couple d'entiers.

On peut représenter les nombres rationnels, dont les décimaux (à développement limité, cf. ci-dessus) comme des fractions et donc comme un rapport entre deux entiers. Par exemple, 0,25 peut être exprimé $\frac{25}{100}$ mais également être représenté par la fraction $\frac{1}{4}$. Cette écriture peut être comprise par certains élèves comme une écriture particulière d'un couple d'entiers : le couple d'entiers (1, 4) ou le couple (0, 25) ou (25, 100). Cette conception amène les élèves à traiter séparément partie entière et partie décimale lors de comparaison (1,25 est supérieur 1,3 car 25 est supérieur à 3 et que les deux parties entières sont égales).

Cette conception peut expliquer aussi l'erreur sur l'addition suivante de deux décimaux : 1,25 + 1,94 = 2,119.

Notons de plus des difficultés liées à la non-maîtrise des nombres décimaux qui peuvent se répercuter dans les opérations sur ces nombres. Par exemple, des erreurs dues à la disposition des chiffres dans l'opération d'addition ou de soustraction ; là encore donc sans respecter le principe positionnel décimal propre à la base dix.

Les règles de gestion des opérations de multiplication et de division dans $\mathbb{N}$ entraînent des répercussions sur celles concernant les nombres décimaux. Ainsi, les apprentissages réalisés avec les entiers et les conceptions développées interfèrent avec ceux des décimaux lors de la mobilisation de règles d'action (contextualisées et trop rapidement étendues). Ces règles génèrent des erreurs, par exemple : *quand on divise, ça diminue et quand on multiplie, ça augmente ; le successeur de 2,1 est 2,2 ; il n'y aucun nombre entre 15,43 et 15,44*.

Nous renvoyons le lecteur pour une analyse plus détaillée de ces règles erronées de comparaison des décimaux aux articles portant sur la comparaison des décimaux cités en bibliographie.

1.3.3 Deux types de nombres : ceux avec ou sans virgule

La non-compréhension de l'existence des différents ensembles de nombres s'écrivant avec ou sans virgule conduit souvent à l'oubli rapide de ces catégories et à ne plus considérer que deux types de nombres : les entiers (écriture sans virgule) et les autres.

1.4 Conseils pour l'enseignement des décimaux

Nous proposons plusieurs pistes concernant les différentes introductions possibles des décimaux (comme de nouveaux nombres par rapport aux entiers) et les passages obligés en termes d'apprentissage.

L'enseignement des nombres décimaux impose d'observer une certaine vigilance quant aux obstacles d'origine didactique qui, selon Brousseau (1983, p. 177) et repris par Stegen et Sacré (2004, p. 19) sont « ceux qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet d'un système éducatif. » Ainsi, ils dépendent de la manière dont les programmes d'études structurent l'enseignement des décimaux selon les niveaux d'enseignement, selon la progression des apprentissages et de celle dont l'enseignant présente les nombres décimaux aux élèves.

Il paraît judicieux d'enseigner les nombres décimaux dès les premières années de l'élémentaire en les arrimant (si possible) graduellement à l'enseignement d'autres concepts (fraction décimale, pourcentages ou système de mesure) et en les arrimant également aux opérations sur les nombres entiers ou naturels.

Il s'avère également important de fournir des dispositifs d'enseignement appropriés, tels que des activités ou des situations signifiantes centrées sur le principe positionnel et celui décimal, mais également en établissant des liens avec d'autres concepts tels que la fraction décimale et les pourcentages et même la mesure. Ceux-ci entretiennent des liens intrinsèques avec les nombres décimaux.

1.4.1 Articulation des décimaux avec d'autres notions

Enseigner les nombres décimaux en articulation avec d'autres notions ou concepts mathématiques peut aider les élèves à mieux les conceptualiser. Parmi les pistes à

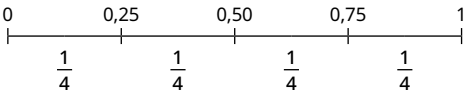
considérer pour ce faire, voici un exemple avec le nombre décimal 0,25 qui peut être articulé selon plusieurs points de vue avec :

- **la fraction décimale :** $0{,}25 = \frac{25}{100}$;

$$0{,}25 = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100} ;$$

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{\frac{25}{25}}{\frac{100}{25}} = \frac{1}{4}.$$

- **la division :** 25 ÷ 100 (vingt-cinq divisé par cent) ;
- **les pourcentages :** 25 % (vingt-cinq pour cent) ;
- **la droite numérique :**



- **la mesure :** 25 cm = 0,25 m ; 25 cl = 0,25 l.

Par ailleurs, Roditi (2008) suggère de considérer **« trois axes »** permettant de :

> « [...] concevoir un scénario d'aide aux élèves en difficulté pour comparer des décimaux : proposer des situations écrites où les nombres décimaux peuvent être lus et pas seulement entendus ; favoriser un traitement sémantique des écritures numériques en demandant aux élèves d'exprimer les nombres dans différents registres de représentation et en leur demandant de donner une approximation des nombres utilisés ; faire expliciter et critiquer des procédures de comparaison. »

De plus, les **manipulations**, les **représentations dessinées** ou **symboliques aident à donner du sens** à l'enseignement et à l'apprentissage des nombres décimaux.

1.4.2 Recours à du matériel pour enseigner les décimaux et les opérations sur ces nombres

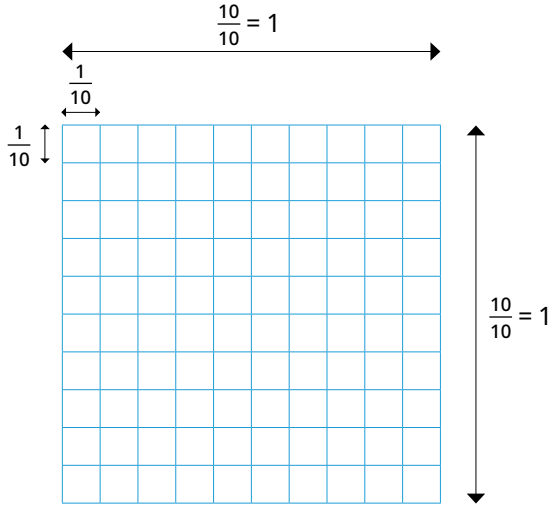
Lorsqu'on multiplie deux nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule (ex. : 4,81 × 8,55) on peut utiliser la multiplication sur les fractions décimales pour représenter la multiplication sur les nombres décimaux. Il est aussi possible d'utiliser les nombres à virgule, à partir du matériel concret des blocs multibases ou du matériel dessiné, comme un quadrillage. Ainsi on peut effectuer la multiplication en utilisant la technique du **quadrillage** (applicable aux entiers) et étendue aux décimaux.

1.4.3 Donner du sens aux opérations sur les décimaux

Se référant aux travaux de Butlen et de Douady, nous donnons en exemples quelques-unes des pistes possibles.

Donner du sens au produit de deux décimaux

Pour Butlen (2018) on peut donner du sens au produit $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ en se ramenant à un schéma suivant inspiré des travaux de Douady (1981) :



Le produit $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ correspond à l'aire d'un carré de longueur de côté $\frac{1}{10}$. Si on ramène cette aire à l'aire d'un carré unité (de côté $\frac{10}{10} = 1$) ; on vérifie aisément que $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$. De même nous aurons $0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$.

Un raisonnement analogue permet de donner du sens au produit de deux décimaux quelconques.

L'utilisation de matériel à base dix rend plus visuelles les manipulations et permet à l'élève de saisir le sens sous-jacent.

Le respect des étapes dans les algorithmes et la justification des algorithmes s'avèrent incontournables.

Ainsi, est-il important de prendre en compte les étapes suivantes pour la multiplication : la multiplication d'un décimal par un entier ; la multiplication d'un nombre entier par un décimal ; la multiplication de deux nombres décimaux à un chiffre, à deux chiffres,

etc., ainsi que le recours aux fractions décimales pour opérer sur les numérateurs et les dénominateurs, en multipliant par 10, par 100, par 1 000, etc.

Comment justifier, en enseignement, la « règle » liée à la multiplication de deux décimaux ?

Règle : pour multiplier 4,3 par 3,6

```
  4,3
× 3,6
-----
  258
 129
-----
15,48
```

1. *Tu effectues la multiplication de 43 par 36 sans tenir compte de la virgule.*
2. *Tu comptes le nombre de chiffres total des deux parties décimales des termes du produit.*
3. *Pour déterminer la partie décimale du produit : tu déplaces la virgule d'autant de rang vers la gauche.*

➜ **Technique courante :** pour placer la virgule, je compte les chiffres qui sont dans la partie décimale des facteurs et je déplace la virgule d'autant de rang vers la gauche.

Pour justifier cette règle, il faut introduire les écritures fractionnaires décimales :

$$4{,}3 \times 3{,}6 = \frac{43}{10} \times \frac{36}{10}$$

Après plusieurs calculs du même type, on peut percevoir les régularités et finalement généraliser la démarche de calcul du produit de deux fractions décimales.

$$\frac{43}{10} \times \frac{36}{10} = \frac{(43 \times 36)}{100} = \frac{1548}{100} = 15{,}48$$

D'où la règle.

Un autre exemple inspiré des travaux de Butlen :

$$3{,}24 \times 4{,}75 = \frac{324}{100} \times \frac{475}{100} = \frac{(324 \times 475)}{10\,000} = \frac{153\,900}{10\,000} = 15{,}39$$

Cela justifie la règle et la disposition de l'algorithme à la verticale, ci-contre :

```
  3,24
× 4,75
-------
 1 620
22 680
129 600
-------
15,3900
```

En somme, l'enseignement des nombres décimaux est fondamental pour la construction du concept de nombre et son extension aux autres ensembles de nombres, tels que les rationnels (fractions décimales, fractions). Il est tout aussi crucial pour les autres domaines des mathématiques, à tous les niveaux, du primaire au collégial en passant par le secondaire. Ce concept aide à comprendre la structure hiérarchique et imbriquée de la numération de position décimale (dix en dix fois plus grand/plus petit, suivant la valeur décimale de position), ainsi que ses caractéristiques multiplicatives et additives et ses principes. Il permet ainsi de mesurer des grandeurs, d'opérer sur les nombres et bien plus encore.

1.5 Présentation de la suite du chapitre et de son organisation

À la suite de cette introduction à l'enseignement des nombres décimaux, nous présentons les quatre outils ressources produits par le groupe 3 de production, associé aux webinaires de renforcement du pôle des expertes et experts associés au GTE 4 : l'analyse conceptuelle, la cartographie/continuum, la carte conceptuelle et les fiches pédagogiques.

Mais avant cela, énonçons quelques précisions pour orienter le lecteur. .

Il semble important pour les **fiches pédagogiques** de ne pas privilégier le traitement des techniques d'écritures et des calculs au détriment de la résolution de problèmes pouvant donner du sens aux nombres décimaux. De plus, le jeu sur les variables didactiques (Koudogbo *et al.*, 2022) doit être pris en compte dans la conception de situations problèmes signifiantes et contextualisées. Ce sont des incontournables à privilégier dans le processus de conception d'une fiche pédagogique.

Nous présentons ci-dessous une analyse conceptuelle, trois cartographies/continuums, une carte conceptuelle et trois fiches pédagogiques. Ces dernières portent sur la multiplication de nombres décimaux (6e), au Bénin ; la comparaison de nombres décimaux (6e), au Sénégal et enfin la lecture et l'écriture de nombres décimaux (6e), au Togo.

2 Les outils pour l'enseignement des nombres décimaux

Nous présentons ci-dessous les ressources produites par le groupe animé par Jeanne Koudogbo et composé de participantes et participants du Bénin, du Sénégal et du Togo.

2.1 Analyse conceptuelle

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
1.	Quelles sont les situations, les activités signifiantes et pertinentes qui permettent l'enseignement et l'apprentissage de la notion ou du concept et qui induisent des activités mathématiques riches **(la référence)** ?	▸ Température de fusion des espèces chimiques. ▸ Résolution d'équations de type $ax + b = 0$ ou $x + a = b$. ▸ Les statistiques. ▸ Le dénombrement, l'écriture, la lecture, l'ordre, le rangement des nombres décimaux. ▸ Comparer, mesurer, reproduire des longueurs, des masses ou des volumes. ▸ Toute situation traitant du concept en jeu et donc mobilisant les principes de la numération décimale de position. ▸ Activités de mesure (longueur, poids, volume, temps, monnaie, devise). ▸ Activités de calcul (échelle, pourcentage, vitesse, aires, volumes). ▸ Activités de conversions (longueur, volume, poids, monnaie, temps). ▸ Activités d'approximation de nombres. ▸ Repérage sur une demi-droite. ▸ Activités faisant appel aux fractions.
2.	Quel est spécifiquement le contenu mathématique concerné par les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Principes de position. ▸ Valeur de position décimale. ▸ Comparaison de nombres décimaux. ▸ Technique opératoire de l'addition de nombres décimaux. ▸ Technique opératoire de la soustraction de nombres décimaux. ▸ Technique opératoire de la multiplication de nombres décimaux. ▸ Technique opératoire de la division de nombres décimaux. ▸ Vocabulaire : chiffre, nombre, unité, dizaine, etc., partie entière, partie décimale, dixième, centième, etc. ▸ Complétion avec les décimaux les égalités : $a + \ldots = b$; $\ldots + a = b$. ▸ Utilisation de la demi- droite graduée pour ranger des nombres décimaux.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
3.	Quelles ressources (matérielles ou autres) peuvent être utilisées pour exploiter les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Le matériel concret de manipulation (règle graduée, masses). ▸ Monnaie. ▸ Droite numérique ; ligne numérique / bande numérique. ▸ Logiciels de mathématiques. ▸ Calculatrices. ▸ Ordinateurs. ▸ Tableau de numération.
4.	Quelles difficultés ces ressources (matérielles ou autres) ou toute autre variable didactique (par ex. les données numériques ou contextuelles) choisies peuvent-elles amener ?	▸ Difficultés mathématiques liées aux obstacles de type épistémologique : par exemple concernant la non-maîtrise du concept de numération de position décimale (ses principes / caractéristiques) ; rupture entre nombres entiers et décimaux. ▸ Difficultés liées aux obstacles de type didactique (confusion entre les nombres entiers et les nombres décimaux : successeurs / prédécesseurs). ▸ Difficultés liées : • aux conceptions erronées propres au concept du nombre décimal en tant qu'outil ou en tant qu'objet mathématique : • à l'exactitude de la mesure ; • à la graduation d'une demi-droite ; • à la comparaison ; • aux techniques opératoires.
5.	Quelles sont les techniques, procédures et approches que pourrait mettre en évidence l'élève et sur lesquelles reposerait l'opérationnalité des schèmes **(le signifié)** ?	▸ Procédés spécifiques de calcul liés à chacune des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division). ▸ Développement des algorithmes ou des techniques de résolution impliquant les nombres décimaux (Passage de l'écriture fractionnaire décimale à l'écriture à virgule et vice-versa, décomposition et composition d'un nombre décimal). ▸ Utilisation du décimal comme outil pour la mesure de grandeur : 2 m 50 cm = 2,5 m ; 3 kg 500 g = 3,5 kg ; 4 min 30 s = 4,5 min. ▸ « Prise en compte de l'aspect social, contextuel et mathématique : • Interprétation et utilisation des nombres décimaux dans des situations de mesure ; • Interprétation et utilisation dans des situations relevant de la proportionnalité et des statistiques (échelle, pourcentage, fréquence, indice) ; • Recours selon le cas à une valeur exacte ou à une valeur approchée ».[1] ▸ Application du principe de position – sens de chacun des chiffres selon sa position dans l'écriture d'un nombre à virgule.

1 Anselmo, B., Bonnet, M., Colonna, A., Combier, G., Latour, J. et Planchette, P. (1999). *La sixième entre fractions et décimaux* (p. 5). Lyon : IREM de Lyon.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
6.	Quels raisonnements mathématiques possibles l'élève peut-il / elle mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Raisonnement fondé sur les propriétés des nombres décimaux. ▸ Usage de la commutativité, associativité par rapport aux opérations (+ et ×). ▸ Raisonnement à partir d'un contrôle sémantique (manipulation d'objets concrets) et raisonnement à partir d'un contrôle numérique, plus abstrait (transcodage ; opérations). ▸ Induction. ▸ Déduction. ▸ Analogie.
7.	Quelles difficultés possibles peuvent être révélées chez l'élève au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Non-maîtrise : • de la valeur de position sur une ligne numérique / bande numérique ; • du concept du nombre décimal et de ses principes et propriétés ; • du tableau de numération. ▸ Difficulté liée à la détermination du rang de chaque chiffre d'un nombre décimal. ▸ Difficulté due à la confusion entre position d'un chiffre et sa valeur décimale dans un nombre décimal. ▸ Difficulté pour identifier la partie décimale d'un nombre. ▸ Difficulté liée au transcodage digital / numéral (écriture et lecture d'un nombre décimal). ▸ Non maîtrise de la densité de $\mathbb{D}$: « Tout nombre a un successeur. »[2] *3,6 est le successeur de 3,5. (Faux)* Entre deux décimaux, il y a un nombre fini de nombres (exemple : 2,4 et 2,6). ▸ Comparaison de nombres : 2,102 > 2,5. ▸ Opérations (addition, soustraction, multiplication, division). ▸ troubles d'apprentissage (dyscalculie / dyslexie).
8.	Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il / elle mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Erreurs dues au fait « qu'un décimal est conçu comme étant constitué de deux entiers accolés et séparés par une virgule ». ▸ Erreurs dues « aux fausses règles-élèves mais performantes localement : • Appliquer aux parties décimales, la règle de comparaison des entiers : $4,3 < 4,06 < 4,249.$ • Le plus petit nombre est celui qui a le plus grand nombre de chiffres après la virgule : $4,249 < 4,06 < 4,3$. • La valeur exacte d'un quotient, c'est l'écriture décimale qui a beaucoup de chiffres après la virgule : un nombre important de chiffres après la virgule permet de donner la valeur exacte d'un quotient notamment si c'est la calculatrice qui l'affiche ».[3] ▸ Erreurs liées au calcul numérique.

2 Anselmo, B., Bonnet, M., Colonna, A., Combier, G., Latour, J. et Planchette, P. (1999). *La sixième entre fractions et décimaux* (p. 7). Lyon : IREM de Lyon.

3 *Op. cit.*

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
8.	Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il / elle mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ? *(Suite)*	▸ Confusion de l'ordre de grandeur des dixièmes, centièmes, millièmes, etc. dans le tableau de numération. ▸ Erreurs relevant de la multiplication : 2,3 × 2,5 = 4,15. ▸ Erreurs relevant de l'écriture en chiffres des décimaux. ▸ Erreurs relevant de la lecture de nombres décimaux. ▸ Considérer que la partie décimale d'un nombre correspond à la différence entre ce nombre et sa partie entière.
9.	Quelles pourraient être les causes possibles des difficultés que l'élève peut rencontrer et des erreurs mathématiques qu'il / elle peut commettre au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Non-maîtrise du concept de nombre décimal et de ses principes imbriqués. ▸ Non-maîtrise de la valeur de position (du rang) des chiffres d'un nombre décimal.
10.	Quels sont les ajustements, les relances, c'est-à-dire les interventions possibles à apporter pour mieux adapter la situation ou l'activité au niveau des élèves ou au programme en vigueur ?	▸ Selon le type de difficultés, amener l'apprenant progressivement à saisir les principes fondamentaux du concept de numération de position décimale, en articulation avec les nombres décimaux, à partir des activités de manipulation pour donner du sens aux nombres décimaux, du travail sur la décomposition d'un nombre décimal et des opérations sur les nombres décimaux. ▸ Travailler en concomitance les nombres décimaux et la fraction décimale. ▸ Écrire les nombres décimaux à l'aide du tableau de numération. ▸ Proposer des activités pertinentes en congruence avec les objectifs visant la conceptualisation. ▸ Diversifier les activités. ▸ Questionnement. ▸ Reformulations. ▸ Concrétisation.
11.	Quelles sont les anticipations mathématiques possibles que l'élève pourrait faire au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Établir la rupture entre les décimaux et les nombres entiers. ▸ Langage, vocabulaire mathématique, formes langagières, non-langagières. ▸ Émission d'hypothèses. ▸ Appel à l'intuition. ▸ Calcul mental ; décomposition et composition des nombres.

Nº	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
12.	Quels sont les liens que l'élève peut faire avec d'autres concepts mathématiques (vus ou non) au regard des techniques, procédures et approches, en lien avec le concept à l'étude ?	▸ Lien mathématique avec les opérations sur les nombres et certains principes de la numération de position décimale. ▸ Lien avec la proportionnalité (échelle, pourcentage, vitesse). ▸ Lien avec le repérage. ▸ Lien avec la mesure (longueur, capacité, volume, masse, temps). ▸ Lien avec la division. ▸ Lien avec les nombres rationnels.
13.	Quelles sont les fausses conceptions que l'élève pourrait avoir en lien avec le concept à l'étude ?	▸ « Un décimal est constitué de deux entiers accolés et séparés par une virgule. »[4] ▸ « Le plus petit nombre décimal est celui qui a le plus grand nombre de chiffres après la virgule ». ▸ « Le plus petit des nombres décimaux d'une liste de décimaux est celui dont le premier chiffre après la virgule est un zéro. »[5] ▸ Il est impossible de multiplier un nombre par un nombre décimal : « Un nombre de fois qui n'est pas entier, ce n'est pas un nombre de fois. »[6] ▸ « La valeur exacte d'un quotient, c'est une écriture décimale qui a beaucoup de chiffres à droite de la virgule, notamment si c'est la calculatrice qui l'affiche. »[7]
14.	Quelles sont les formes langagières qui permettent de verbaliser les propriétés, les situations et les procédures de traitement mathématiques en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ Vocabulaire approprié aux décimaux : partie entière, partie décimale, les dixièmes, les centièmes, les millièmes, les dix millièmes, etc. ▸ Additionner, multiplier, comparer, classer, ordonner, encadrer, déterminer les rangs des chiffres d'un nombre décimal.
15.	Quelles sont les formes non langagières qui permettent de représenter symboliquement les propriétés, les situations et les procédures de traitement en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ Les symboles. ▸ Les représentations symboliques. ▸ Les représentations picturales (dessin). ▸ Les représentations graphiques. ▸ Les représentations sous forme de fraction décimale.

4 Anselmo, B., Bonnet, M., Colonna, A., Combier, G., Latour, J. et Planchette, P. (1999). *La sixième entre fractions et décimaux* (p. 7). Lyon : IREM de Lyon.

5 *Op. cit.*

6 *Op. cit.*

7 *Op. cit.*

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
16.	Quelles sont les formes langagières ou non langagières qui pourraient être source de difficultés pour l'élève **(le signifiant)** ?	▸ Lecture et écriture des nombres décimaux en chiffres et en lettres. ▸ Écriture des fractions sous forme de fraction décimale. ▸ Interprétation d'un taux exprimé en nombre décimal. ▸ Interprétation et utilisation des nombres décimaux dans des situations relevant de la mesure. ▸ Interprétation et utilisation des nombres décimaux dans des situations relevant de la proportionnalité et des statistiques (échelle, pourcentage, fréquence, indice).

2.2 Cartographies / continuums des différents pays

2.2.1 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Bénin, version secondaire

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Sens et représentation	Unité, dixième			✗	✗	✗	✗
	Nombres et chiffres						✗
	Partie entière, partie décimale d'un nombre décimal				✗	✗	✗
	Différentes écritures d'un nombre décimal				✗	✗	✗
	Identification (position décimale)				✗	✗	✗
	Lecture et écriture d'un nombre décimal				✗	✗	✗
	Écriture décimale, écriture fractionnaire					✗	✗
	Dividende, diviseur, quotient, reste				✗	✗	✗
	Quotient exact, quotient approché				✗	✗	✗
	Système positionnel décimal				✗	✗	✗
	Ordre de grandeur d'un nombre						✗
	Ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit						✗
	Chiffres romains						✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Sens et représentation *(suite)*	Pourcentage					✗	✗
	Échelle						✗
	Passage d'une représentation du nombre décimal à un autre : concret / schéma / symbole				✗	✗	✗
	Représentation fractionnaire et fraction décimale				✗	✗	✗
	Notation décimale et développement décimal limité				✗	✗	✗
Techniques opératoires (et relation)	Comparaison de deux entiers naturels	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Comparaison de deux nombres décimaux ayant des parties entières différentes				✗	✗	✗
	Comparaison de deux nombres décimaux ayant la même partie entière				✗	✗	✗
	Rangement de plusieurs entiers naturels dans un ordre donné	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Rangement de plusieurs décimaux dans un ordre donné				✗	✗	✗
	Encadrement d'un décimal par deux décimaux à une unité près ; à 0,1 près ; à 0,01 près ; etc.						✗
	Addition de nombres décimaux				✗	✗	✗
	Soustraction de nombres décimaux				✗	✗	✗
	Multiplication de nombres décimaux				✗	✗	✗
	Division de deux nombres décimaux				✗	✗	✗
	Somme				✗	✗	✗
	Différence				✗	✗	✗
	Produit				✗	✗	✗
	Le carré et le cube d'un nombre décimal						✗
	Quotient				✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Partage				✗	✗	✗
	Système métrique				✗	✗	✗
	Situations pour ordonner, comparer, opérer sur les nombres décimaux				✗	✗	✗
	Résolution de problèmes additifs ou multiplicatifs impliquant les nombres décimaux				✗	✗	✗
	Mesure (longueur, masse, capacité, aire, volume et temps)				✗	✗	✗
	Conversion (longueur, masses, capacité, monnaie, temps)				✗	✗	✗
	Repérage sur une demi-droite				✗	✗	✗
	Fractions décimales				✗	✗	✗
	Approximation de nombres				✗	✗	✗
Propriétés et transformations	Technique de comparaison de décimaux				✗	✗	✗
	Techniques opératoires (addition, soustraction, la multiplication et la division)				✗	✗	✗
	La règle autour des zéros superflus (1,2 = 1,200 ; 03,5 = 3,5)				✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000, etc.				✗	✗	✗
	Règle autour de la commutativité, de l'associativité, de l'addition et de la multiplication			✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction						✗
	Principes de la numération de position décimale (base 10, positionnel, décimal, sens du zéro, échanges)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la lecture et de l'écriture d'un nombre décimal				✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; etc.				✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Liens avec des domaines mathématiques	Arithmétique				✗	✗	✗
	Géométrie				✗	✗	✗
	Algèbre				✗	✗	✗
	Analyse				✗	✗	✗
	Mesure				✗	✗	✗

2.2.2 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Sénégal, version secondaire

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Sens et représentation	Unité, dixième	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Nombres et chiffres		✗	✗	✗	✗	✗
	Partie entière, partie décimale d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Différentes écritures d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Lecture et écriture d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Ordre de grandeur d'un nombre						✗
	Ordre de grandeur d'une somme, d'une différence, d'un produit						✗
	Pourcentage	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Échelle		✗	✗	✗	✗	✗
	Écriture décimale, écriture fractionnaire	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Identification (position décimale).	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Système positionnel décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Chiffres romains		✗	✗	✗	✗	✗
	Dividende, diviseur, quotient, reste	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Quotient exact, quotient approché	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Représentation fractionnaire et fraction décimale	✗	✗	✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Techniques opératoires (et relation)	Relations d'inégalités larges		✗	✗	✗	✗	✗
	Comparaison de deux entiers naturels	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Comparaison de deux nombres décimaux ayant des parties entières différentes	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Comparaison de deux nombres décimaux ayant la même partie entière	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Rangement de plusieurs entiers naturels dans un ordre donné	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Rangement de plusieurs décimaux dans un ordre donné	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Encadrement d'un décimal par deux décimaux à une unité près ; à 0,1 près ; à 0,01 près ; etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Addition de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Soustraction de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Multiplication de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Division de deux nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Somme	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Différence	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Produit	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Le carré et le cube d'un nombre décimal		✗	✗	✗	✗	✗
	Quotient	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Partage	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Système métrique	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Situations pour ordonner, comparer, opérer sur les nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Résolution de problèmes additifs ou multiplicatifs impliquant les nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Mesure (longueur, masse, capacité, aire, volume et temps)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Conversion (longueur, masses, capacité, monnaie, temps)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Usage et utilisation *(suite)*	Repérage sur une demi-droite	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Fractions décimales	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Approximation de nombres	✗	✗	✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Propriétés et transformations	Technique de comparaison de deux décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Techniques opératoires (addition, soustraction, multiplication et division)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	La règle autour des zéros superflus (1,2 = 1,200 ; 03,5 = 3,5)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000, etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la commutativité, de l'associativité, de l'addition et de la multiplication		✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction		✗	✗	✗	✗	✗
	Principes de la numération de position décimale (base 10, positionnel, décimal, sens du zéro, échanges)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la lecture et de l'écriture d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Liens avec des domaines mathématiques	Arithmétique	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Géométrie	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Mesure	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Algèbre	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Analyse				✗	✗	✗
	Fonctions				✗	✗	✗
	Statistique				✗	✗	✗

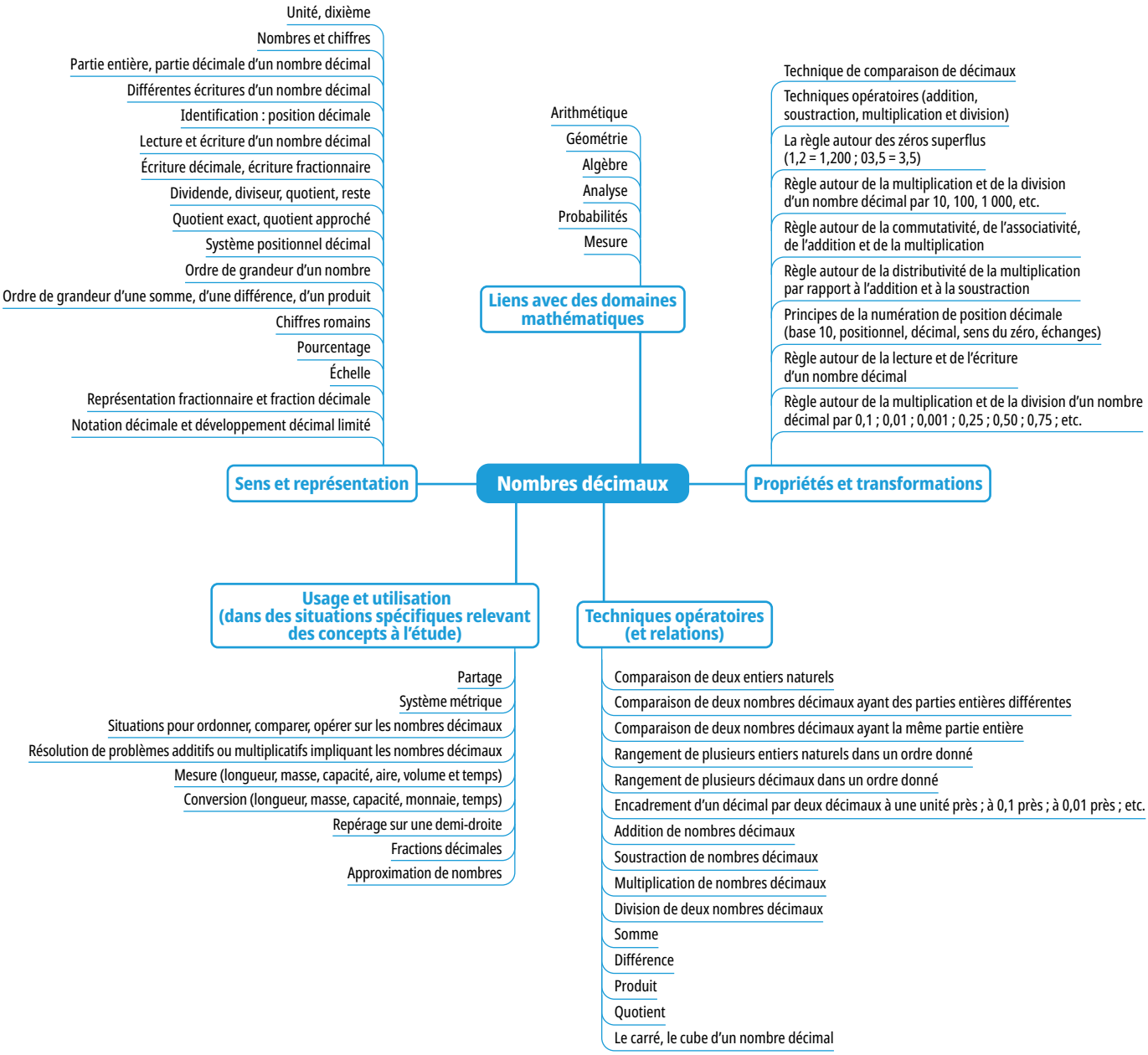
2.2.3 Cartographie / continuum de l'enseignement des nombres décimaux au Togo, version secondaire

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Sens et représentation	Partie entière, partie décimale d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Différentes écritures d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Position des chiffres dans l'écriture d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Nombre de dixièmes, de centièmes, de millièmes, de dix-millièmes, etc.		✗	✗	✗	✗	✗
	Lecture et écriture d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Écriture décimale, écriture fractionnaire		✗	✗	✗	✗	✗
	Dividende, diviseur, quotient, reste	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Quotient exact, quotient approché	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Écriture en pourcentage	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Identification (position décimale)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Passage d'une représentation du nombre décimal à une autre : concret / schéma / symbole / abstrait	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Système positionnel décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Ordre de grandeur et estimation d'un nombre décimal		✗	✗	✗	✗	✗
	Tableau de numération de position décimale (unité, dizaine, centaine, unité de mille / dixième, centième, millième)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Notation décimale et développement décimal limité	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Techniques opératoires (et relation)	Comparaison de deux nombres décimaux ayant la même partie entière	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Comparaison de deux nombres décimaux ayant des parties entières différentes	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Composition et décomposition en base 10	✗	✗	✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Techniques opératoires (et relation) *(suite)*	Rangement de plusieurs décimaux dans un ordre donné	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Relation d'équivalence	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Relation d'égalité	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Opérations additives	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Opérations multiplicatives	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Différence	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Somme	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Produit	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Quotient	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Addition de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Soustraction de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Multiplication de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Division de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Partage	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Résolution de problèmes additifs ou multiplicatifs impliquant les nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Mesure (longueur, masse, aire, volume)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Système métrique	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Situations de décompositions additives et multiplicatives	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Repérage sur une demi-droite	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Fractions décimales	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Approximation de nombres	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Situation pour comparer, ordonner, opérer sur les nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires					
		CM2	6e	5e	4e	3e	2de
Propriétés et transformations	Technique de comparaison de nombres décimaux	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Techniques opératoires (addition, soustraction, la multiplication et la division)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Principes de la numération de position décimale	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000, etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la commutativité, de l'associativité, de l'addition et de la multiplication	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la lecture et de l'écriture d'un nombre décimal	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Règle autour de la multiplication et de la division d'un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; etc.	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	La règle autour des zéros superflus (1,2 = 1,200 ; 03,5 = 3,5)	✗	✗	✗	✗	✗	✗
Liens avec des domaines mathématiques	Arithmétique	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Algèbre	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Géométrie	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Mesures	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	Statistique					✗	✗

2.3 Carte conceptuelle de l'enseignement des nombres décimaux



2.4 Fiches pédagogiques sur l'enseignement des nombres décimaux (au secondaire) par pays

2.4.1 Bénin : multiplication de nombres décimaux (6e)

❶ ANALYSE À PRIORI *(sections 1 à 10)*

INFORMATIONS GÉNÉRALES *(sections 1 à 9)*

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
1. **Quelles sont les intentions didactiques de l'enseignant ?**	Apprendre aux élèves comment effectuer la multiplication des nombres décimaux arithmétiques.
2. **Justification de la leçon (au regard du programme et / ou des savoirs)**	Dans la vie pratique, nous sommes amenés à faire des groupements d'objets et à déterminer leur nombre, à les additionner et à les soustraire. Pour pouvoir le faire sans se tromper, il faut savoir compter, lire et écrire les nombres. La multiplication est une opération qui permet de résoudre certains de ces problèmes de la vie.
3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage**	L'objectif visé est qu'à la fin du cours les élèves sachent faire la multiplication de deux nombres décimaux arithmétiques de façon générale. Spécifiquement à la fin de la leçon, l'élève doit être capable de : ▸ Connaître et utiliser le vocabulaire : soustraction, différence et du produit ; ▸ Calculer le produit de deux nombres décimaux arithmétiques ; ▸ Donner un ordre de grandeur d'un produit ; ▸ Utiliser la multiplication de deux nombres décimaux arithmétiques pour résoudre des problèmes et situation-problème.
4. **Objets d'apprentissage**	Multiplication de deux nombres décimaux arithmétiques.
5. **Prérequis et préalables**	▸ S'approprier la notion du nombre décimal arithmétique. ▸ Savoir déterminer la somme et la différence de deux nombres entiers naturels. ▸ Savoir déterminer le produit de deux entiers naturels.
6. **Ressources (matériels didactiques)**	**Matériel individuel :** ▸ **Pour l'apprenant :** instruments de géométrie, crayon, gomme, stylos, cahier de recherche, cahier de cours, le texte de la situation de départ (SD) et le support des activités, la craie, le chiffon, l'ardoise. ▸ **Pour l'enseignant :** programme d'études de mathématiques 6e, fiche pédagogique du jour et supports des activités pour les élèves.

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
7. Ressources (matériels didactiques) *(suite)*	**Matériel collectif :** kits et instruments de géométrie, calculatrices, craies, chiffon, tableau, livres au programme. **Diverses ressources bibliographiques ou webographiques :** livre de mathématiques 6e.
8. Stratégies d'enseignement	▸ Travail individuel (TI). ▸ Travail en petits groupes (TG). ▸ Travail collectif (TC).
9. Prise en compte des dimensions genre / inclusive / différence	▸ Proposer des problèmes qui prennent en compte les noms de fille et de garçon. ▸ Former des groupes de travail mixtes.

Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

- **Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM)** (Éd.) (2019). *Je révise les maths – Manuel scolaire de mathématiques, 6e*. Paris : Édicef.
- https://fasoeducation.bf/cours_esu/primaire/cm2/arithmetique/technique_quatre_operations/co/multiplication_nombres_decimaux.html

10. Anticipation

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Actions (processus de remédiation)
Donner du sens au nombre décimal arithmétique.	→ Par le tableau de numération et la lecture.
Rupture entre nombres entiers et décimaux.	→ Par des exemples concrets : un nombre entier est un nombre décimal arithmétique, mais l'inverse n'est pas vrai.
Confusion entre les nombres entiers et les nombres décimaux : successeurs / prédécesseurs.	→ Par des exemples concrets : le successeur de 2,1 n'est pas 2,2.
Détermination du rang de chaque chiffre d'un nombre décimal arithmétique.	→ Par le tableau de numération et la lecture.

Obstacles anticipés	Actions (processus de remédiation)
Confusion entre position d'un chiffre et sa valeur décimale dans un nombre décimal arithmétique.	→ Par le tableau de numération et la lecture.
Identification de la partie décimale d'un nombre.	→ Par des exemples concrets. Il faut noter que la partie décimale d'un nombre décimal est inférieure à 1.

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Difficultés anticipées	Actions (processus de remédiation)
Non-maîtrise du concept de nombre décimal arithmétique et de ses principes imbriqués.	→ Retravailler le concept de numération de position décimale. → Écrire les nombres décimaux à l'aide du tableau de numération.
Non-maîtrise de la valeur de position (du rang) des chiffres d'un nombre décimal arithmétique.	→ Retravailler le concept de numération de position décimale. → Écrire les nombres décimaux à l'aide du tableau de numération.
Langage, vocabulaire mathématique, formes langagières, non-langagières.	→ Faire un travail sur le transcodage numéral digital. → Travail collectif bien dirigé.

10.3 Erreurs possibles mathématiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
Erreurs dues au fait « qu'un décimal est conçu comme étant constitué de deux entiers accolés et séparés par une virgule ».	→ Travailler en concomitance les nombres décimaux et la fraction décimale.
Confusion de l'ordre des grandeurs des dixièmes, centièmes, millièmes, etc. dans le tableau de numération.	→ Travailler en concomitance les nombres décimaux et la fraction décimale.
Erreurs dues à la disposition des chiffres dans l'opération de la multiplication.	→ Diversifier les activités. **Exemple :** $2{,}3 \times 2{,}5 = 4{,}15$.
Erreurs liées au calcul numérique.	→ Diversifier les activités. → Retravailler les principes de la numération de position décimale (position, décimal, échange, zéro).

Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
Erreurs dues à l'écriture en chiffres des décimaux.	→ Écrire les nombres décimaux à l'aide du tableau de numération et les différentes formes d'un nombre décimal (Ringard, s. d., p. 7-8).

❷ PENDANT ET APRÈS LA CLASSE *(sections 11 et 12)*

11. Déroulement [8]

Étape 1 **Phase de mise en situation**

- Contrôle des prérequis
- Situation déclenchante

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur met au tableau l'activité 0 et désigne un élève pour lire les consignes et invite les élèves à répondre aux questions. Le professeur ne donnera pas un jugement de valeur, car l'activité 0 a pour objectif de recenser les représentations initiales des élèves sur l'objet d'apprentissage de la majorité des apprenants. **Activité 0** « Dodo mesure 1,51 m et pèse 36,09 kg. Il habite à 2 km de son collège. » 1. Choisis la bonne réponse, puis la justifier. 1,51 et 36,09 sont deux nombres : • décimaux arithmétiques ; • entiers naturels. 2. Donne pour chacun d'eux, la partie entière et la partie décimale.

8 « La première colonne sert à mettre en évidence les éléments qui structurent les étapes (tâches et activités…). La deuxième sert à mettre en évidence explicitement les activités attendues des élèves et de l'enseignant et les contenus, soit à expliciter ce qui est attendu. Le tableau (points 1 à 12) est une fiche de préparation d'une leçon. Nous faisons une première présentation de la fiche qui servira d'outils lors de la préparation d'une leçon. En effet, il existe plusieurs variantes de fiche. Les auteurs présentent et proposent une fiche qui s'articule autour des contenus didactiques qui visent le renforcement des compétences des enseignants. », extrait de Adihou, Butlen et Koudogbo, 2023, p. 83.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	**3.** Écris 2 avec une partie décimale. Le professeur contrôle les résultats des élèves. Un élève pourrait écrire : la partie décimale de 1,51 est 51. Dans ce cas, le professeur l'amène à saisir que la partie entière est 1 et la partie décimale est 0,51.
	Activité mathématique de l'élève L'élève lit et répond aux questions. **Activité 0 : résultats attendus** **1.** → Décimaux arithmétiques. Justification : ces deux nombres contiennent chacun une virgule. **2.** Je donne pour chacun d'eux, la partie entière et la partie décimale :

Nombres	Partie entière	Partie décimale
1,51	1	0,51
36,09	36	0,09

	3. Écris 2 avec une partie décimale : 2 = 2,00.
Contenus d'apprentissage	**Synthèse** **Retenons :** • Les nombres entiers naturels peuvent s'écrire sans virgule. L'ensemble de ces nombres est noté $\mathbb{N}$. • Un nombre décimal est un nombre comportant un nombre fini de chiffres dont une écriture décimale comporte une partie entière, une virgule et une partie décimale. L'ensemble de ces nombres est noté $\mathbb{D}$. • Lorsqu'on veut additionner la même chose plusieurs fois, on effectue une multiplication. Le résultat d'une multiplication est appelé le produit.
	Proposition de nouvelles acquisitions : Aujourd'hui, tu vas apprendre la multiplication des nombres décimaux arithmétiques.

Étape 2 **Phase de réalisation**

- Activités
- Synthèses

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur expose l'activité suivante et invite les élèves à la résoudre. **Activité 1** **Situation problème** « Dodo réussit à avoir de petits modèles de peaux tannées. Il dispose d'une peau tannée rectangulaire de dimensions 12,3 cm et 7,5 cm et d'une peau tannée carrée de côté 8,4 cm. Il aimerait connaître les aires de ces deux peaux tannées afin de savoir combien de modèles il peut fabriquer avec ce qu'il possède au départ. Mais il ne dispose pas de calculatrice pour les opérations à effectuer. Tu vas aider Dodo en répondant à la consigne suivante : » **Consigne 1 :** méthode de calcul 1. Calcule l'aire de la peau tannée rectangulaire et celle de la peau tannée carrée sans utiliser la calculatrice. 2. Explique au cordonnier Dodo comment tu as fait pour obtenir les réponses finales. **Stratégies :** TI : 10 min ; TC : 5 min (envoyer plusieurs apprenants au tableau à la fois). **Consigne 2 :** consolidation Effectue, sans utiliser la calculatrice, chacune des opérations suivantes : $A = 2{,}23 \times 4{,}5$; $B = 3{,}12 \times 4$; $C = 21{,}14 \times 5{,}16$. **Stratégies :** TI : 5 min ; TG : 5 min ; TC : 10 min (envoyer plusieurs apprenants au tableau à la fois). Le professeur passe de groupe en groupe pour s'assurer que chaque élève s'investit réellement dans le travail. Il joue le modérateur et le facilitateur. **Activité mathématique de l'élève** Les apprenants travaillent individuellement, en groupe puis collectivement en respectant les consignes données et le temps imparti. **Consigne 1 :** résultats attendus 1. On a : L'aire de la peau tannée rectangulaire est : $A_r = 12{,}3\ \text{cm} \times 7{,}5\ \text{cm} = 92{,}25\ \text{cm}^2$.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	L'aire de la peau tannée carrée est : $A_c = 8{,}4 \text{ cm} \times 8{,}4 \text{ cm} = 70{,}56 \text{ cm}^2$. **2.** Les apprenants proposeront une méthode selon leur propre démarche ; leur formulation pourra éventuellement être améliorée. **Exploitation des résultats** **N. B. :** la partie décimale d'un nombre décimale est toujours inférieure à 1. Exemple : la partie entière de 23,026 est 23 et sa partie décimale 0,026. **Synthèse** Pour calculer le produit deux nombres décimaux arithmétiques, on peut procéder comme suit : **1.** On multiplie ces nombres sans leur virgule ; **2.** On compte le nombre de chiffres après la virgule dans chaque nombre décimal arithmétique ; **3.** On fait l'addition des nombres de chiffres après les virgules. **4.** Dans le résultat final, on place la virgule après la somme des chiffres de la droite vers la gauche (Edicef, 1993). **Activité mathématique de l'élève** Les apprenants travaillent individuellement, en groupe puis collectivement en respectant les consignes données et le temps imposé. **Consigne 2 :** résultats attendus On a : $A = 10{,}035$; $B = 12{,}48$; $C = 109{,}0824$.

Étape 3 **Phase d'objectivation / réinvestissement**

- Renforcement
- Intégration
- Conclusion

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** L'activité de réinvestissement est une phase d'application directe. L'enseignant expose donc au tableau cette activité de réinvestissement puis donne un temps nécessaire aux élèves. Ensuite il envoie au tableau les élèves pour exposer leurs productions.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	**Activité de réinvestissement** Effectue les opérations suivantes : 1. $x = 123{,}32 \times 1\,000$; 2. $y = 527 \times 0{,}001$; 3. $z = 67{,}34 \times 11{,}32$. **Activité mathématique de l'élève** **Activité de réinvestissement : résultats attendus** Je pose et j'effectue : 1. $x = 123\,320$; 2. $y = 0{,}527$; 3. $z = 762{,}2888$.
Contenus d'apprentissage	Pour faire la multiplication des nombres décimaux, on effectue d'abord l'opération sans tenir compte de la virgule ou des virgules. Ensuite, on compte le nombre de chiffres à droite de la virgule ou des virgules ; on en compte autant au produit de la droite vers la gauche. Finalement, on place la virgule au résultat final.

Étape 4 **Phase d'évaluation**

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** C'est la phase de l'évaluation. Le maître met l'activité au tableau et invite les élèves à résoudre. **Activité 3** « On veut clôturer un champ rectangulaire de 38,7 m sur 21,9 m à l'aide de 3 tours de fil de fer fixés sur des piquets. Un piquet est planté à chaque coin du champ. Le prix d'un mètre de fil de fer est de 15,85 euros (15,85 €/m). Calcule le prix de fil de fer nécessaire pour la clôture. » **Activité mathématique de l'élève** **Activité 3 : résultats attendus** 1. Je calcule le périmètre du champ rectangulaire : $(38{,}7 \text{ m} + 21{,}9 \text{ m}) \times 2 = 121{,}2 \text{ m}$. 2. Je calcule la longueur du fil de fer : $121{,}2 \text{ m} \times 3 = 363{,}6 \text{ m}$. 3. Calcule le prix du fil de fer nécessaire pour la clôture : $15{,}85 \text{ euros} \times 363{,}6 = 5\,763{,}06 \text{ euros}$.
Contenus d'apprentissage évalués	Résolution de problèmes faisant intervenir le calcul de sommes et produits de nombres décimaux.

12. Exercices d'approfondissement

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices séance tenante	**Activité du professeur et processus de remédiation** C'est la phase d'exercice de la séance tenante. Le professeur donne l'activité aux élèves à chercher. **Activité 4** « M. Garba veut carreler sa salle de réunion. Le carrelage se vend sous forme de plaques. On peut aussi l'acheter sous la forme de dixièmes de plaques ou de centièmes de plaques ou de millièmes de plaques. Il a acheté 241,101 plaques. Il a déjà posé 129 plaques, 6 dixièmes, 9 centièmes et 2 millièmes. Le prix d'une plaque est de 6,25 euros. » 1. Combien lui reste-t-il de plaques à poser ? 2. Écris ta réponse sous la forme de fractions décimales, puis d'une écriture à virgule. 3. Calcule le prix des plaques restantes à déposer. **Activité mathématique de l'élève** L'élève cherche la solution de l'activité en respectant les instructions données par le professeur. **Activité 4 : résultats attendus** 1. Je détermine la quantité de plaques qui lui reste à poser : 241,101 − 129,692 = 111,409. 2. Écris ta réponse sous la forme de fractions décimales, puis d'une écriture à virgule : $111 + \frac{4}{10} + \frac{0}{100} + \frac{9}{1\,000} = 111{,}409$ 3. Je calcule le prix des plaques restantes à déposer : 6,25 euros × 111,409 = 696,30625 euros.
Contenus d'apprentissage	L'écriture d'un nombre décimal peut comporter une virgule. La partie à gauche de la virgule est **la partie entière** du nombre. La partie à droite de la virgule permet de former **la partie décimale**. Les chiffres après la virgule représentent dans l'ordre les **dixièmes**, les **centièmes** et les **millièmes**. Les chiffres à gauche de la virgule représentent dans l'ordre les unités simples, les dizaines, les centaines, les mille, etc.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices à la maison pour travaux dirigés ultérieurs (application, consolidation des acquis méthodologiques, approfondissement, recherche, projet)	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur donne les exercices à chercher pour la consolidation des acquis. **Activité 5** Effectue les opérations suivantes : $A = 123{,}25 \times 25{,}001$; $B = 69{,}1 \times 3{,}258$; $C = 984{,}56 \times 23{,}05$; $D = 741{,}002 \times 78\,954{,}1$. **Activité mathématique de l'élève** **Activité 5 : résultats attendus** → $A = 123{,}25 \times 25{,}001 = 3\,081{,}37325$; → $B = 69{,}1 \times 3{,}258 = 225{,}1278$; → $C = 984{,}56 \times 23{,}05 = 22\,694{,}108$; → $D = 741{,}002 \times 78\,954{,}1 = 58\,505\,146{,}0082$.

Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

- **Ministère des Enseignements Secondaire, Technique et de la Formation Professionnelle** (Bénin) (2020). *Guide et programme de la classe*.
- **Edicef** (1993). *Mathématiques, 6e*. Paris : Edicef.
- **Ringard, M.** (s. d.). *Efficacité d'un rituel de numération autour des fractions et nombres décimaux au cycle 3*.

2.4.2 Sénégal : comparaison de nombres décimaux (6e)

❶ ANALYSE À PRIORI *(sections 1 à 10)*

INFORMATIONS GÉNÉRALES *(sections 1 à 9)*

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
1. **Quelles sont les intentions didactiques de l'enseignant ?**	Apprendre aux élèves à comparer des nombres décimaux s'écrivant avec un nombre quelconque de chiffres à la partie entière et à la partie décimale.
2. **Justification de la leçon (au regard du programme et / ou des savoirs)**	▸ La découverte des nombres décimaux s'écrivant uniquement avec un chiffre après la virgule est faite en classe de CE2. ▸ L'étude des nombres décimaux va se poursuivre au niveau de la troisième étape (CM1 et CM2) avec l'apprentissage des opérations (addition, soustraction, multiplication et division). ▸ Pour estimer la valeur d'un bien, d'une mesure (longueur, volume, aire, poids, monnaie ; etc.) on a besoin des nombres décimaux. Pour étudier des fonctions, résoudre des équations, résoudre des problèmes de statistiques, on a encore des nombres décimaux. ▸ Amener les élèves de 6e à pouvoir comparer deux décimaux quelconques est important dans l'apprentissage des mathématiques.
3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage**	Au terme de la leçon, l'élève doit être capable de comparer des nombres décimaux.
4. **Objets d'apprentissage**	Méthodes de comparaison de décimaux.
5. **Prérequis et préalables**	▸ Comparaison de deux entiers naturels. ▸ Lecture et écriture d'un nombre décimal. ▸ Rang des chiffres dans l'écriture d'un nombre décimal. ▸ Passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire. ▸ Décomposition d'un nombre décimal.
6. **Ressources (matériels didactiques)**	**Matériel et supports didactiques pour l'élève :** crayon, stylo, cahier de cours, cahier de brouillon, cahier d'exercices, *Excellence 6e*, règle graduée, fiche de travail. **Matériel et supports didactiques pour l'enseignant :** craie, éponge, règle graduée, *Excellence 6e*, programme de mathématiques de 2006, fiches de travail.

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
7. Stratégies d'enseignement	Proposition d'activités pour faire découvrir les notions. ▸ Travail individuel. ▸ Travail puis en binôme. ▸ Correction collective.
8. Prise en compte des dimensions genre / inclusive / différence	▸ Dans la formulation des énoncés de problèmes, mettre des noms de filles et de garçons. ▸ Constituer des équipes mixtes et hétérogènes en fonction des niveaux des élèves, leurs besoins ou situation de handicap. ▸ Questionner de manière alternative les filles et les garçons.
9. Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique	Diallo, M., Mbengue, O., Faye, B., Diallo, B., Diouf, M., Diouf, B., Boury, F. et Faye, G. (2008). *Excellence 6e*. Dakar : Éditions des Écoles Nouvelles Africaines - Sénégal (EENAS).

10. Anticipation

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Actions (processus de remédiation)
Obstacles générés par les manuels scolaires dans lesquels les nombres décimaux sont introduits par des situations de conversions d'unités et de grandeurs : « Un nombre décimal est composé en général d'une partie entière et d'une partie décimale séparées par une virgule », Collection Excellence EENAS (cette définition pourra entraîner des difficultés à comparer des décimaux).	▸ Introduire les nombres à partir des fractions décimales. ▸ Insister sur la décomposition d'un nombre décimal, sur le rang des chiffres. ▸ Représenter les nombres décimaux sur la règle graduée ou la droite numérique.
Obstacles générés par le programme scolaire : « Dans 7,032 ; 7 est la partie entière et 032 la partie décimale », *Programme de 6e* de 2006.	▸ Tenir compte de cette erreur dans les enseignements / apprentissages en insistant sur la décomposition des nombres décimaux. ▸ Faire remarquer qu'une partie décimale ne peut pas être supérieure à 1.
Obstacles générés par une mauvaise acquisition du concept de nombre décimal dans les enseignements / apprentissages : « Un nombre décimal est conçu comme étant constitué de deux entiers accolés et séparés par une virgule. »	▸ Utiliser le tableau de numération décimale. ▸ Se servir des fractions décimales pour introduire les décimaux. ▸ Utiliser la décomposition des nombres décimaux. ▸ Revenir sur le rang des chiffres d'un nombre décimal en articulant avec les principes de position.

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Difficultés anticipées	Actions (processus de remédiation)
Difficulté à déterminer le rang des chiffres d'un nombre décimal.	▸ Donner différents exercices sur la décomposition des nombres. ▸ Utiliser le tableau de numération.
Difficulté liée au passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire.	▸ Revenir sur la règle consistant à diviser un nombre par 10 ; 100 ; 1 000 ; 10 000, etc.
Difficulté à comprendre le sous-concept « partie décimale » d'un nombre décimal.	Insister sur : ▸ la décomposition ; ▸ le placement d'un décimal dans le tableau de numération ; ▸ l'aspect sémantique du nombre décimal ; ▸ l'utilisation de la droite numérique.
Difficulté à comparer deux décimaux.	▸ Utiliser les fractions décimales. ▸ Utiliser le tableau de numération. ▸ Utiliser la décomposition.

10.3 Erreurs possibles mathématiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
12,254 > 12,8 car 12,254 a plus de chiffres que 12,8.	▸ Faire remarquer la présence de la virgule séparant deux entités différentes (partie entière et partie décimale) dans l'écriture d'un nombre décimal qui empêche d'appliquer la règle de la comparaison observée avec les entiers naturels. ▸ Utiliser leurs écritures en fractions décimales. ▸ Utiliser les décompositions pour comparer.
2,5 < 2,125 car 5 < 125.	▸ Amener les élèves à écrire les deux décimaux à comparer avec le même nombre de chiffres dans les deux parties décimales respectives. ▸ Proposer des contextes où les nombres décimaux expriment des mesures. ▸ Utiliser la droite numérique ou la décomposition.

❷ PENDANT ET APRÈS LA CLASSE *(sections 11 et 12)*

11. Déroulement

Étape 1 **Phase de mise en situation**

- Contrôle des prérequis
- Situation déclenchante

Durée : 13 min

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Contrôle des prérequis** **Durée :** 8 min **Activité du professeur et processus de remédiation :** Le professeur distribue la fiche de travail contenant certaines activités proposées durant le déroulement de la leçon. Il demande aux élèves de répondre individuellement aux différentes questions. Il circule, contrôle les productions, répond éventuellement aux questions des élèves, apporte l'aide au besoin. **Exercice 1** 1. Barre les zéros inutiles dans l'écriture décimale : 087,50 ; 0050 ; 069000. 2. Complète en mettant les signes « = » ou « ≠ » : 060,580 … 60,58 ; 170,21 … 170,201. **Exercice 2** Complète les égalités : 1. $2{,}3 = \frac{\dots}{10}$; $13{,}068 = \frac{\dots}{1\,000}$. 2. Compare $\frac{213}{100}$ et $\frac{250}{100}$. 3. Donne l'écriture décimale (écriture à virgule) puis l'écriture fractionnaire de chacun des nombres suivants : • Treize unités trois dixièmes cinq centièmes ; • Sept unités quinze centièmes. **Activité mathématique de l'élève** Chaque élève répond aux questions posées, pose éventuellement des questions. **Situation déclenchante** **Durée :** 5 min Le professeur écrit cette inégalité au tableau : 321,2 < 321,1459.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	Il dit aux élèves : « Ceci est la réponse d'un de mes élèves l'année dernière sur la comparaison de 321,2 et 321,1459. Avait-t-il raison ? » Si la réponse d'un élève est « oui », le professeur peut lui demander le pourquoi. Si la réponse est « non », il peut lui demander de justifier, ce qui lui permettra d'avoir une idée des éventuelles causes des erreurs sur la comparaison de deux décimaux que les élèves auront à faire. Il leur demandera de suivre attentivement la suite du cours afin de pouvoir comparer deux décimaux.
Contenus d'apprentissage	1. Rappels : • Comparaison de deux entiers naturels. • Zéros inutiles d'un décimal. • Lecture et écriture d'un décimal. 2. Comparaison de deux décimaux.

Étape 2 **Phase de réalisation**

- Activités
- Synthèses

Durée : 25 min

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Durée :** 10 min Le professeur écrit cette activité au tableau : « À la phase des jeux scolaires, voici les performances des quatre meilleurs en saut en hauteur : **Saliou** : 1,55 m ; **Fatou** : 1,125 m ; **Jeanne** : 1,25 m ; **Modou** : 1,2 m 1. Qui est le plus performant ? Justifie en proposant deux méthodes de comparaison. 2. Le moins performant ? Justifie en proposant deux méthodes de comparaison. » Il leur demande de donner leurs réponses dans leurs cahiers de brouillons. Il circule pour apprécier les différentes productions. Il demande à quelqu'un ayant trouvé de justifier sa réponse au tableau. Il demande ensuite à un autre n'ayant pas trouvé de justifier leur réponse au tableau. Il demande à celui ayant trouvé d'expliquer à l'autre qui a faussé la source de son erreur. Il peut apporter des éclaircissements au besoin.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
	Activité mathématique de l'élève Chaque élève répond aux questions posées.
Contenus d'apprentissage	**Rappels :** ▸ Comparaison de deux entiers naturels. ▸ Comparaison de nombres décimaux. **Résumé du cours** **Durée :** 15 min **Rappel important :** **Propriété :** on ne change pas un nombre décimal si on ajoute : → des zéros avant la partie entière ; → des zéros après la partie décimale. **Règle** (à retenir) **:** Pour comparer deux nombres décimaux écrits sous forme décimale on compare d'abord les parties entières : ▸ Si les parties entières sont différentes alors le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière. Si les parties entières sont égales, alors on compare les chiffres des dixièmes. ▸ Si les chiffres des dixièmes sont différents, alors le plus grand est celui qui a le plus grand chiffre des dixièmes. ▸ Si les chiffres des dixièmes sont égaux, alors on compare le chiffre des centièmes. ▸ Ainsi de suite. **N. B. :** Le professeur demande aux élèves de donner d'autres méthodes de comparaison. Il peut synthétiser en revenant avec des exemples à l'appui sur ces autres méthodes : – consistant à écrire les deux parties décimales avec le même nombre de chiffres quitte à compléter avec des zéros inutiles ; – consistant à utiliser les fractions décimales ; – consistant à les placer sur la droite graduée. Il dit aux élèves de choisir la méthode qui leur semble plus facile pour la comparaison de deux décimaux.

Étape 3 **Phase d'objectivation / réinvestissement**

- Renforcement
- Intégration
- Conclusion

Durée : 10 min

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	Le professeur demande aux élèves de reprendre la fiche de travail pour traiter individuellement ces deux exercices : **Exercice 1** Compare les nombres décimaux suivants : 31,25 et 30,259 ; 42,25 et 42,27 ; 54,125 et 54,2. **Exercice 2** *A* est un nombre décimal avec deux chiffres après la virgule. Son chiffre des dixièmes est le même que celui de 825,36. Son chiffre des centièmes est le même que celui de 736,1849. Sa partie entière est la même que celle de 321,879. *B* est un nombre décimal qui s'écrit avec 321 unités, 2 dixièmes et 9 millièmes. Compare *A* et *B*. Le professeur circule, aide ceux qui rencontrent éventuellement des difficultés. Il demande à un élève d'aller corriger au tableau en apportant au besoin des éclaircissements. **Activité mathématique de l'élève** Chaque élève réalise individuellement les tâches demandées.
Contenus d'apprentissage	Renforcement sur la comparaison, intégration.

Étape 4 **Phase d'évaluation**
Durée : 10 min

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur demande de traiter les exercices suivants dans leurs cahiers d'exercices.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Exercice 1** Compare les nombres décimaux suivants : 8,012 et 8,02 ; 25,8 et 25,7899. **Exercice 2** On donne les nombres décimaux suivants : 5,125 ; 4,245 ; 5,6 ; 5,32 ; 4,1698. 1. Lequel est le plus petit ? Justifie ta réponse. 2. Lequel est le plus grand ? Justifie ta réponse. Il circule, apprécie les productions. Il envoie pour chaque exercice un élève pour la correction au tableau. Il demande à ceux qui ont trouvé de lever la main pour pouvoir déterminer le taux de réussite en guise d'appréciation de l'atteinte de l'objectif. **Activité mathématique de l'élève** Chaque élève traite les exercices dans son cahier d'exercices.
Contenus d'apprentissage évalué	Comparaison de deux nombres décimaux.

12. Exercices d'approfondissement

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices séance tenante	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur propose les deux exercices suivants : **Exercice 1** Range du plus petit au plus grand les nombres suivants : 55 ; 42,5 ; 51,2 ; 33 ; 85,8 ; 41,9 ; 51,03 ; 42,49. **Exercice 2** Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre décroissant : 5,947 ; 17,38 ; 94,94 ; 5,8459 ; 17,023 ; 94,501 ; 17,00015. **Activité mathématique de l'élève** Chaque élève traite les exercices dans le cahier d'exercices.
Contenus d'apprentissage	▸ Comparaison de décimaux. ▸ Rangement des nombres décimaux.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices à la maison pour travaux dirigés ultérieurs (application, consolidation des acquis méthodologiques, approfondissement, recherche, projet)	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur propose aux élèves de faire ces exercices à la maison : **Exercice 1** 1. Complète les égalités suivantes en utilisant un tableau de conversion : 4,72 km = … m ; 04,72 km = … m ; 004,72 km = … m. 2. Compare 4,72 ; 04,72 et 004,72. **Exercice 2** 1. Avec les chiffres 4 ; 0 et 6, liste tous les nombres décimaux dont la partie entière a un chiffre. 2. Range-les dans l'ordre croissant. (Cf. *Mon livret de Mathématiques 6e*, p. 29, exercice n° 15.) **Exercice 3** Cinq élèves de 6e, Ousmane, Elisabeth, Seynabou, Issa et Laurent ont participé à un concours de mathématiques. Voici les scores : **Ousmane** 16,78 | **Elisabeth** 16,125 | **Seynabou** 16,25 | **Issa** 16,8 | **Laurent** 16,09 Donne le classement de ces cinq élèves dans l'ordre décroissant de leurs scores. (Cf. *Mon livret de Mathématiques 6e*, p. 29, exercice n° 16.) **Exercice 4** Complète ce rangement de décimaux par des décimaux qui conviennent : 71,435 > … > … > 71,43 > … > 71,42. (Cf. *Excellence 6e*, p. 160, exercice n° 28.) **Activité mathématique de l'élève** Les élèves traitent les exercices à la maison.
Contenus d'apprentissage	▸ Comparaison de décimaux. ▸ Rangement des nombres décimaux.

Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

▸ **Diallo, M.**, **Mbengue, O.**, **Faye, B.**, **Diallo, B.**, **Diouf, M.**, **Diouf, B.**, **Boury, F.** et **Faye, G.** (2008). *Excellence 6e*. Dakar : Éditions des Écoles Nouvelles Africaines - Sénégal (EENAS).

2.4.3 Togo : nommer, lire et écrire les nombres décimaux (6e)

❶ ANALYSE À PRIORI *(sections 1 à 10)*

INFORMATIONS GÉNÉRALES *(sections 1 à 9)*

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
1. Quelles sont les intentions didactiques de l'enseignant ?	Au cours de cette leçon, les élèves apprendront à : 1. **Nommer** les nombres décimaux. 2. **Lire** et **écrire** les nombres décimaux. 3. Comprendre la **décomposition** d'un nombre décimal.
2. Justification de la leçon (au regard du programme et / ou des savoirs)	La leçon « Nommer, lire et écrire les nombres décimaux » en classe de 6e est justifiée par plusieurs raisons, en accord avec le programme et les savoirs attendus : 1. **Programme officiel :** • Le programme d'enseignement en mathématiques pour la classe de 6e prévoit explicitement l'étude des nombres décimaux. Il s'agit d'un contenu essentiel pour les élèves à ce niveau. • La maîtrise des nombres décimaux est un prérequis pour aborder des concepts plus avancés tels que les opérations (addition, soustraction, multiplication, division) avec ces nombres. 2. **Savoirs et compétences :** • Les élèves doivent acquérir des compétences fondamentales en mathématiques, notamment la capacité à nommer, lire et écrire correctement les nombres décimaux. • La compréhension des nombres décimaux est essentielle dans la vie quotidienne, par exemple pour gérer des mesures, des finances personnelles, ou interpréter des données statistiques. 3. **Applications concrètes :** • Les nombres décimaux sont omniprésents dans notre environnement : argent, poids, longueurs, températures, etc. Savoir les manipuler est essentiel pour la vie courante. • La lecture et l'écriture des nombres décimaux sont nécessaires pour interpréter des graphiques, des tableaux et des relevés scientifiques. 4. **Préparation pour les niveaux supérieurs :** • La maîtrise des nombres décimaux est une base solide pour aborder les fractions, les pourcentages et les opérations plus complexes. • Elle prépare également les élèves à comprendre les nombres rationnels et irrationnels.

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
2. Justification de la leçon (au regard du programme et / ou des savoirs) *(suite)*	En somme, cette leçon permet aux élèves de développer des compétences mathématiques essentielles et de les préparer à des apprentissages plus avancés. Elle favorise également leur compréhension du monde qui les entoure.
3. Objectifs visés en termes d'apprentissage	▸ **Nommer** les nombres décimaux en utilisant la terminologie appropriée. ▸ **Lire** des nombres décimaux en respectant la valeur de chaque chiffre. ▸ **Écrire** des nombres décimaux de manière précise et cohérente. ▸ **Décomposer** un nombre décimal en unités, dixièmes, centièmes, etc.
4. Objets d'apprentissage	1. **Compréhension des nombres décimaux** • **Nommer** correctement les nombres décimaux en utilisant la terminologie appropriée (unités, dixièmes, centièmes, etc.). • **Lire** des nombres décimaux à haute voix en respectant la valeur de chaque chiffre. • **Écrire** des nombres décimaux de manière précise et cohérente. 2. **Décomposition des nombres décimaux** • Comprendre que les nombres décimaux sont composés d'une partie entière et d'une partie décimale. • Savoir **décomposer** un nombre décimal en unités, dixièmes, centièmes, etc. 3. **Applications pratiques** • Utiliser les nombres décimaux dans des contextes concrets tels que les mesures, les finances, les statistiques, etc. • Résoudre des problèmes mathématiques impliquant des nombres décimaux.
5. Prérequis et préalables	▸ Avoir une bonne compréhension des nombres entiers. ▸ Comprendre le système de numération décimale. ▸ Écrire un nombre décimal sous forme fractionnaire et vice versa.
6. Ressources (matériels didactiques)	▸ Programme APC, Guide d'exécution du programme APC, *Livre de mathématiques CIAM 6e*, calculatrice. ▸ Le tableau, des boîtes de craie. ▸ Diverses ressources bibliographiques et webographiquess (livres, fichiers électroniques), vidéo éducative.

Rubriques qui composent la fiche	Exemples de réponses attendues
7. Stratégies d'enseignement	▸ Travail individuel. ▸ Travaux en petits groupes. ▸ Travail collectif.
8. Prise en compte des dimensions genre / inclusive / différence	▸ Proposer des problèmes qui prennent en compte les deux sexes ainsi que des noms de garçons et de filles. ▸ Prendre en compte des personnes qui présentent une déficience. ▸ Former des groupes mixtes.
9. Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique	Diverses références bibliographiques ou webographiques (conseils, notes historiques, textes, revues, livres) pour des prolongements.

10. Anticipation

10.1 Obstacles possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Obstacles anticipés	Actions (processus de remédiation)
Obstacle didactique : façon de lire et écrire un nombre décimal.	Proposer des exercices adaptés pour aider à la maîtrise des règles d'écriture et de lecture des nombres décimaux.
Obstacle ontogénique : comment passer d'une représentation concrète à une représentation abstraite d'un nombre décimal.	Proposer plusieurs exemples pour faire comprendre qu'un nombre décimal peut s'écrire sous différentes formes équivalentes, comme 3,14 s'écrit $\frac{314}{100}$ ou $0{,}0314 \times 100$.

10.2 Difficultés possibles mathématiques ou didactiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Difficultés anticipées	Actions (processus de remédiation)
Difficultés à distinguer la position d'un chiffre et sa valeur dans un nombre décimal.	▸ Expliquer ce qu'est un nombre décimal et comment il est structuré. Par exemple, dans le nombre décimal 0,234, le premier chiffre après la virgule est le dixième, le deuxième est le centième et le troisième est le millième. ▸ Utiliser des objets visuels pour montrer comment, avec une règle graduée, les nombres décimaux sont représentés. Par exemple, on peut montrer avec une règle graduée comment un centimètre est divisé en dix parties égales, chaque partie représentant un dixième.

Difficultés anticipées	Actions (processus de remédiation)
Difficultés à distinguer la position d'un chiffre et sa valeur dans un nombre décimal. *(suite)*	▸ Donner beaucoup d'exercices pour pratiquer l'identification des positions des chiffres dans l'écriture des nombres décimaux. Par exemple leur demander d'identifier le chiffre des dixièmes, des centièmes, etc. pour différents nombres décimaux.
Difficultés à distinguer la partie entière et la partie décimale d'un nombre. **Exemple :** la partie entière de 2,13 est 2 et sa partie décimale est 13.	▸ Expliquez que le premier chiffre après la virgule représente les dixièmes. Par exemple, dans le nombre 0,23, le chiffre 2 est à la position des dixièmes, le chiffre 3 correspond à la position des centièmes. ▸ Donnez aux élèves de nombreux exemples et exercices pour pratiquer l'identification des positions des chiffres dans l'écriture des nombres décimaux. ▸ Recourir aux activités de manipulation.
Difficultés à écrire et à lire les nombres décimaux.	▸ Utiliser une ligne numérique : une ligne numérique peut aider les élèves à comprendre la valeur de position. On peut montrer comment chaque position après la virgule représente une division par 10 de la position précédente. ▸ Expliquez que chaque position après la virgule peut être représentée comme une fraction. Par exemple, le chiffre à la première position après la virgule représente des dixièmes, donc 0,3 est égal à $\frac{3}{10}$. Faire lier la décomposition d'un décimal à sa lecture.

10.3 Erreurs possibles mathématiques au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées

Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
Confusion de l'ordre des grandeurs des dixièmes, centièmes, millièmes, etc. dans le tableau de numération.	▸ Utiliser le tableau de numération pour aider les élèves à visualiser l'ordre de grandeur. On peut créer un tableau avec des colonnes pour les unités, les dixièmes, les centièmes, les millièmes, etc. et utiliser ce tableau pour pratiquer la lecture et l'écriture des nombres décimaux. ▸ Expliquez que chaque position à droite de la virgule représente une division par 10 de la position précédente. Par exemple, les dixièmes sont 10 fois plus petits que les unités, les centièmes sont 10 fois plus petits que les dixièmes et ainsi de suite.

Erreurs anticipées	Actions (processus de remédiation)
Confondre la virgule avec le point ou le trait d'union.	▸ Faire utiliser un tableau de numération pour représenter les nombres décimaux et montrer comment la virgule sépare les unités des dixièmes, des centièmes, etc. ▸ Faire écrire des nombres décimaux en lettres et en chiffres, en respectant la règle de l'écriture décimale (une seule virgule par nombre, pas d'espace entre les chiffres, etc.). ▸ Faire résoudre des problèmes impliquant des nombres décimaux, en vérifiant qu'il écrit correctement les données et les résultats.
Inverser l'ordre des chiffres de la partie décimale. Par exemple, lire ou écrire 2,31 au lieu de 2,13.	Faire manipuler des réglettes décimales. Ces réglettes sont des bandes de papier ou de plastique de différentes couleurs et longueurs, qui représentent les unités, les dixièmes, les centièmes et les millièmes. En utilisant ces réglettes, l'élève peut visualiser la valeur de chaque chiffre et sa position dans le nombre. Par exemple, pour représenter le nombre 2,13, il faut prendre deux réglettes bleues (unités), une réglette verte (dixième) et trois réglettes rouges (centièmes). L'élève peut ainsi comparer les nombres 2,13 et 2,31 en observant les différences de longueur et de couleur des réglettes. Cette méthode permet de renforcer la notion de valeur positionnelle des chiffres.

❷ PENDANT ET APRÈS LA CLASSE *(sections 11 et 12)*

11. Déroulement [9]

Étape 1 **Phase de mise en situation**

- Contrôle des prérequis
- Situation déclenchante

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** **Contrôle des prérequis** Le professeur écrit la date puis l'exercice de contrôle : « Comparer 100 032 et 99 999 en justifiant votre réponse. »

9 Cf. *supra* note 8.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	**Situation déclenchante** 1. Le professeur copie la situation d'apprentissage au tableau : « Un camion vide pèse 5 500 kg. Une élite du village veut s'en servir pour transporter 250 sacs de ciment de 50 kg chacun, 20 de fer à béton de 2,5 kg chacun et deux portes de 35 kg chacune. Sur la route, il doit traverser un pont qui ne peut supporter qu'une charge maximale de 12,5 tonnes ; le chauffeur du camion et l'élite ont respectivement pour masse 85 kg et 95 kg. Les deux veulent savoir s'ils peuvent traverser ce pont sans risques, mais s'embrouillent dans leur calcul. Aide-les à y voir clair. » 2. Le professeur demande à un élève de lire la situation problème et de relever : – les mots difficiles ; – les données du problème ; – le problème posé par l'exercice. 3. Le professeur demande un travail individuel puis en petits groupes ; 4. Il suit les groupes pour les guider en cas de difficultés ; 5. Il fait exposer le travail au tableau et demande la réaction des autres groupes ; 6. Il fait la synthèse avec les élèves. **Activité mathématique de l'élève** Écoute et écrit : 100 032 > 99 999 car 100 032 a plus de chiffres que 99 999. 1. Écoute, copie la situation problème dans ton cahier de leçons. 2. Lit la situation problème. 3. Travail individuel, en groupe puis demande de l'aide si possible. 4. Relève en fonction de leurs difficultés. Répond : masse du camion vide : 5 500 kg ; masse du chauffeur ; 85 kg ; masse de l'élite : 95 kg ; 250 sacs de ciment de 50 kg chacun ; 20 fer à béton de 2,5 kg chacun et deux portes de 35 kg chacune ; le pont peut supporter une charge maximale de 12,5 tonnes. 5. Travail seul puis en groupe et demande de l'aide au besoin. Exposé de leur travail au tableau. Les élèves réagissent pour donner suite à l'exposition d'un autre groupe.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées *(suite)*	**6.** Ils copient la synthèse suivante : « Masse du camion $m_1 = 5\,500$ kg ; Masse du ciment $m_2 = 250 \times 50$ kg $= 12\,500$ kg ; Masse du fer $m_3 = 20 \times 2{,}5$ kg $= 50$ kg ; Masse des portes $m_4 = 2 \times 35$ kg $= 70$ kg ; Masse des passagers $m_5 = 85$ kg $+ 95$ kg $= 180$ kg ; Masse totale $m = 18\,300$ kg ; Conversion : 12,5 tonnes $= 12\,500$ kg ; Comparaison : $12\,500$ kg $< 18\,300$ kg ; Conclusion : le camion chargé ne peut pas traverser le pont. »
Contenus d'apprentissage	▸ Comparaison de nombres entiers naturels. ▸ Addition, multiplication et comparaison de nombres décimaux. ▸ Conversion.

Étape 2 **Phase de réalisation**

- Activités
- Synthèses

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** **1.** Dit que les nombres 2,5 et 12,5 de la situation-problème sont des nombres décimaux arithmétiques. **2.** Fait dégager une définition des nombres décimaux arithmétiques : « Définition : Un nombre décimal arithmétique est un nombre dont une écriture possède un nombre fini de chiffres qui comporte une virgule. » **3.** Fait remarquer que : $3 = 3{,}00$; $45 = 45{,}000$. Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux arithmétiques. Ensemble des nombres décimaux : comme les entiers, tous les nombres décimaux arithmétiques forment un ensemble appelé « ensemble des nombres décimaux arithmétiques ». Cet ensemble est noté $\mathbb{D}$. **4.** Fait découvrir l'ensemble des nombres décimaux arithmétiques.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
	Activité mathématique de l'élève 1. Écoute. 2. Définit les nombres décimaux arithmétiques et prend note. 3. Note les remarques. 4. Découvre l'ensemble des nombres décimaux arithmétiques et prend note.
Contenus d'apprentissage	▸ Définition de nombres décimaux arithmétiques. ▸ Nombres entiers et nombres décimaux. ▸ Ensemble des nombres décimaux arithmétiques.

Étape 3 **Phase d'objectivation / réinvestissement**

- Renforcement
- Intégration
- Conclusion

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** 1. Propose cet exercice d'application : « Complète par ∈ ou ∉ : 51 … $\mathbb{D}$; 7,005 … $\mathbb{N}$; 3,14 … $\mathbb{D}$; $\frac{21}{3}$ … $\mathbb{D}$; $\frac{120}{5}$ … $\mathbb{D}$; $\frac{17}{2}$ … $\mathbb{D}$; $\frac{17}{2}$ … $\mathbb{N}$; 0,756 … $\mathbb{D}$; $\frac{15}{3}$ … $\mathbb{N}$. » 2. Fait déterminer la valeur d'un chiffre dans un nombre décimal à l'aide d'un tableau :

Partie entière						Partie décimale				
Milliers			Unités							
C	D	U	C	D	U	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Etc.
				5	4 ,	3	7			

Dans le nombre 54,37:

- 5 est le chiffre des dizaines ;
- 4 est le chiffre des unités ;
- 3 est le chiffre des dixièmes ;
- 7 est le chiffre des centièmes.

Ainsi, 54,37 se lit et s'écrit en lettres comme suit : **cinquante-quatre unités trente-sept centièmes** ou **cinquante-quatre virgule trente-sept** ou encore **cinq dizaines, quatre unités trois dixièmes et sept centièmes**.

3. Fait déterminer le nombre d'unités, de dixièmes, de centièmes, de millièmes, etc. d'un nombre décimal.
4. Propose un exercice : « Dans le décimal 13,52 ; combien y a-t-il de dizaines, d'unités, de dixièmes et de centièmes ? »

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
	Activité mathématique de l'élève 1. Complète par ∈ ou ∉. 2. Lit et écrit un nombre décimal. 3. Répond à la question : « Dans le décimal 13,52 ; combien y a-t-il de dizaines, d'unités, de dixièmes et de centièmes ? »
Contenus d'apprentissage	▸ Appartenance ou non d'un nombre à un ensemble de nombres. ▸ Lecture et écriture de nombres décimaux. ▸ Nombre de d'unités, de dixièmes, de centièmes, de millièmes, etc.

Étape 4 **Phase d'évaluation**

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Tâches et activités d'enseignement / apprentissage au regard de l'analyse conceptuelle et des ressources développées	**Activité du professeur et processus de remédiation** Le professeur propose les exercices suivants : 1. « Donnez la position de chacun des chiffres qui composent le nombre 3 027,019. Donnez une décomposition additive de 3 027,019. » 2. « Quel est le nombre de dizaines, le nombre d'unités, le nombre de dixièmes, le nombre de centièmes et le nombre de millièmes du décimal 2 345,307 ? » 3. « Écrivez en lettres sans utiliser le mot virgule : 152,34 ; 3 580 ; 3,03 ; 0,000001. » **Activité mathématique de l'élève** 1. 3 : chiffre des unités de mille ; 0 : chiffre des centaines ; 2 : chiffre des dizaines ; 7 : chiffre des unités ; 0 : chiffre des dixièmes ; 1 : chiffre des centièmes et 9 : chiffre des millièmes. Donc on peut écrire : 3 027,019 = 3 000 + 0 + 20 + 7 + 0 + 0,01 + 0,009 ou (3 × 1 000) + (2 × 10) + (7 × 1) + (1 × 0,01) + (9 × 0,001). 2. Le nombre de dizaines est 234 ; le nombre d'unités est 2 345 ; le nombre de dixièmes est 23 453 ; le nombre de centièmes est 234 530 et le nombre de millièmes est 2 345 307. 3. 152,34 = cent cinquante-deux unités et trente-quatre centièmes ; 3 580 = trois mille cinq cent quatre-vingts ; 3,03 = trois unités et trois centièmes ; 0,000001 = un millionième.
Contenus d'apprentissage évalué	▸ Position ou rang des chiffres d'un nombre décimal. ▸ Écriture additive d'un nombre décimal. ▸ Écriture en lettre et lecture d'un nombre décimal.

12. Exercices d'approfondissement

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices séance tenante	**Activité du professeur et processus de remédiation** Il propose les exercices suivants :

Exercice 1

Donne une écriture décimale correspondant à chaque décomposition ci-dessous :

a. (4 × 10) + (3 × 1) + (5 × 0,1) + (2 × 0,01) ;
b. (2 × 100) + (7 × 1) + (3 × 0,1) + (4 × 0,01).

Exercice 2

On considère le nombre 34,251 :

a. Donne la partie entière de ce nombre.
b. Donne la partie décimale de ce nombre.
c. Que représente le chiffre 4 ?
d. Que représente le chiffre 5 ?
e. Quel est le chiffre des millièmes ?
f. Quel est le nombre des centièmes ?
g. Quel est le chiffre des dixièmes ?
h. Quel est le nombre des millièmes ?

Exercice 3

Trouve ce nombre :

« *Je suis un nombre décimal à cinq chiffres.*

Mon nombre de dixièmes est 253.

Mon chiffre des centièmes est la somme de celui des unités et celui des dixièmes.

Mon chiffre des millièmes est le produit de celui des dizaines par celui des dixièmes. »

Activité mathématique de l'élève

Exercice 1

a. (4 ×10) + (3 × 1) + (5 × 0,1) + (2 × 0,01) = 43,52 ;
b. (2 × 100) + (7 × 1) + (3 × 0,1) + (4 × 0,01) = 207,34.

Exercice 2

a. La partie entière est 34.
b. La partie décimale est 0,251.
c. 4 est le chiffre des unités.
d. 5 est le chiffre des centièmes.
e. Le chiffre des millièmes est 1.
f. Le nombre des centièmes est 3 425.
g. Le chiffre des dixièmes est 2.
h. Le nombres des millièmes est 34 251.

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève
Exercices séance tenante *(suite)*	**Exercice 3** Ce nombre est 25,386.
Contenus d'apprentissage	▸ Écriture décimale correspondante. ▸ Positions d'un nombre. ▸ Déterminer un nombre décimal.
Exercices à la maison pour travaux dirigés ultérieurs (application, consolidation des acquis méthodologiques, approfondissement, recherche, projet)	**Activité du professeur et processus de remédiation** Il propose les exercices suivants :

Exercice 1

Complète le tableau suivant :

Somme d'un entier et de fractions décimales	Écriture décimale	Une seule fraction décimale
$10+\frac{3}{1000}$	…	…
$305+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$	…	…
…	653,009	…
…	87,89	…
…	…	$\frac{32\,457}{100}$
…	…	$\frac{97\,805}{1000}$

Exercice 2

Ma partie entière est impaire, je n'ai pas de zéro dans ma partie décimale et mon chiffre des dixièmes est supérieur à mon chiffre des centièmes. Je suis …

5,23	0,786	4 ,675	9,043	7,504
73,56	98,97	3,905	7,36	0,548
8,99	12,065	5,32	24,741	6,852

Exercice 3

Écris en lettres les nombres suivants (sans utiliser le mot *virgule*) :

a. 0,278 **b.** 3 050,3
c. 703 418 066 **d.** 81,271
e. 816 030 503 **f.** 41 806,6
g. 1,4 **h.** 167 000 014

Type et contenu des tâches	Activités du professeur / activités de l'élève

Exercices à la maison pour travaux dirigés ultérieurs (application, consolidation des acquis méthodologiques, approfondissement, recherche, projet)

(suite)

Activité mathématique de l'élève

Exercice 1

Somme d'un entier et de fractions décimales	Écriture décimale	Une seule fraction décimale
$10+\frac{3}{1000}$	10,003	$\frac{10\,003}{1000}$
$305+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$	305,17	$\frac{30\,517}{100}$
$653+\frac{9}{1000}$	653,009	$\frac{653\,009}{1000}$
$87+\frac{8}{10}+\frac{9}{100}$	87,89	$\frac{8\,789}{100}$
$324+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}$	324,57	$\frac{32\,457}{100}$
$97+\frac{8}{10}+\frac{5}{1000}$	97,805	$\frac{97\,805}{1000}$

Exercice 2

Réponse attendue : 5,32.

Exercice 3

a. 0,278 : deux cent soixante-dix-huit millièmes.
b. 3 050,3 : trois mille cinquante unités et trois dixièmes.
c. 703 418 066 : sept cent trois millions quatre cent dix-huit mille soixante-six.
d. 81,271 : quatre-vingt-une unités et deux cent soixante et onze millièmes.
e. 816 030 503 : huit cent seize millions trente mille cinq cent trois.
f. 41 806,6 : quarante et un mille huit cent six unités et six dixièmes.
g. 1,4 : une unité et quatre dixièmes.
h. 167 000 014 : cent soixante-sept millions quatorze.

Contenus d'apprentissage

- Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.
- Nommer un nombre décimal.
- Écrire en lettres des nombres décimaux sans utiliser le mot « virgule ».

Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

- **Brousseau, G.** (1991). *Problèmes de didactique des décimaux, 2*(1).
- **République togolaise** (n.d.). *Programme de l'enseignement des mathématiques*. Classe de 6e.
- **Adihou, A.**, **Butlen, D.** et **Koudogbo, J.** (2023). *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques : des outils didactiques pour penser, organiser et lire la classe* (196 p.). Sous la direction de Denis Butlen. AUF, Programme APPRENDRE. Collection Inter Africaine de Mathématiques (CIAM) 6e.

SECONDE PARTIE

Sens et techniques des opérations arithmétiques

1 Introduction
Les points de vigilance à prendre en compte lors de l'élaboration d'une progression sur un algorithme opératoire

Quatre pays étaient représentés dans le groupe de production tutoré par Denis Butlen ayant travaillé sur ce thème : Burundi, Comores, République Démocratique du Congo et Mauritanie.

1.1 Sens et techniques

De nombreuses recherches de didactique des mathématiques ont montré que les connaissances relatives aux sens des opérations (reconnaissance de l'opération en jeu dans un problème et plus généralement dans une situation pouvant se modéliser à l'aide d'une ou plusieurs opérations arithmétiques) se construisent en étroite relation avec la construction de techniques de calculs standards et non standards selon le mode de résolution demandé pour la résolution. La technique n'est pas première, le sens de l'opération non plus. Nous renvoyons le lecteur aux références bibliographiques et notamment aux travaux de Butlen et Pézard (cf. bibliographie).

Nous pensons que cela se traduit notamment par une progression des enseignements qui alterne identification par l'apprenant de situations de référence (ou fondamentales si la référence est la TSD) et la construction de la technique.

1.2 Les étapes de la construction de la technique

Une technique opératoire doit se construire par étapes (opération posée, mais s'appuyant sur des connaissances sur d'autres modalités de calcul) respectant les cheminements cognitifs des élèves notamment ceux des plus faibles.

Ces étapes dépendent évidemment du concept et donc ici de l'opération étudiée, mais nous pouvons identifier des passages quasi-obligés pour les élèves les plus en difficulté.

Quelles sont ces étapes ?

Elles relèvent de temporalités différentes. La première a trait au franchissement d'étapes dans le processus de conceptualisation associées à la mobilisation progressive de manipulations ou de représentations d'objets, de schémas ou de dispositions conventionnelles. La seconde cible les supports mobilisés : matériel de numération multi-base permettant de représenter les nombres en jeu mais aussi les étapes de l'algorithme.

Ces étapes peuvent être franchies très rapidement par certains élèves. D'autres rencontrent plus de difficultés, car elles sont significatives de ruptures caractéristiques d'un passage d'un niveau de conceptualisation à un autre. Ce que d'autres auteurs appellent une montée en abstraction.

Ainsi une progression permettant à tous les élèves de construire l'algorithme de l'addition posée passe par des situations où ils effectuent une addition en manipulant des objets physiques et en dénombrant puis en représentant ces quantités d'objets dans un tableau de numération, puis en posant l'addition en colonnes.

1.3 La mobilisation de faits numériques, les tables

La maîtrise de la technique de l'addition demande une connaissance mémorisée des faits numériques relevant des tables d'addition qui vont être construites et mémorisées progressivement en s'appuyant sur la connaissance de certains faits ($n + 1$ où $n \leqslant 9$, doubles et presque doubles, $n + n'$ avec n et $n' \leqslant 5$ puis $n \leqslant 5$ et $n' \leqslant 9$, etc.). Il en est de même pour la technique de la multiplication qui nécessite une connaissance des tables de multiplication.

1.4 Le choix d'une technique opératoire à enseigner ou du sens à privilégier pour construire la technique

Rappelons que plusieurs techniques différentes sont possibles pour enseigner la soustraction, la multiplication et la division.

Ainsi deux grandes techniques sont enseignées dans le monde relativement à la soustraction : la technique des emprunts (casser l'unité) et la technique par compensation. De même la multiplication peut se construire en tant que loi de composition interne — ce qui se traduit par des découpages de quadrillages ou de grilles rectangulaires — ou en tant que loi de composition externe (addition réitérée). Enfin la division peut renvoyer à des techniques basées sur des additions ou soustractions réitérées, à des multiplications avec écart au but ou encore en se basant sur la décomposition du dividende selon les unités de numération.

1.5 Des obstacles didactiques à éviter

Si l'enseignant doit prendre le temps nécessaire pour que les élèves franchissent ces différentes étapes, il doit aussi prendre soin à ne pas créer d'obstacle didactique (obstacle dû à une sur-adaptation de l'élève lors de l'apprentissage). C'est ainsi le cas de l'addition ou de la soustraction sans retenue. Trop longtemps confronté à la résolution de soustraction sans retenue, l'élève peut avoir automatisé une règle erronée comme dans l'exemple ci-dessous :

$$\begin{array}{r} 43 \\ -\ 26 \\ \hline 23 \end{array}$$

« 3 moins 6, ce n'est pas possible, donc je fais 6 moins 3. »

1.6 Conclusion

L'enseignant, pour élaborer une progression relative à l'apprentissage d'une technique opératoire, doit prendre en compte les points de vigilance suivants :

- Identifier les situations de référence permettant de construire le (les) sens de l'opération.
- Choisir une technique en comparant les avantages et les inconvénients de chacune des techniques susceptibles d'être enseignées pour une opération donnée.
- Développer plus particulièrement les situations adaptées au choix de la technique tout en ménageant des allers-retours entre résolution de problèmes travaillant la reconnaissance de l'opération et maîtrise de la technique (structures additives ou multiplicatives).
- Construire par étapes la technique opératoire en ménageant des moments d'organisation des faits numériques nécessaires à la mise en œuvre de la technique ou des moyens de contrôle des calculs effectués.
- Anticiper sur la création d'éventuels obstacles didactiques.
- Prévoir des moments de remédiation pouvant proposer soit une autre approche de la technique, soit un retour sur des étapes mal assimilées.

2 Les outils pour enseigner la division dans ℕ

2.1 Introduction

Comme cela a déjà été précisé, les outils présentés dans ce chapitre ont été rédigés par les participantes et participants à un groupe de production associé aux webinaires issus de quatre pays : Burundi, Comores, Mauritanie et République démocratique du Congo.

Nous présentons à la suite de cette introduction les outils rédigés à propos de l'enseignement de la division dans ℕ. Il s'agit d'une analyse conceptuelle, d'une cartographie conceptuelle contextualisée dans le cadre du Burundi, d'une carte conceptuelle synthétique et d'une fiche pédagogique contextualisée (Burundi).

D'autres documents relatifs à l'enseignement de la multiplication dans ℕ ou de l'addition ont été rédigés. Nous renvoyons le lecteur à la lecture de ces documents sur le site du programme APPRENDRE.

2.1.1 Division et proportionnalité simple[1]

Un problème de partage équitable (dans ℕ) peut être modélisé par une division euclidienne et se traduire par l'écriture : $a = bq + r$ avec $0 \leqslant r < b$. Les lettres a, b, q et r représentent respectivement le dividende, le diviseur, le quotient et le reste.

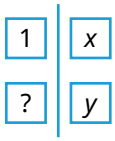
Vergnaud situe les problèmes de division dans le cadre de la résolution de problème relevant de la proportionnalité simple. Il distingue deux sens de la division (problème de partage équitable) :

1. **La division-partition** ou la recherche de la valeur d'une part connaissant le tout et le nombre de parts). Il propose la représentation ci-dessous. Dans ce schéma de représentation d'une situation de proportionnalité simple, 1 et x sont respectivement proportionnels au nombre cherché et à y.

1	?
x	y

1 Cette partie s'inspire de l'article extrait de Butlen D., Péault H. *Document pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs des écoles*, stage d'Angers, tome IV, IREM de Paris 7, p. 25-27.

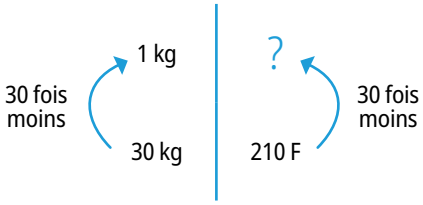
2. **La division-quotition** ou recherche du nombre de parts connaissant le tout et la valeur d'une part (problème de partage équitable). Dans le schéma ci-dessous, 1 et le nombre cherché sont respectivement proportionnels à *x* et *y*.



Ces deux conceptions de la division n'appellent pas toujours le même type de traitement :

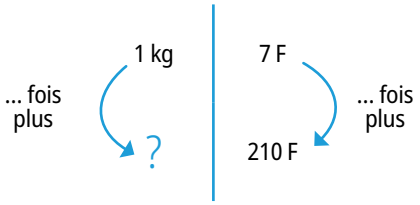
1. **La division-partition** repose essentiellement sur la reconnaissance d'un rapport scalaire :

   « Si 30 kg de pommes de terre coûtent 210 francs, le prix d'un kilogramme s'obtient en appliquant la relation scalaire : 30 fois moins. »



2. **La division-quotition** peut reposer :

   - *sur la reconnaissance d'un rapport scalaire* qui n'est pas directement donné et qu'il faut calculer :



     « Si 1 kg coûte 7 F, combien de kg peut-on obtenir avec 210 F ? » se résout alors en recherchant « combien de fois plus représentent 210 F par rapport à 7 F ».

   - *sur la recherche du coefficient de proportionnalité*. Si 1 kg coûte 7 F, on passe de la masse au prix en multipliant par 7 et du prix à la masse en divisant par 7. La différence ici est que 7 n'est plus un scalaire, un nombre sans dimension comme précédemment, c'est une nouvelle grandeur et une grandeur complexe puisqu'il s'agit d'une grandeur-quotient (7 F/kg). Une telle représentation du problème n'est pas simple pour les élèves et cela ne va pas de soi de systématiser le recours au coefficient de proportionnalité.

Les considérations qui précèdent peuvent aider à comprendre les raisons de l'utilisation de telle ou telle procédure dans les problèmes de division.

C'est ainsi que les problèmes de division-quotition ouvrent naturellement la voie aux soustractions (ou additions) successives : si 1 kg coûte 7 F, on peut trouver combien de kg correspondent à 210 F en soustrayant autant de fois que nécessaire 7 F. On soustrait des francs à des francs et ceci prend facilement du sens.

> « Les problèmes de division-partition, eux, ne peuvent se résoudre à l'aide de soustractions (ou additions) successives. Si 30 kg coûtent 210 F, on ne peut chercher le prix de 1 kg en soustrayant 30 de 210 autant de fois que nécessaire. Cela permettrait d'obtenir la réponse correcte, mais au prix d'une perte de signification (on soustrait 30 kg de 210 F). Cependant, les essais multiplicatifs prennent ici tout leur sens : dans 30 kg il y en a 30 fois plus que dans un kg, donc 210 F est égal à 30 fois le prix recherché, ce qui conduit à émettre des hypothèses sur ce prix. »[2]

2.1.2 Les procédures de résolution susceptibles d'être mobilisées par un élève n'ayant pas appris auparavant la technique de la division posée

L'élève selon la situation proposée (contexte et/ou situation de référence, voir ci-dessus) peut mobiliser des soustractions successives, des additions successives, une décomposition du dividende selon les puissances de 10 (unités, dizaines, centaines, etc.) associée à une recherche de divisions partielles ou enfin des multiplications à trous comportant une recherche de produits avec écart au but.

L'enseignant devra faire un choix et privilégier l'une de ces approches.

2.1.3 Une typologie d'erreurs s'appuyant sur une liste organisée de leurs sources éventuelles

Voici une liste non exhaustive des principales erreurs et de leurs sources éventuelles classées par catégorie :

- Mauvaise compréhension ou non-respect des étapes de l'algorithme opératoire :
  - Existence d'un reste (partiel ou final) supérieur au diviseur ;
  - Mauvaise évaluation de l'ordre de grandeur du quotient ou du quotient partiel ;
  - Erreur liée au traitement de la retenue dans une soustraction ou multiplication.

2 *Op. cit.*

- Erreurs dues à un manque de prérequis :
  - Mauvaise maîtrise des tables de multiplication ;
  - Mauvaise maîtrise de la règle des zéros.
- Moyens de contrôle insuffisants :
  - Oubli du zéro quand il intervient dans l'écriture du quotient (en position finale ou intermédiaire) ;
  - Mauvaise évaluation du nombre de chiffres du quotient.
- Erreur liée à la disposition des calculs :
  - Mauvaise perception due à une mauvaise disposition des calculs ou à une mauvaise lecture des chiffres du quotient.
- Erreur liée à la charge de travail :
  - Surcharge de travail ou surcharge en mémoire.

2.1.4 Des moyens de contrôle pour l'élève

L'élève dispose de plusieurs moyens pour contrôler la validité de son calcul. Citons notamment :

- La détermination du nombre de chiffres du quotient comme le montre l'exemple suivant revenant à encadrer le dividende par deux multiples du diviseur et d'une puissance de 10.

  Ainsi pour 47 367 ÷ 23, on a : $23\,000 < 47\,367 < 230\,000$;
  $23 \times 10^3 < 47\,367 < 23 \times 10^4$;
  $23 \times 10^3 < 23 \times q < 23 \times 10^4$;
  $10^3 < q < 10^4$.

  Le quotient q est donc compris entre 10^3 et 10^4 et s'écrit à l'aide de 4 chiffres.
- La vérification du résultat se réalise en faisant appel à l'égalité euclidienne :

$$47\,367 = (2\,059 \times 23) + 10.$$

Rappelons que « la preuve par neuf » ne permet pas toujours d'invalider un résultat erroné (modulo 9).

2.2 Analyse conceptuelle de la division dans $\mathbb{N}$ (Burundi, Comores, Congo et Mauritanie)

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
1.	Quelles sont les situations, les activités signifiantes et pertinentes qui permettent l'enseignement et l'apprentissage de la notion ou du concept et qui induisent des activités mathématiques riches **(la référence)** ?	Les situations relevant d'une structure multiplicative sont des catégories particulières de situations de proportionnalité (simple ou complexe). On peut distinguer plusieurs critères de classement. Certaines caractéristiques des situations peuvent appartenir à plusieurs catégories : **1. Grandes classes de situations : point de vue mathématique** ▸ Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$. ▸ Division dans $\mathbb{D}$. ▸ Division « exacte » (dans $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$). ▸ Recherche d'un terme du produit de deux nombres dans le cas : • d'une addition réitérée (répétée) (loi de composition externe) ; • du calcul du cardinal d'un produit cartésien (loi de composition interne), mesure produit. ▸ Opérateur. **2. Les classes de situations liées au contexte, à l'habillage, etc.** ▸ Partage équitables / distribution (recherche de la valeur d'une part, recherche du nombre de parts). ▸ Partage inégaux (les calculs de ces opérations sont alors des outils intermédiaires). ▸ Calculs de gains, de pertes, de déplacements sur une piste numérique, etc. ▸ Calcul de la valeur d'une grandeur : • aire ; • volume ; • contenance ; • etc. **3. Les problèmes relevant de structures multiplicatives dont la résolution nécessite une division** ▸ Recherche d'un état final ou initial. ▸ Transformation. ▸ Comparaison. ▸ Etc. **4. Classes de situation intervenant dans la construction de la technique** ▸ Dénombrement des cases d'une grille rectangulaire (disposition rectangulaire). ▸ Recherche par encadrement par multiples et écarts au but, multiplication à trou.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
2.	Quel est spécifiquement le contenu mathématique concerné par les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Les divisions selon les ensembles de nombres : • Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$, dividende, diviseur, quotient, reste. • Division exacte. ▸ Les nombres entiers naturels, les nombres décimaux, les rationnels, les fractions, les nombres entiers relatifs, les nombres réels. ▸ Diviseurs, multiples, PGCD, PPCM. ▸ Propriétés des opérations et domaines de validation selon les ensembles. ▸ Décompositions multiplicatives ou mixtes. ▸ Détermination d'un terme manquant dans une équation du premier degré : $a \times b = ?$; $a \times ? = c$; $? \times b = c$; $a : b = ?$; $a : ? = c$; $? : b = c$. ▸ Les structures multiplicatives (résolution de problèmes).
3.	Quelles ressources (matérielles ou autres) peuvent être utilisées pour exploiter les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Mise en scène des situations. ▸ Manipulation d'objets pour concrétiser ou simuler les différentes situations. ▸ Productions de représentations de la situation associées ou non à des calculs (de la représentation figurative et du dessin au schéma). ▸ Représentations diverses, schémas (schématiser les données pour une meilleure compréhension des énoncés des problèmes à effectuer). ▸ Calculatrice, logiciels, jeux avec différents supports.
4.	Quelles difficultés ces ressources (matérielles ou autres) ou toute autre variable didactique (par exemple les données numériques ou contextuelles) choisies peuvent-elles amener ?	▸ Difficultés liées à des variables numériques : • Taille ou nature des nombres. • Présence d'un zéro dans le dividende ou le diviseur ou le quotient. ▸ Difficulté liée à l'algorithme et des étapes : • Difficulté liée au degré de sophistication de l'algorithme (en termes d'écritures, écriture des produits ou soustractions intermédiaires). • Défaut de prérequis sur les opérations intermédiaires ou sur la numération. • Gestion des opérations intermédiaires (soustraction, multiplication). • Difficultés pour mémoriser des tables de multiplication et plus largement des faits numériques faisant intervenir la multiplication ou une autre opération lors de l'algorithme de la division. • Difficultés à gérer les retenues dans les calculs intermédiaires. ▸ Difficultés à modéliser la situation : • Difficultés à mettre en évidence les différents sens des opérations. • Difficultés liées à la représentation schématique des problèmes et au dépassement de la représentation figurative (iconique).

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
5.	Quelles sont les techniques, procédures et approches que pourrait mettre en évidence l'élève et sur lesquelles reposerait l'opérationnalité des schèmes **(le signifié)** ?	▸ Le recours à des modalités de calcul : calcul mental ; calcul posé en colonne et calcul réfléchi, recours à des répertoires de multiples du diviseur. ▸ La mobilisation des moyens de contrôle de l'algorithme de division. ▸ Appels à différentes techniques (liées à des raisons historiques et culturelles ou encore au matériel utilisé) de la division (calculs intermédiaires). ▸ Détermination des procédures de résolution du problème : • Convoquer des schémas de problèmes des différentes structures multiplicatives. • Procédures de résolution de problèmes de proportionnalité.
6.	Quels raisonnements mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Essai et erreurs, raisonnement par fausse position. ▸ Mobilisation de moyens de contrôle. ▸ Raisonnement pré-algébrique puis algébrique. ▸ Déduction. ▸ Production de conjectures (Intuition). ▸ Essai / erreur. ▸ Analogie.
7.	Quelles difficultés peuvent être révélées chez l'élève au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Difficulté dans la maîtrise de l'algorithme et des étapes de celui-ci : • Difficultés liées à la non-maîtrise de la table de multiplication et de faits numériques. • Non maîtrise de la numération décimale pour la gestion des retenues. • Non maîtrise de la règle des 0. • Difficulté à utiliser les propriétés des opérations dans les calculs intermédiaires. ▸ Difficulté liée à la reconnaissance ou au traitement de la situation relevant du modèle de proportionnalité ou non : • Difficulté liée à la représentation mentale du problème. • Difficulté à traduire les situations en écriture multiplicative (modélisation) ou relevant de la caractérisation de la division euclidienne. • Difficulté à sélectionner les données numériques à utiliser. • Difficulté à identifier les grandeurs en relation dans une situation. • Difficulté liée au choix d'une procédure de résolution.
8.	Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Mauvaise connaissance du répertoire multiplicatif. ▸ Erreurs des décalages lorsqu'on passe du rang de dizaines du multiplicateur ; puis au rang des centaines. ▸ Erreur dans la gestion des retenues. ▸ Erreur dans l'évaluation et la gestion du nombre de chiffres du quotient. ▸ Erreur spécifique liée à la recherche des chiffres du quotient.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
8.	Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ? *(suite)*	▸ Difficulté à savoir si et quand « on arrête la division : « évaluation des restes intermédiaires. ▸ Mauvaise copie des nombres. ▸ Mauvais alignement (dont le zéro). ▸ Erreur d'inattention ou due à une surcharge cognitive. ▸ Erreurs de représentation schématique des données dans les différentes structures multiplicatives.
9.	Quelles pourraient être les causes possibles des difficultés que l'élève peut rencontrer et des erreurs mathématiques qu'il peut commettre au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Causes liées à l'insuffisance des connaissances antérieures de l'élève et liées au manque des prérequis. ▸ Manque de moyens de contrôle. ▸ Oubli d'une étape ou plusieurs dans la mise en œuvre de l'algorithme. ▸ Causes liées à la non-compréhension de l'énoncé : • Causes liées à une mauvaise lecture des données. • Causes liées à l'erreur de choix des données. • Causes liées à la détermination des opérations à utiliser. ▸ Erreurs liées à la complexité des problèmes multiplicatifs impliquant une proportionnalité simple ou composée.
10.	Quels sont les ajustements, les relances, c'est-à-dire les interventions possibles à apporter pour mieux adapter la situation ou l'activité au niveau des élèves ou au programme en vigueur ?	▸ Lecture collective de toutes les consignes. ▸ Prévoir des relances en fonction des obstacles, difficultés et erreurs observées. ▸ Reformulation de la consigne par un élève. ▸ Résolution d'une situation sans aide particulière (comme en situation de test). ▸ Prévoir des aides pédagogiques (matériel didactique) pour essayer de rendre concrètes les différentes situations. ▸ Permettre de visualiser et d'écrire les opérations intermédiaires (multiplication, soustraction). ▸ Amener l'élève à déterminer le nombre de chiffres du quotient. ▸ Donner des points de repère pour savoir quand on « arrête la division » dans $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$. ▸ Analyser les possibilités de validation par l'élève du résultat et / ou de la procédure. ▸ Remédiation immédiate ou remédiation différée à l'endroit des élèves en difficulté. ▸ Varier les activités sur les différentes structures multiplicatives. ▸ Insister sur l'importance du dessin et du schéma. ▸ Mise en scène des situations problèmes. ▸ Changer les nombres afin de modifier le raisonnement de l'élève, jouer plus généralement sur les variables de la situation.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
11.	Quelles sont les anticipations mathématiques possibles que l'élève pourrait faire au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Estimation. ▸ Faire appel à l'esprit critique. ▸ Faire appel aux connaissances antérieures. ▸ Modéliser les différentes situations. ▸ Faire des hypothèses. ▸ Faire appel à l'intuition. ▸ Adapter le vocabulaire à l'activité. ▸ Mobiliser des moyens de contrôle des différentes étapes de l'algorithme.
12.	Quels sont les liens que l'élève peut faire avec d'autres concepts mathématiques (vus ou non) au regard des techniques, procédures et approches, en lien avec le concept à l'étude ?	▸ Lien avec la règle de trois et plus généralement la proportionnalité. ▸ Lien avec le PPCM et le PGCD de deux nombres. Multiples et diviseurs. ▸ Lien avec les structures de groupe et plus généralement les structures des ensembles convoqués. ▸ Lien avec l'homothétie et avec les situations d'agrandissement / réduction. ▸ Liens avec les fonctions linéaires. ▸ Liens avec les équations du premier degré. ▸ Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10, 25, 100.
13.	Quelles sont les fausses conceptions que l'élève pourrait avoir en lien avec le concept à l'étude ?	▸ On peut diviser un nombre par zéro et c'est égal à zéro. ▸ Schèmes additifs suractivés. ▸ Une division s'arrête après un nombre fini de chiffres au quotient.
14.	Quelles sont les formes langagières qui permettent de verbaliser les propriétés, les situations et les procédures de traitement mathématiques en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ Dividende ; diviseur ; quotient ; reste ; diviser par ; division euclidienne. ▸ Décompositions multiplicatives : $a = bq + r$ avec $0 \leqslant r < b$. ▸ Explicitation des normes régissant la disposition de l'algorithme. ▸ Les symboles de la multiplication et de la division.
15.	Quelles sont les formes non langagières qui permettent de représenter symboliquement les propriétés, les situations et les procédures de traitement en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ Les représentations schématiques des données dans des situations multiplicatives (dessin, schémas, etc.).

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
16.	Quelles sont les formes langagières ou non langagières qui pourraient être source de difficultés pour l'élève **(le signifiant)** ?	▸ Reconnaître les différentes structures multiplicatives (énoncés divers de problèmes). ▸ Représentations des structures multiplicatives. ▸ Problèmes multiplicatifs impliquant une proportionnalité simple ou simple composée. ▸ Disposition sous forme de potence et traitement associé.

Cette analyse est centrée sur l'analyse de la division dans l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$, mais conformément aux programmes de mathématiques de l'école primaire des pays concernés, nous envisageons aussi son extension à l'ensemble des décimaux $\mathbb{D}$ ou des nombres rationnels $\mathbb{Q}$.

2.3 Cartographie / continuum de l'enseignement de la division (Burundi, Comores)

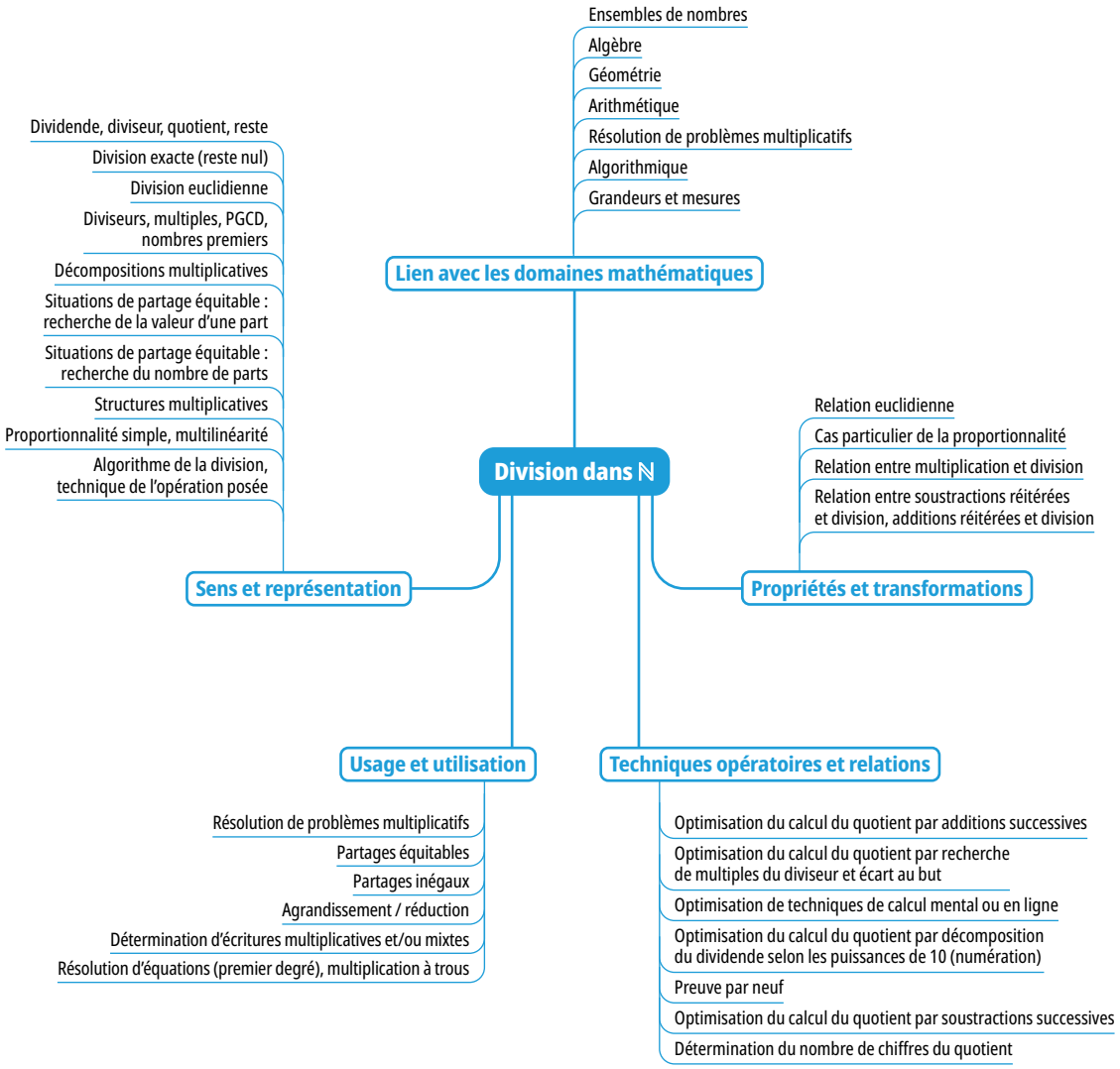
La cartographie / continuum présentée ci-dessous prend en compte les programmes d'enseignement des mathématiques du Burundi et des Comores. Comme nous l'avons précisé ci-dessus, centrée sur l'enseignement dans ℕ, l'analyse porte aussi sur d'autres ensembles numériques et sur l'ensemble de la scolarité du primaire à la fin du collège.

La division

Catégories et sous-concepts		Niveaux scolaires								
		Cycle 1		Cycle 2		Cycle 3		Cycle 4		
		1re année	2e année	3e année	4e année	5e année	6e année	7e année	8e année	9e année
Sens et représentation	Division dans ℕ ou ℤ (division euclidienne, quotient, reste, relation euclidienne)			Implicite		✗	✗	✗	✗	
	Division dans ℕ ou ℤ (partage : recherche du nombre de parts)			Implicite		Implicite				
	Division dans ℕ ou ℤ (partage : recherche de la valeur d'une part)			Implicite		Implicite				
	Division dans ℕ ou ℤ (mesure produit : calcul d'une dimension)									
	Division dans ℕ ou ℤ (distribution : répartition)			✗ (ℕ)						
	Division dans ℕ ou ℤ, multiples, diviseurs, PGCD							✗	✗	
	Division dans 𝔻, quotient, reste					✗		✗	✗	
	Division dans 𝔻 (valeur approchée du quotient)					✗		✗	✗	
Techniques opératoires et relations	Division dans ℚ, ℝ							✗ (ℚ⁺)	✗	✗
	Algorithme de la division dans ℕ			Début (2 et 5)		avec soustraction		✗		
	Construction de la technique (soustractions réitérées)					Implicite ?				
	Multiples et écarts au but									
	Construction de la technique (numération et décomposition du dividende)					✗		Implicite		
	Preuve par 9					✗				
	Calcul mental et techniques personnelles						✗	✗		✗
	Algorithme de la division dans 𝔻 (nombre de chiffres du quotient)					✗		✗		

Catégories et sous-concepts		Niveaux scolaires								
		Cycle 1		Cycle 2		Cycle 3		Cycle 4		
		1re année	2e année	3e année	4e année	5e année	6e année	7e année	8e année	9e année
Usage et utilisation (dans les situations spécifiques relevant du concept à l'étude	Algorithme de la division dans $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$									✗
	Résolution de problèmes de division	✗ ($\mathbb{N}$)		✗		✗	✗	✗	✗	✗
	Structures multiplicatives									
	Partage équitable									
	Partage inégaux									
	Recherche d'une dimension (mesure produit)									
	Cas particulier de la proportionnalité						Implicite		Implicite	✗
	Résolution d'équations								✗	✗
Propriétés et transformations	Problèmes de la vie courante			✗	✗		✗	✗	✗	✗
	Cas particuliers de la proportionnalité						✗	✗	✗	✗
	Relation euclidienne						✗	✗	Implicite	
	Inverse d'un nombre dans $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ (structure de groupe)								Implicite	
	Opération inverse de la multiplication (dans $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$)								✗	
	Fonctions numériques									✗
	Extension de la division à un sur-ensemble					Implicite	Implicite	Implicite	Implicite	
Liens avec les domaines mathématiques	Physique (vitesse, débit)							✗		
	Agrandissement / réduction								✗	
	Arithmétique			Implicite ?	Implicite ?	Implicite ?	Implicite ?	✗		
	Algèbre									✗
	Géométrie									
	Grandeurs et mesure						✗	✗		✗

2.4 Carte conceptuelle de la division dans ℕ (synthèse)



2.5 L'enseignement de la technique de la division dans ℕ en 4e année du primaire au Burundi

Fiche pédagogique de la séquence

1. **Intention de l'enseignant :** amener les élèves à faire la division d'un nombre entier par un nombre entier non nul.

2. **Justification de la leçon (au regard du programme ou des savoirs) :** « Dans la vie courante vous êtes amenés à effectuer des opérations, mais vous ne maitrisez pas les techniques opératoires pour rendre les calculs rapides surtout quand il s'agit de la division d'un nombre entier par un nombre entier non nul. Dans cette leçon nous allons apprendre une technique pour rendre les opérations faciles. »

3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage :**

   À la fin de la leçon l'élève sera capable de :

   ❶ **Séance n° 1** *(30 min)*

   ➜ **Objectif :** comprendre le sens de la division et maîtriser le vocabulaire lié à la division.

   ❷ **Séance n° 2** *(30 min)*

   ➜ **Objectif :** comprendre et appliquer une procédure de calcul s'appuyant sur la décomposition du dividende selon les puissances de dix pour résoudre un problème de partage équitable.

   ❸ **Séance n° 3** *(30 min)*

   ➜ **Objectif :** comprendre et appliquer la technique de la division posée par un nombre entier non nul.

4. **Objets d'apprentissage :** technique opératoire.

5. **Prérequis et préalables :**
   - Décomposer un nombre en milliers, en centaines, en dizaines et en unités ;
   - Maîtriser les valeurs de position des chiffres dans un nombre ;
   - La soustraction de deux nombres entiers ;
   - Maîtriser les tables de multiplication ;

- Maîtriser la multiplication d'un entier par un entier ;
- Résoudre des problèmes simples de partage ;
- Résoudre des situations d'échanges.

6. **Ressources (matériels didactiques) :** guide de l'enseignant, manuel de l'élève, craies, tableau à craies, cahiers de brouillon, cahier de note ; des billets de 1 000 F ; des billets de 100 F, des pièces de 10 F, des pièces de 1 F, des cailloux et tout ce que les élèves peuvent manipuler pour résoudre des situations de partage.

7. **Stratégies d'enseignement :**
   - Travail individuel pour effectuer une recherche
   - Organisation des élèves en groupes pour confronter les résultats de la recherche individuelle.
   - Aide individualisée de l'enseignant pour les élèves en difficulté.
   - Mise en commun et correction collective au tableau.

8. **Prise en compte des dimensions genre / inclusive / différence :**
   - Solliciter à la même hauteur, la participation des filles et des garçons aux activités d'enseignement et d'apprentissage.
   - Ne pas enfermer les élèves dans des identités d'élève-fille ou d'élève-garçon à partir de consignes ou d'interpellations stéréotypées.

9. **Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique :**
   - *Manuel de l'élève - 4e année*, leçon 41, page 137.

10. **Anticipation**

- **Éléments d'analyse a priori**

  Un problème de partage équitable (dans $\mathbb{N}$) peut être modélisé par une division euclidienne et se traduire par l'écriture : $a = bq + r$ avec $0 \leqslant r < b$.

  À cette étape de la découverte de la division, deux types de problèmes de partage équitable peuvent être posés : la recherche du nombre de parts connaissant le tout et la valeur d'une part (division-quotition) ou la recherche de la valeur d'une part connaissant le tout et le nombre de part (division partition).

  Dans la première séance, ces deux types de problèmes sont proposés aux élèves.

  Les catégories de procédures de résolution possible sont les suivantes :

  - *Multiplications avec écart au but :* recherche du quotient en mobilisant des produits avec écart au but.

- *Appui sur la numération :* décomposition du dividende selon les puissances de 10 et divisions par le diviseur de chaque terme de la somme obtenue (avec ou sans recours au tableau de numération).
- *Soustractions successives :* retrait du diviseur ou d'un multiple du diviseur au dividende et évaluation du reste partiel.
- *Additions successives :* ajout du diviseur ou d'un multiple du diviseur et écart au but.

Rappelons que les problèmes relevant d'une division-partition défavorisent la mobilisation du type addition ou soustractions successives alors que ceux relevant d'une division-quotition les favorisent.

Les élèves peuvent aussi produire des schémas étayant et illustrant leur démarche. Ceux-ci reviennent souvent à schématiser une distribution/partage.

Il est aussi possible de s'appuyer sur du matériel (multibase, monnaie, jetons, etc.).

Ces deux types de recours constituent des aides possibles.

- **Le choix des variables de la situation**
  - Le recours à la multiplication est plausible dans le cas où le diviseur est petit, notamment quand il relève du domaine des tables de multiplication. La recherche de la valeur d'une part peut favoriser ce type de procédure.
  - La procédure de soustractions successives est favorisée dans le cas de la recherche du nombre de part (car faisant intervenir des quantités de même qualité) et quand le dividende et le diviseur sont importants (dividende de l'ordre du millier et diviseur à deux chiffres, mais différents d'un multiple de 5, 10, 25, etc.).
  - La procédure de décomposition du dividende selon les puissances de 10 est favorisée quand le dividende est plutôt important (de l'ordre de centaines ou du milliers) et quand le diviseur est à un nombre d'un chiffre. Elle devient plus délicate quand le diviseur possède plus d'un chiffre, car cela revient en fait à mobiliser cette technique par étape ou à rechercher des produits intéressants.
  - La procédure mobilisant des additions successives avec écart au but est délicate, car il faut évaluer quand on doit arrêter les calculs.
  - La traduction de la situation par un schéma de type distribution/partage est favorisée par des dividende et diviseur plutôt petits.
- **Anticipations des erreurs**
  - Les élèves peuvent commettre des erreurs liées à la recherche des chiffres du quotient ;
  - Des élèves peuvent se tromper du fait d'erreurs de calcul ;

- Des élèves peuvent se tromper à la suite d'une mauvaise compréhension de la technique de la division ;
- La non-maîtrise de la table de multiplication peut conduire à des erreurs ;
- Avec la présentation en potence, les élèves peuvent intervertir par inattention la place du dividende, du diviseur et du quotient.

Le choix d'une technique et de sa construction par étapes (et le choix de ces étapes) doit être fait en connaissant les difficultés et les avantages (en termes d'économie de calcul) de celle-ci. Quand le professeur doit respecter des injonctions institutionnelles, il doit alors anticiper les difficultés des élèves.

Les auteurs de cette fiche ont fait le choix de s'appuyer sur la numération et de la décomposition canonique du dividende suivant les unités de numération (en accord avec l'esprit des programmes officiels). Comme l'analyse ci-dessus le souligne, cette décomposition est délicate et peu naturelle quand le diviseur est un entier de deux chiffres ou plus. En revanche, elle est assez proche de la technique « française » standard (disposition type potence).

Il peut être important de laisser les élèves écrire les résultats intermédiaires : les produits et les soustractions.

Le choix des situations et des valeurs de certaines des variables de celles-ci est guidé par plusieurs préoccupations :

- Présenter deux types de problèmes relevant de la division dans la séance 1 : division-quotition (nombres de parts) et division-partition (valeur d'une part).
- Privilégier ensuite les problèmes de division-partition afin de favoriser la construction d'une technique opératoire s'appuyant sur la décomposition canonique du dividende (selon les puissances de 10) et la recherche de produits à soustraire à chacune des étapes.
- Ménager des étapes basées sur une progression allant vers des degrés de complexité croissants (division d'un nombre de deux chiffres par un nombre à un chiffre avec reste nul puis non nul, division d'un nombre de trois chiffres par un nombre à un chiffre dans différents cas, reste nul, reste non nul, présence de zéro en position, initiale, intermédiaire ou final au quotient , division par un nombre à deux chiffres, généralisation de la technique, explicitation des calculs intermédiaires puis optimisation de la technique, le passage à la disposition standard constituant une étape importante (séance n° 3).
- Recours à des manipulations puis à des dessins et schémas, au tableau de numération.
- Recours à des éléments du répertoire multiplicatif du diviseur.

Cela donne les choix suivants :

- **Situation n° 1** (division-partition, reste nul, quotient à un chiffre) :

  « Maman partage équitablement la somme de 4 200 F entre tous ses enfants. Chaque enfant a reçu 700 F. Combien d'enfants maman a-t-elle ? »

  → **Réponse :** 4 200 = 700 × 6 + 0.

- **Situation n° 2** (division-quotition, reste nul, quotient à un chiffre, dividende à deux chiffres, diviseur à un chiffre) :

  « Un homme est chargé de partager également 36 kg de riz entre 4 familles les plus pauvres de la colline. Quelle quantité de riz recevra chaque famille ? »

  → **Réponse :** 36 = 9 × 4 + 0.

- **Situation n° 3** (division-quotition, quotient à trois chiffres, dividende à trois chiffres, diviseur à un chiffre, reste non nul) :

  « Mamadou et ses cinq frères possèdent ensemble 794 francs en billets de 100 F, pièces de 10 F et 1 F. Ils se partagent cette somme. Ils reçoivent la même somme. Combien chacun reçoit-il ? »

  Tu sais qu'un billet de 100 F s'échange contre 10 pièces de 10 F et qu'une pièce de 10 F peuvent s'échanger contre 10 pièces de 1 F. Reste-t-il encore de l'argent après le partage ?

  → **Réponse :** 794 = 132 × 6 + 2.

- **Situation n° 4** (division-quotition, dividende à trois chiffres, quotient à un chiffre, quotient à deux chiffres, reste non nul) :

  « Cinq pirates se partagent 387 pièces d'or ? Combien de pièces recevra chaque pirate ? »

  → **Réponse :** 387 = 77 × 5 + 2.

- **Exercice d'approfondissement n° 1** (division-quotition, dividende à trois chiffres, diviseur à un chiffre, zéro intermédiaire pour le quotient, reste non nul) :

  « Quatre pirates se partagent 818 pièces d'or ? Combien de pièces recevra chaque pirate ? »

  → **Réponse :** 818 = 204 × 4 + 2.

- **Exercice d'approfondissement n° 2** (division-quotition, dividende à trois chiffres, diviseur à un chiffre, zéro final pour le quotient, reste non nul) :

  « Neuf pirates se partagent 991 pièces d'or ? Combien de pièces recevra chaque pirate ? »

  → **Réponse :** 991 = 110 × 9 + 1.

- **Situation n° 5** (dividende à 5 chiffres, diviseur à 2 chiffres, quotient à 4 chiffres, reste non nul) :

  « 23 élèves se partagent une somme de 49 587 F pour l'achat des stylos. Quelle somme recevra chaque élève après le partage sachant que :

  → un billet de 10 000 F s'échange contre 10 billets de 1 000 F.

  → un billet de 1 000 F s'échange contre 10 billets de 100 F.

  → un billet de 100 F s'échange contre 10 pièces de 10 F.

  → une pièce de 10 F s'échange contre 10 pièces de 1 F.

  Montrez comment vous faites pour arriver au résultat et faites une vérification. »

  → **Réponse :** 49 587 = (2 155 × 23) + 22.

Dans de nouveaux exercices de réinvestissement, le professeur pourra revenir sur les différents cas ci-dessus.

Séance n° 1

- **Durée :** 30 min
- **Objectif :** comprendre le sens de la division et le vocabulaire lié à la division.
- **Déroulement de la séance :**

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	
1 RAPPEL DES PRÉREQUIS (5 min)	L'enseignant pose aux élèves les questions suivantes pour vérifier les prérequis : **1.** Pourquoi fait-on une division, dans quels cas ? **2.** Complétez par le nombre qui convient : – Dans un millier il y a … centaines. – Dans 3 centaines il y a … dizaines. – Dans une dizaine il y a … unités. – Dans 7 mille il y a … dizaines. **3.** Calculez mentalement : 9 × 9 = … ; 7 × 8 = … ; 6 × 4 = … ; 5 × 7 = … ; 4 × 9 = … ; 1 × 3 = … . **4.** « Pauline dispose de 9 tas de 7 tomates. Combien de tomates a-t-elle en tout ? » **5.** Posez et effectuez : a. 785 × 37 = … ; b. 68 397 − 29 854 = … .	Les élèves répondent individuellement aux questions : **1.** Pour partager ou regrouper en parts égales. **2.** Dans un millier il y a 10 centaines. Dans 3 centaines il y a 30 dizaines. Dans une dizaine il y a 10 unités. Dans 7 mille il y a 700 dizaines. **3.** 81 ; 56 ; 24 ; 35 ; 36 ; 3. **4.** Pauline a en tout : 9 × 7 tomates = 63 tomates. **5.** 785 × 37 = 5 495 + 23 550 = 29 045 68 397 − 29 854 = 38 543	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	
Motivation (1 min)	Communication de la justification et des objectifs.	Les élèves écoutent attentivement.	

2 DÉVELOPPEMENT

Mise en situation et phase de réalisation
(10 min)

Situation n° 1

« Maman partage équitablement la somme de 4 200 F entre tous ses enfants. Chaque enfant a reçu 700 F. Combien d'enfants maman a-t-elle ? »

Consigne et forme de travail :

- Travail individuel pour effectuer la recherche de la solution.
- Organisation des élèves en groupe pour manipuler, échanger et confronter comment ils ont fait.
- Relever les procédures possibles des élèves.

Différenciation : circuler dans les rangées pour aider les élèves en difficulté en leur donnant des billets de 100 F pour manipuler.

Les élèves cherchent à résoudre la situation n° 1.

1. Soustractions successives :

Il s'agit d'une situation de partage équitable, il faut rechercher le nombre de parts (ici le nombre d'enfants de la maman).

Autrement dit, il s'agit de chercher combien de fois on retire 700 F à 4 200 F.

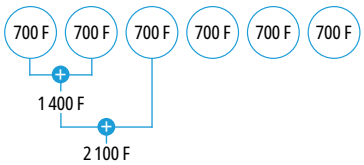
Chaque fois qu'on retire 700 F, on ajoute un enfant :

4 200 − 700 = 3 500 ➡ 1 enfant
3 500 − 700 = 2 800 ➡ 2 enfants
2 800 − 700 = 2 100 ➡ 3 enfants
2 100 − 700 = 1 400 ➡ 4 enfants
1 400 − 700 = 700 ➡ 5 enfants
700 − 700 = 0 ➡ 6 enfants

Maman a 6 enfants.

2. Additions successives :

Maman distribue tour à tour 700 F à chaque enfant jusqu'à épuisement de la somme.



700 + 700 F = 1 400 F ➡ 2 enfants
1 400 F + 700 F = 2 100 F ➡ 3 enfants
2 100 F + 700 F = 2 800 F ➡ 4 enfants
2 800 F + 700 F = 3 500 F ➡ 5 enfants
3 500 F + 700 F = 4 200 F ➡ 6 enfants

On fait trois tours. Chaque enfant reçoit 3 bonbons et il en reste 4 non partagés.

3. Calcul de produits :

700 × 2 = 1 400 ;
700 × 3 = 2 100 ;
700 × 5 = 3 500 ;
700 × 6 = 4 200.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage

Mise en situation et phase de réalisation

(suite)

Situation n° 2

« Un homme est chargé de partager également 36 kg de riz entre 4 familles les plus pauvres de la colline. Quelle quantité de riz recevra chaque famille ? »

Consigne :

- Travail individuel pour effectuer la recherche de la solution.
- Organisation des élèves en groupe pour manipuler, échanger et confronter comment ils ont fait.
- Relever les procédures possibles des élèves.

Individuellement, les élèves recherchent la solution de la situation n° 2.

Chaque famille recevra : 36 kg ÷ 4 = …

Pour effectuer cette opération on peut :

1. Utiliser la table de multiplication de 4.

En utilisant la table de multiplication, chaque famille aura 9 kg de riz et il ne reste rien.

4 × 5 = 20 ; 4 × 6 = 24 ; 4 × 7 = 28 ; 4 × 8 = 32 ; 4 × 9 = 36.

2. Distribuer tour à tour 1 kg de riz à chaque famille.

Famille 1	Famille 2	Famille 3	Famille 4
1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg	1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg	1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg	1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg 1 kg
9 kg	9 kg	9 kg	9 kg

Vérification : 36 kg = 4 × 9 kg.

Situation n° 3

« Mamadou et ses cinq frères possèdent ensemble 794 F en billets de 100 F, pièces de 10 F et 1 F. Ils se partagent cette somme. Ils reçoivent la même somme. Combien chacun reçoit-il ? Tu sais qu'un billet de 100 F s'échange contre 10 pièces de 10 F et qu'une pièce de 10 F peut s'échanger contre 10 pièces de 1 F. Reste-t-il encore de l'argent après le partage ? »

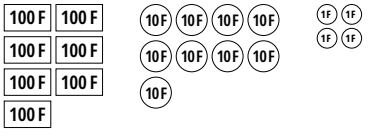
Consigne :

- Travail individuel pour effectuer la recherche de la solution.
- Organisation des élèves en groupe pour manipuler, échanger et confronter comment ils ont fait.
- Relever les procédures possibles des élèves.

Aides possibles :

Le professeur pourra proposer aux élèves ne sachant pas comment commencer de faire un schéma représentant la situation comme ci-dessous :

Une illustration du problème



Les élèves recherchent la solution de la situation n° 3.

Chaque élève recevra après le partage : 794 F ÷ 6 = … F.

Les élèves confrontent en groupes comment ils ont fait pour arriver au résultat.

Décomposer 794 en centaines, en dizaines et en unités :

Centaines	Dizaines	Unités
7	9	4

1. **Je partage les centaines.**
   Je peux partager 7 centaines en 6.
   Chaque enfant aura donc une centaine et il restera une centaine.
2. On ne peut pas partager une centaine en 6.
   Je l'échange donc avec 10 dizaines et j'ajoute les 9 dizaines ce qui fait en tout 19 dizaines.
3. **Je partage les dizaines.**
   Je peux partager 19 dizaines en 6.
   Chaque élève aura donc 3 dizaines et il restera une dizaine.
4. On ne peut pas partager une dizaine en 6.
   Je les échange contre 10 unités plus les 4 unités ce qui fait en tout 14 unités.
5. Je peux partager 14 unités en 6.
   Chaque élève aura 2 unités et il restera donc 2.

BILAN : après le partage chaque élève aura une centaine + 3 dizaines + 2 unités = 132.

Chaque enfant reçoit donc 132 F et il reste 2 F.

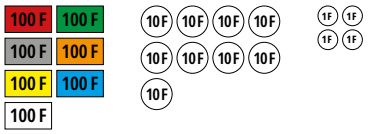
Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	

Mise en situation et phase de réalisation

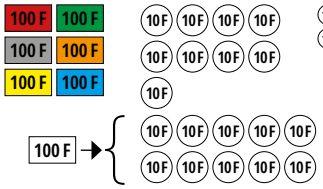
(suite)

Il pourra par exemple demander aux élèves de manipuler des billets ou d'utiliser des couleurs pour décrire les différentes étapes de la résolution. Cela peut donner le film ci-dessous :

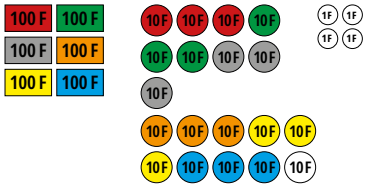
1. **Étape 1**



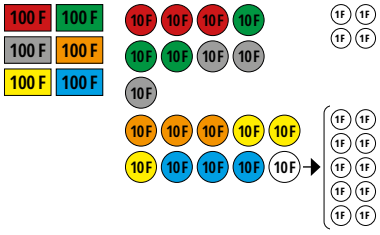
2. **Étape 2**



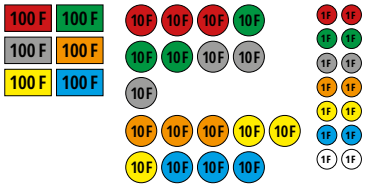
3. **Étape 3**



4. **Étape 4**



5. **Étape 5**



N. B. : le raisonnement peut s'appuyer sur la monnaie plutôt que sur les unités de numération plus abstraite pour l'élève comme illustré ci-contre.

1. Je commence par partager en six les billets de 100 F, chaque enfant reçoit un billet, il reste donc 1 billet de 100 F.
2. J'échange le billet restant de 100 F contre 10 pièces de 10 F.
3. Il y a 19 pièces de 10 F à partager en six, chaque enfant reçoit donc 3 pièces de 10 F et il reste une pièce de 10 F.
4. J'échange la pièce de 10 F restante contre 10 pièces de 1 F ; il y a maintenant 14 pièces de 1 F.
5. Je partage ces 14 pièces en six, chaque enfant reçoit 2 pièces de 1 F et il reste 2 pièces de 1 F.

Conclusion : chaque enfant reçoit 1 billet de 100 F, 3 pièces de 10 F et 2 pièces de 1 F, soit 132 F et il reste 2 pièces de 1 F non distribuées, soit 2 F.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Mise en situation et phase de réalisation *(suite)*	L'enseignant informe les élèves que quand on fait un partage, on fait une **division**. Le nombre 794 qui est divisé s'appelle le **dividende**. Le nombre 6 par lequel on divise s'appelle le **diviseur**. Le résultat de l'opération est constitué de 2 nombres : le **quotient** 132 et le **reste** 2. L'opération de division (correspondant au partage) est indiquée par le signe « : » ou « ÷ » qui se place entre le dividende et le diviseur. **Exemple :** 794 ÷ 6 = 132 reste 2. Le dividende D est égal au produit du diviseur d par le quotient q augmenté du reste r : $794 = (132 \times 6) + 2$. D'une façon générale on peut dire que : $D = d \times q + r$ avec $0 \leqslant r < d$. **Attention :** le reste est toujours strictement inférieur au diviseur (sinon la division n'est pas finie…). Quand le reste est 0 on dit que la division est exacte.		
	Situation n° 4 « Cinq pirates se partagent 387 pièces d'or ? Combien de pièces recevra chaque pirate ? » Le professeur fera remarquer que l'on ne peut pas diviser 3 centaines par 5 en un nombre de centaines, car 3 est plus petit que 5. Il faut donc convertir 3 centaines en 30 dizaines auxquelles il faut ajouter les 8 dizaines initiales, soit 38 dizaines.	Les élèves doivent affiner leur stratégie et la technique de calcul apprise précédemment en tenant compte de la remarque du professeur. Notons que la conversion n'est pas la seule possibilité. Ils peuvent aussi lire directement 38 dizaines dans le nombre 387.	
Exercices d'application (10 min)	Résolvez les problèmes suivants : **1.** Neuf enfants partagent une somme de 63 pièces de 1 F. Combien chacun aura-t-il de pièces ? Indiquez comment vous faites et vérifiez le résultat. **2.** Des parents donnent de l'argent à leurs 10 enfants. Ils donnent 98 F en tout et chacun reçoit la même somme. Combien chacun a-t-il reçu ? Indiquez comment vous faites et vérifiez le résultat.	Les élèves effectuent les exercices d'application : **1.** 63 ÷ 9 = 7. J'utilise la table de multiplication par 9 pour trouver le résultat : 9 × 5 = 45 9 × 6 = 54 9 × 7 = 63 9 × 8 = 72 9 × 9 = 81 9 × 10 = 90 **2.** 98 ÷10 = 9 reste 8. J'utilise la table de multiplication par 10 ou la soustraction répétée : 10 × 5 = 50 10 × 6 = 60 10 × 7 = 70 10 × 8 = 80 10 × 9 = 90 10 × 10 = 100	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Exercices d'évaluation (5 min)	Résolvez les problèmes suivants : 1. Un groupe de 6 élèves se partage équitablement 73 billes ; combien de billes chacun aura-t-il ? 2. J'ai 61 jetons. Je les partage en 3 tas ayant le même nombre de jetons. Combien y a-t-il de jetons dans chaque tas ? Indiquez comment vous faites et vérifiez le résultat.	Les élèves effectuent les exercices d'évaluations : 1. $6 \times 10 = 60$ $6 \times 11 = 66$ $6 \times 12 = 72$ $6 \times 13 = 78$ Chaque élève recevra 12 billes et il en restera une. $73 = (12 \times 6) + 1$. 2. C'est un partage en 3. $61 \div 3 = 20$ reste 1. $61 = (20 \times 3) + 1$. Il y a 20 jetons dans chaque tas et il en reste 1.	
Activités de remédiation	À prévoir en fonction des résultats de l'évaluation.		

Séance nº 2

- **Durée :** 30 min
- **Objectif :** comprendre et appliquer la procédure de partage ou de division par rang pour les nombres plus grands.
- **Déroulement de la séance :**

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
1 **RAPPEL DES PRÉREQUIS** (3 min)	L'enseignant propose aux élèves les questions suivantes pour vérifier les prérequis : 1. Décomposez en milliers, en centaines, en dizaines et en unités : 3 769. 2. Complétez par le nombre qui convient : Dans 3 milliers il y a ... centaines. Dans 4 centaines il y a ... dizaines. Dans 2 dizaines il y a ... unités. Dans 5 mille, il y a ... dizaines. 3. Calculez mentalement : $5 \times 9 = \ldots$; $7 \times 3 = \ldots$; $6 \times 5 = \ldots$; $5 \times 7 = \ldots$; $7 \times 9 = \ldots$; $0 \times 3 = \ldots$.	Les élèves répondent individuellement aux questions : 1. Unités des milliers : 3 ; Centaines : 7 ; Dizaines : 6 ; Unités : 9 3 769 = 3 000 + 700 + 60 + 9 ; = 3 um + 7 c + 6 d + 9 u. 2. Dans 3 milliers il y a 30 centaines. Dans 4 centaines il y a 40 dizaines. Dans 2 dizaines il y a 20 unités. Dans 5 mille, il y a 500 dizaines. 3. 45 ; 21 ; 30 ; 35 ; 63 ; 0.	
Motivation (1 min)	Communication de la justification et des objectifs.	Les élèves écoutent attentivement.	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	

2 DÉVELOPPEMENT

Mise en situation et phase de réalisation

(11 min)

L'enseignant propose aux élèves les situations suivantes :

Situation n° 5

« 23 élèves se partagent une somme de 49 587 F pour l'achat des stylos. Quelle somme recevra chaque élève après le partage sachant que :

- Un billet de 10 000 F s'échange contre 10 billets de 1 000 F ;
- Un billet de 1 000 F s'échange avec 10 billets de 100 F ;
- Un billet de 100 F s'échange avec 10 pièces de 10 F ;
- Une pièce de 10 F s'échange avec 10 pièces de 1 F. »

Montrez comment vous faites pour arriver au résultat et faites une vérification.

Situation n° 6

« 23 élèves se partagent la somme de 2 136 F pour l'achat des stylos. Quelle somme recevra chaque élève après le partage sachant que :

- Un billet de 1 000 F s'échange avec 10 billets de 100 F ;
- Un billet de 100 F s'échange avec 10 pièces de 10 F ;
- Une pièce de 10 F s'échange avec 10 pièces de 1 F. »

Montrez comment vous faites pour arriver au résultat et faites une vérification.

Consigne :

- Travail individuel pour effectuer la recherche de la solution.
- Organisation des élèves en groupe.
- Mise en commun et correction collective au tableau.

Différenciation : l'enseignant circule dans les rangées pour aider les élèves en difficulté en leur donnant des billets et des pièces pour qu'ils manipulent.

Les élèves lisent la situation n° 5.

Individuellement les élèves recherchent la solution du problème n° 5.

Chaque élève recevra après le partage une somme égale au quotient de 49 587 F par 23.

Les élèves confrontent en groupes comment ils ont fait pour arriver au résultat.

Il faut décomposer 49 587 en dizaines de milliers, milliers, centaines, dizaines et en unités.

Dizaines de milliers	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités
4	9	5	8	7

$49\,587 = 4 \times 10\,000 + 9 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 8 \times 10 + 7.$

Je commence le partage par le rang le plus grand.

1. **Partager les dizaines des milliers :**

   Je ne peux pas partager 4 en 23.

2. **Partager les unités des milliers :**

   Je considère donc le rang des milliers, j'ai 49 milliers.

   $49\,000 = 2\,000 \times 23 + 3\,000$;

   $3\,000 = 30$ centaines.

3. **Je partage les centaines :**

   Je peux partager 35 centaines en 23. Chaque élève aura donc une centaine et il restera 12 centaines.

   Je fais l'échange contre 120 dizaines et ajoute les 8 dizaines ce qui fait en tout 128 dizaines.

4. **Je partage les dizaines :**

   Je peux partager 128 dizaines en 23. Chaque élève aura 5 dizaines et il restera 13 dizaines, car $23 \times 5 = 115$.

   J'échange 13 dizaines contre 130 unités qui, ajoutées aux 7 unités, font en tout 137 unités.

   Je peux partager 137 unités en 23. Chaque élève aura 5 unités et il restera 22 unités, car $23 \times 5 = 115$ et $137 - 115 = 22$.

BILAN : après le partage chaque élève aura :

2 milliers (M) + 1 centaine (C) + 5 dizaines (D) + 5 unités (U) ;

soit 2 155 et il restera 22 unités ;

donc 2 155 F et 22 F ne seront pas partagés.

Vérification : $49\,587 = (2\,155 \times 23) + 22$.

Pour les nombres plus grands on peut faire la division ou le partage par rang et on doit toujours commencer par le rang le plus grand.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
		Les élèves lisent la situation n° 6 et, individuellement, recherchent la solution du problème n° 6. **Reprise des étapes ci-dessus :** 1. 2 136 = 2 M + 1 C + 3 D + 6 U. 2. Impossible de partager 2 unités des mille en 23. 3. Impossible de partager 21 centaines en 23. 4. On partage 213 dizaines en 23, etc. 2 136 = (92 × 23) + 20.	
Exercices d'application (10 min)	Effectuer par la méthode de division par rang : 1. 254 ÷ 2 = … 2. 1 234 ÷13 = …	Les élèves effectuent les exercices d'application : 1. <table><tr><th>Divisé par</th><th></th><th></th><th>Reste</th></tr><tr><td>2 centaines</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>5 dizaines</td><td>2</td><td>2</td><td>1 d = 10 u</td></tr><tr><td>10 u + 4 u = 14 u</td><td>7</td><td>7</td><td>0</td></tr></table>254 ÷ 2 = 1 centaine + 2 dizaines + 7 unités = 127. **Vérification :** 254 = 127 × 2. 2. 1 234 = 1 um + 2 centaines + 3 dizaines + 4 unités. 1 234 ÷ 13 = … Je ne peux pas partager 1 um en 13. Je les échange contre 10 c plus 2 c ça fait en tout 12 c. Je ne peux pas non plus partager 12 centaines par 13. Je les échange contre 120 dizaines et j'ajoute les 3 dizaines. Ça fait en tout 123 dizaines. Je divise 123 par 13. On aura 9 dizaines et il reste 6 dizaines qu'on ne peut pas diviser par 13. Je les échange contre 60 unités et j'ajoute les 4 unités. Ça fait en tout 64 unités. 64 divisé par 13, ça fait 4 et il reste 12 qu'on ne peut pas diviser par 13. Donc : 1 234 ÷ 13 = 94 et il reste 12. **Vérification :** 1 234 = 13 × 94 +12.	
Exercices d'évaluation (5 min)	Effectuer par la méthode de division par rang : 369 ÷ 3 = … 1 327 ÷ 6 = …	Les élèves effectuent les exercices d'évaluation.	
Activités de remédiation	À prévoir en fonction des résultats de l'évaluation.		

Séance nº 3

- **Durée :** 30 min
- **Objectif** : comprendre et appliquer la technique la division posée par un nombre.
- **Déroulement de la Séance :**

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
1 RAPPEL DES PRÉREQUIS (2 min)	Effectuer la division : 165 ÷ 5 = …	Les élèves effectuent individuellement : **Centaines** | **Dizaines** | **Unités** 1 | 6 | 5 → 165 = 1 centaine + 6 dizaines + 5 unités. Je ne peux pas diviser 1 centaine par 5. Je l'échange donc avec 10 dizaines plus 6 dizaines. J'ai 16 dizaines en tout que je divise par 5. 16 dizaines divisées par 5 font 3 dizaines et il reste 1 dizaine. Je ne peux pas diviser 1 dizaine par 5. Je l'échange donc avec 10 unités, plus 5 unités, ce qui fait donc en tout 15 unités. 15 unités divisées par 5 font 3 unités et il reste 0. → Donc 165 ÷ 5 = 3 dizaines + 3 unités = 33. **Vérification :** 165 = 33 × 5.	
Motivation (1 min)	Communication de la justification et des objectifs.	Les élèves écoutent attentivement.	
2 DÉVELOPPEMENT			
Mise en situation et phase de réalisation (12 min)	L'enseignant propose aux élèves une situation proche de celle qu'ils ont déjà résolue et leur demande de la résoudre encore en utilisant la méthode de division par rang. 23 élèves se partagent la somme de 21 367 F pour l'achat de stylos. Quelle somme recevra chaque élève après le partage sachant que : – Un billet de 10 000 F s'échange contre 10 billets de 1 000 F ; – Un billet de 1 000 F s'échange contre 10 billets de 100 F ; – Un billet de 100 F s'échange contre 10 pièces de 10 F ; – Une pièce de 10 F s'échange contre 10 pièces de 1 F. Montrez comment vous faites pour arriver au résultat et faites la vérification.	Les élèves lisent la situation. Puis, individuellement, ils recherchent la solution du problème en utilisant la méthode de division par rang. Chaque élève recevra après le partage : 21 367 F ÷ 23 = … F. Les élèves confrontent en groupes comment ils ont fait pour arriver au résultat. Voici la décomposition de 21 367 en milliers, en centaines, en dizaines et en unités : **Dizaines de milliers (DM)** | **Milliers (UM)** | **Centaines (C)** | **Dizaines (D)** | **Unités (U)** 2 | 1 | 3 | 6 | 7 On commence le partage par le rang le plus grand.	Pour les nombres plus grands on peut faire la division ou le partage par rang et on doit toujours commencer par le rang le plus grand.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Mise en situation et phase de réalisation (12 min) *(suite)*	**Consigne :** ▸ Travail individuel pour effectuer la recherche de la solution. ▸ Organisation des élèves en groupe et valider la méthode utilisée. ▸ L'enseignant circule dans les rangées pour aider les élèves en difficulté en leur donnant des billets et des pièces pour qu'ils manipulent. ▸ Mise en commun et correction collective au tableau.	**1. Je partage les dizaines de milliers :** Je ne peux pas partager 2 dizaines de milliers en 23. Je les échange donc avec 20 unités de milliers plus une unité de milliers qui font donc en tout 21 unités de milliers. **2. Je partage les unités de milliers :** Je ne peux pas non plus partager 21 unités de milliers en 23. Je les échange donc avec 210 centaines puis j'ajoute les 3 centaines, ce qui donne en tout 213 centaines. **3. Je partage les centaines :** Je peux partager 213 centaines en 23. Chaque élève aura 9 centaines et il reste 6 centaines qu'on ne peut pas partager en 23. Je les échange donc avec 60 dizaines auxquelles j'ajoute les 6 dizaines restantes, ce qui fait en tout 66 dizaines. **4. Je partage les dizaines :** Je peux maintenant partager 66 dizaines en 23. Chaque élève aura 2 dizaines et il restera 20 dizaines qu'on ne peut pas partager en 23. Je les échange donc avec 200 unités plus les 7 unités restantes ce qui fait en tout 207 unités. Je peux partager 207 unités en 23. Chaque élève aura 9 unités et il restera 0. **BILAN :** après le partage, chaque élève aura 9 centaines + 2 dizaines + 9 unités = 929. 900 F + 20 F + 9 F = 929 F. → Donc : 21 367 ÷ 23 = 929. **Vérification :** 21 367 = 929 × 23.	
	Désigner un élève pour la correction collective au tableau.	Un élève corrige au tableau et les autres élèves suivent.	
	À partir de cette situation résolue, l'enseignant pose au tableau la technique de division posée et se fait guider par les élèves. Il explique ce qu'est la potence et montre où on écrit le dividende, le diviseur et le quotient. Toute la démarche de division est faite en lien avec celle adoptée précédemment. Le professeur sollicite les élèves pour s'assurer qu'ils suivent et comprennent la disposition adoptée et les étapes de l'algorithme. Dizaines de milliers (DM) | Milliers (UM) | Centaines (C) | Dizaines (D) | Unités (U) 2 | 1 | 3 | 6 | 7	Les élèves réagissent aux explications de l'enseignant pendant la construction de la technique de division posée : On commence le partage par le rang le plus grand. 2 divisé par 23 est impossible. Je saute donc au rang suivant. 21 divisé par 23 est aussi impossible. Je saute encore au rang suivant. 213 divisé par 23 est possible. Je mets 9 car 9 × 23 = 207.	

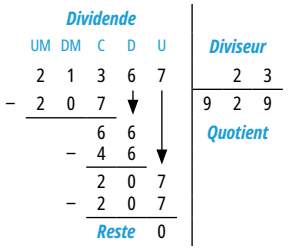
Continue en page suivante...

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	

Mise en situation et phase de réalisation

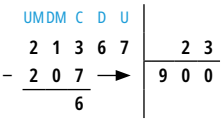
(12 min)

(suite)



Aides possibles : le professeur pourra ménager des étapes pour certains élèves éprouvant des difficultés à comprendre le passage, le lien entre leur calcul en ligne et la disposition en potence.

1. Détermination du nombre de chiffres du quotient.
2. Calcul des produits partiels, des quotients partiels et des restes partiels.
3. Calcul du quotient final.



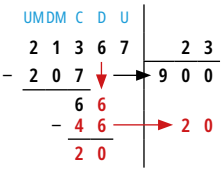
2 divisé par 23 est impossible.
Je saute donc au rang suivant.

21 divisé par 23 est aussi impossible.
Je saute donc encore au rang suivant.

213 divisé par 23 est possible.
Je mets donc 9 car 9 × 23 = 207.

213 centaines − 207 centaines = 6 centaines.

Puis



Je les échange contre 60 dizaines + 6 dizaines = 66 dizaines.

66 divisé par 23 est possible ; je mets 2.

213 centaines − 207 centaines = 6 centaines que je ne peux pas diviser par 23.

Je les échange donc contre 60 dizaines ajoutées aux 6 dizaines du dividende qui font en tout 66 dizaines.

66 divisé par 23 est possible car 2 × 23 = 46. Je mets donc 2. Il reste 20 dizaines que je ne peux diviser par 23.

Je les échange donc contre 200 unités qui ajoutées aux 7 unités du dividende font 207 unités.

207 divisé par 23 est possible car 9 × 23 = 207. Je mets donc 9. Le reste est nul car 207 − 207 = 0.

La division se termine.

Donc : 21 367 ÷ 23 = 929.

Vérification : 21 367 = 929 × 23.

Continue en page suivante...

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage

Mise en situation et phase de réalisation
(12 min)
(suite)

Puis

UM	DM	C	D	U		
2	1	3	6	7		2 3
−	2	0	7		→	9 0 0 ou 9 C
		6	6			
−		4	6		→	2 0 ou 2 D
		2	0	7		
−		2	0	7	→	9 ou 9 U
			0			

Je les échange contre 200 unités + 7 unités = 207 unités.

207 divisé par 23 est maintenant possible et je mets 9 car 9 × 23 = 207.

207 − 207 = 0. La division se termine.

Exercices d'application
(10 min)

Pose et effectue les opérations suivantes :

1. 424 ÷ 2 = …
2. 273 ÷ 3 = …
3. 73 969 ÷ 92 = …

1.

4	2	4		2
−	4			2 1 2
	0	2		
−		2		
		0	4	
−			4	
			0	

→ 424 = 2 × 212.

2.

2	7	3		3
−	2	7		9 1
		0	3	
−			3	
			0	

→ 273 = 3 × 91.

3.

7	3	9	6	9		9 2
−	7	3	6			8 0 4
			3	6		
−				0		
			3	6	9	
−			3	6	8	
					1	

→ 73 969 = 92 × 804 + 1.

Exercices d'évaluation
(5 min)

Pose et effectue les opérations suivantes :

1. 424 ÷ 8 = …
2. 1 412 ÷ 15 = …

Les élèves effectuent les exercices d'évaluation :

1.

4	2	4		8
−	4	0		5 3
		2	4	
−		2	4	
			0	

→ 424 = 8 × 53.

2.

1	4	1	2		1 5
−	1	3	5		9 4
			6	2	
−			6	0	
				2	

→ 1 412 = 15 × 94 + 2.

Activités de remédiation

À prévoir en fonction des résultats de l'évaluation.

3 L'enseignement de l'addition et de la soustraction dans l'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$

3.1 Introduction

L'addition et la soustraction dans $\mathbb{Z}$ soulèvent les mêmes difficultés que l'introduction des nombres décimaux quant au choix des situations qui sont susceptibles de donner du sens et/ou d'illustrer cette catégorie de nombres. Des difficultés nouvelles s'ajoutent.

Rappelons certaines de ces difficultés et les précautions à prendre pour construire une programmation.

3.1.1 Plusieurs situations convoquant des contextes différents

Sont souvent privilégiés pour présenter les nombres entiers relatifs :

- Les problèmes de gains et pertes, de recettes et dépenses.
- Les relevés de températures.
- Les déplacements : montée/descente d'ascenseur, montée/descente de passagers dans un autocar, déplacements d'un pion sur une piste numérique, déplacements sur la droite numérique, abscisse d'un point sur un axe.

Aucune de ces situations ne permet à elle seule d'épuiser le sens des relatifs. Il apparaît nécessaire de les diversifier (cf. l'article de l'IREM de Poitiers en bibliographie).

L'extension des opérations arithmétiques de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{Z}$ peut poser de nouvelles difficultés d'apprentissage.

3.1.2 Les signes + et − peuvent avoir des sens différents

Ainsi, dans l'expression (−3) + (+4), le même signe « + » peut désigner le signe du nombre relatif dans (+ 4) et désigner l'opération arithmétique (addition) liant les deux termes (−3) et (+4).

Cette dualité du signe se retrouve dans les différentes illustrations du relatif. C'est le cas pour les codages sur la droite numérique :

- **La situation :** « Dans un autocar à un arrêt, il y 4 personnes, il en monte 2 puis il en descend 3. Combien y a-t-il de voyageurs dans l'autocar quand il repart ? »

  Le chiffre 4 représente le nombre de voyageurs avant l'arrêt (état initial) et peut se traduire par le relatif (+4). La montée de 2 voyageurs désigne une transformation positive et peut se traduire par l'entier relatif (+2). De même la descente de 3 voyageurs peut se traduire par l'entier relatif (−3). (+3) désigne l'état final (nombre de voyageurs après l'arrêt). De plus, la composée des transformations (montée/descente) se traduit par une descente de 1 voyageur et peut donc se représenter par l'entier relatif (−1).

- **La situation :** « Hier soir, il faisait 0 °C. Dans la nuit, la température a baissé de 3 degrés. Quelle température fait-il ce matin ? ».

  (−3) désigne ici à la fois une transformation (baisse de 3 degrés) et un état (la température le matin).

Afin d'éviter toute confusion entre transformations et états (donc entre signe du relatif et signe opératoire), il peut être préférable de ne présenter à partir d'un certain moment que des problèmes faisant intervenir uniquement des transformations plutôt que des problèmes portant simultanément sur des états et des transformations.

3.1.3 Les règles de suppression des parenthèses

La traduction de calcul à l'aide de nombres entiers relatifs impose, pour se rapprocher des notations usuelles (conventionnelles), la mise en œuvre de règles de simplifications des écritures.

La situation « Aujourd'hui, il fait −3 degrés. Hier il faisait −10 degrés. Quelle est la différence entre la température de ces deux jours ? » est difficile à coder. L'écriture standard (ou conventionnelle) souvent attendue est : $-3 + 10$.

Ce codage demande :

- d'identifier la différence de température à une soustraction (ce qui ne va pas de soi pour les élèves). Ici, on peut penser qu'il s'agit d'une hausse de 7 °C entre hier et aujourd'hui ;
- de traduire cette différence par l'écriture : $(-3) - (-10)$, état final − état initial ;
- d'appliquer la définition de la soustraction dans $\mathbb{Z}$ (additionner l'opposé) et de traduire cette opération par l'écriture : $(-3) + (+10) = -3 + 10 = +7$;
- d'appliquer les règles de simplification de cette écriture :
  - $+ (+10)$ peut s'écrire $+ 10$ (le signe + de +10 peut être supprimé).
  - (-3) peut s'écrire -3 car c'est le premier terme de l'expression.

> **N. B. :** l'expression (−3) + (10) se traduirait par −3 + (+10) = −3 + 10, car on peut supprimer le signe + qui reste toutefois implicite.

- traduire l'écriture par −3 + 10 (écriture implicite d'une soustraction) et obtenir le résultat +7.

➜ de traduire ce résultat par l'expression : la température entre hier et aujourd'hui correspond à une hausse de 7 degrés ; c'est-à-dire à une variation de +7 degrés.

Il est donc impératif *d'enseigner les règles de parenthésage* qui sont des conventions légitimées par la nécessité d'étendre l'addition et la soustraction de ℕ à ℤ et ce en conservant les règles initiales des opérations quand on se restreint aux entiers positifs pour des raisons de cohérence.

3.1.4 Conclusion

Une progression visant l'introduction de l'addition, comme de la soustraction, nécessite d'avoir introduit à l'aide de différentes situations (illustrations modélisables par le recours aux entiers relatifs) le concept de relatif et de montrer en quoi ce recours constitue une aide à une modélisation ultérieure. De même, ce sera l'occasion d'installer une schématisation et un formalisme adaptés au traitement dans ℕ puis dans ℤ.

La résolution de problèmes de type états/transformations devra avoir été traitée dans le domaine des entiers naturels ; de même que des problèmes de comparaison de mesures et de composition de transformations. Le contexte du « jeu de l'autocar » peut être un choix pertinent.

Dans le domaine des entiers relatifs, différentes modélisations, propriétés et représentations de ceux-ci devront avoir été fréquentées ; notamment la représentation d'un entier relatif sur la droite numérique, la notion d'abscisse sur un axe orienté, la notion de valeur absolue et d'opposé d'un entier relatif. Notons que la notion d'opposé pourra être traitée après la notion d'addition dans ℤ et avant le traitement de la soustraction.

La première séance de découverte de l'une ou l'autre opération devra mobiliser une écriture avec parenthèses au moins dans un premier temps afin de travailler le sens de l'opération sans introduire davantage de complications liées aux règles d'écriture. Dans une séance ultérieure, il sera possible de traiter des règles d'écriture. Cela peut se faire soit séparément (addition puis soustraction), soit après avoir abordé les deux opérations.

Pour la soustraction : la séance d'introduction devra s'appuyer sur une situation donnant du sens à l'opération. Cela peut-être le calcul d'une différence. Il s'agira alors d'étendre le sens de cette notion de différence à ℤ en restant cohérent avec le sens donné dans ℕ.

Il est avantageux alors de proposer la résolution d'un problème de comparaison d'états (températures) ou de transformations (pertes et gains) ou montée/descente ou déplacements sur une piste numérique. Le choix de l'habillage sera fait selon la fréquentation de ce type de problème.

3.2 Analyse conceptuelle de l'addition et soustraction dans $\mathbb{Z}$

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
1.	Quelles sont les situations, les activités signifiantes et pertinentes qui permettent l'enseignement et l'apprentissage de la notion ou du concept et qui induisent des activités mathématiques riches **(la référence)** ?	▸ Calcul du score d'équipes dans un championnat de football… ▸ Budget. ▸ Comptabilité d'un projet. ▸ Bilan d'activités d'un commerçant (gain et perte). ▸ Bulletin de température (à l'ombre, dans un frigo,). ▸ Événements historiques avant et après l'Hégire. ▸ Dates de naissance de certains savants mathématiques (avant et après J.-C.). ▸ Calendrier hégirien. ▸ Recours à la droite numérique, déplacements, abscisses. ▸ Problèmes de composition de transformations additives : exemple du jeu de l'autobus (monter/descendre). ▸ Recours aux propriétés des nombres pour justifier des techniques de calcul (opposé d'un relatif, soustraction de relatifs négatifs).
2.	Quel est spécifiquement le contenu mathématique concerné par les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Notion d'entier relatif. ▸ Ordre dans $\mathbb{Z}$. ▸ Addition dans $\mathbb{Z}$. ▸ Soustraction dans $\mathbb{Z}$. ▸ Règles de priorité des opérations dans $\mathbb{Z}$. ▸ Suppression des parenthèses. ▸ Opposé d'un entier relatif. ▸ Structures additives.
3.	Quelles ressources (matérielles ou autres) peuvent être utilisées pour exploiter les situations signifiantes et pertinentes ?	▸ Règle graduée. ▸ Calendrier. ▸ Données numériques. ▸ Thermomètre. ▸ Classement d'un championnat de foot (colonne goal-average). ▸ Tableau de bord d'un ascenseur. ▸ Tableau du type recettes/dépenses, etc. ▸ Droite numérique.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
4.	Quelles difficultés ces ressources (matérielles ou autres) ou toute autre variable didactique (par exemple les données numériques ou contextuelles) choisies peuvent-elles amener ?	▸ Le maniement ou l'utilisation de ces matériels. ▸ Le sens du relatif convoqué. ▸ Leurs limites pour illustrer le concept. ▸ Le type d'écritures exigé. ▸ La gestion des parenthèses.
5.	Quelles sont les techniques, procédures et approches que pourrait mettre en évidence l'élève et sur lesquelles reposerait l'opérationnalité des schèmes **(le signifié)** ?	▸ L'élève peut utiliser la droite numérique pour comparer les relatifs intervenant dans les calculs ou pour représenter les sommes et différences. ▸ L'élève peut utiliser des schémas descriptifs pour comprendre les règles de priorité (suppression des parenthèses, addition, soustraction sur des exemples). ▸ L'élève peut mobiliser la notion d'opposé d'un relatif : appliquer la propriété soustraire un entier relatif revient à ajouter son opposé. ▸ L'élève peut faire recours à des facilitateurs comme les bilans ou les autres moyens analogues quant aux calculs de la somme de deux ou plusieurs entiers relatifs. ▸ Il peut aussi procéder à des groupements selon le signe pour faire des sommes de plusieurs nombres.
6.	Quels raisonnements mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Utiliser différentes représentations et / ou conceptions) de l'entier relatif : droite numérique, abscisse, mesure. ▸ Identifier et se représenter la tâche à effectuer, mobiliser les connaissances nécessaires, mettre en œuvre une stratégie et / ou une procédure de résolution, identifier les étapes de celles-ci. ▸ Éventuellement changer de cadre et / ou d'image mentale ou de représentation. ▸ Mobiliser des outils de contrôle de la procédure, de la mise en œuvre de l'algorithme, du résultat, etc. ▸ Produire des conjectures, les tester, procéder par des essais / erreurs, par déduction, etc.
7.	Quelles difficultés peuvent être révélées chez l'élève au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Difficultés liées à la comparaison et aux opérations faisant intervenir deux entiers relatifs. ▸ Difficultés liées à la signification ou au sens physique du signe *moins* (−) ou *plus* (+) devant un entier. ▸ Manque de prérequis, de moyens de contrôle.
8.	Quelles erreurs mathématiques possibles l'élève peut-il mettre en évidence au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Erreurs liées aux opérations sur les entiers relatifs. ▸ Erreurs liées à la comparaison de deux entiers relatifs. ▸ Erreurs liées à la représentation dans l'ordre des points d'abscisses avec des relatifs. ▸ Erreurs de traitement des parenthésages. ▸ Erreurs liées à la compréhension des signes opératoires ou du nombre relatif.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
9.	Quelles pourraient être les causes possibles des difficultés que l'élève peut rencontrer et des erreurs mathématiques qu'il peut commettre au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Causes liées à l'enseignement. ▸ La non-assimilation ou le manque de maîtrise des propriétés mathématiques et / ou des prérequis. ▸ La conception erronée de ce qu'est un entier relatif. ▸ Non distinction dans la signification du + ou − utilisés comme signe du relatif ou signe désignant l'opération.
10.	Quels sont les ajustements, les relances, c'est-à-dire les interventions possibles à apporter pour mieux adapter la situation ou l'activité au niveau des élèves ou au programme en vigueur ?	▸ Différencier le contenu, la méthode. ▸ Diversifier les activités et les représentations des relatifs (sens et conceptions). ▸ Faire émerger les prérequis. ▸ Rendre plus accessible le langage. ▸ Concrétiser la situation. ▸ Mobiliser les ressources, jouer sur les variables des situations.
11.	Quelles sont les anticipations mathématiques possibles que l'élève pourrait faire au regard de ces techniques, procédures et approches ?	▸ Faire des hypothèses a priori afin d'anticiper sur les données qui entrent dans la résolution du problème. ▸ Analyser la situation avant de l'aborder. ▸ Se faire une représentation mentale de l'activité. ▸ Faire l'appel à une intuition, élaborer des conjectures. ▸ Anticiper sur le temps didactique. ▸ Mobiliser les ressources antérieures (règles et propriétés).
12.	Quels sont les liens que l'élève peut faire avec d'autres concepts mathématiques (vus ou non) au regard des techniques, procédures et approches, en lien avec le concept à l'étude ?	▸ Les coordonnées des points dans un repère. ▸ Le calcul des composantes scalaires d'un vecteur associé à un bipoint. ▸ La construction et l'étude des ensembles $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ et le respect de l'extension des règles et propriétés. ▸ La monotonie d'une fonction (cas des fonctions affines et linéaires). ▸ La mise en relation entre abscisses (dans $\mathbb{Z}$) et transformation affine (symétrie par exemple). ▸ La résolution de problèmes de transformations ou de compositions de transformations additives.
13.	Quelles sont les fausses conceptions que l'élève pourrait avoir en lien avec le concept à l'étude ?	▸ La confusion entre entier et entier naturel. ▸ Étendre abusivement des règles de calcul dans $\mathbb{N}$ à $\mathbb{Z}$. ▸ Additionner deux entiers, l'un négatif et l'autre positif, c'est de faire la soustraction de ces deux entiers en oubliant le signe du plus grand nombre. ▸ Soustraire deux entiers négatifs, c'est faire l'addition de ces deux entiers en oubliant le signe du plus grand nombre.

N°	Questions spécifiques au concept pour guider l'analyse conceptuelle	Éléments de réponse
14.	Quelles sont les formes langagières qui permettent de verbaliser les propriétés, les situations et les procédures de traitement mathématiques en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ Le vocabulaire approprié aux entiers relatifs : entier, entier relatif, entier naturel, entier positif, entier négatif, entier à la fois positif et négatif (0), ensemble des entiers relatifs, opérations dans $\mathbb{Z}$, valeur absolue du relatif, signe de l'entier relatif, signe de l'opération. ▸ La somme et la différence de deux entiers relatifs, la comparaison de deux entiers. ▸ La droite graduée (usage et traduction en mots). ▸ Relatifs, ordre dans $\mathbb{Z}$, représentation de l'abscisse d'un entier sur la droite graduée. ▸ Les signes + et −. ▸ L'usage des parenthèses. ▸ L'utilisation de certaines expressions comme : *le déficit*, *la perte*, *en dessous de zéro (0)*, x *ans avant Jésus-Christ (J.-C.)*, etc.
15.	Quelles sont les formes non langagières qui permettent de représenter symboliquement les propriétés, les situations et les procédures de traitement en lien avec le concept à l'étude **(le signifiant)** ?	▸ La droite graduée. ▸ Tableau de nombres (types recettes / dépenses ; avancer / reculer).
16.	Quelles sont les formes langagières ou non langagières qui pourraient être source de difficultés pour l'élève **(le signifiant)** ?	▸ La signification du signe de l'entier relatif et / ou de l'opération en jeu dans des situations comme : somme d'argent, le goal-average d'une équipe de football dans un championnat, les comptes d'un budget, etc. ▸ L'utilisation des expressions comme *perte*, *déficit*, *manque*, etc. pour exprimer le signe moins (−). ▸ L'usage des parenthèses et les règles de simplification des écritures additives.

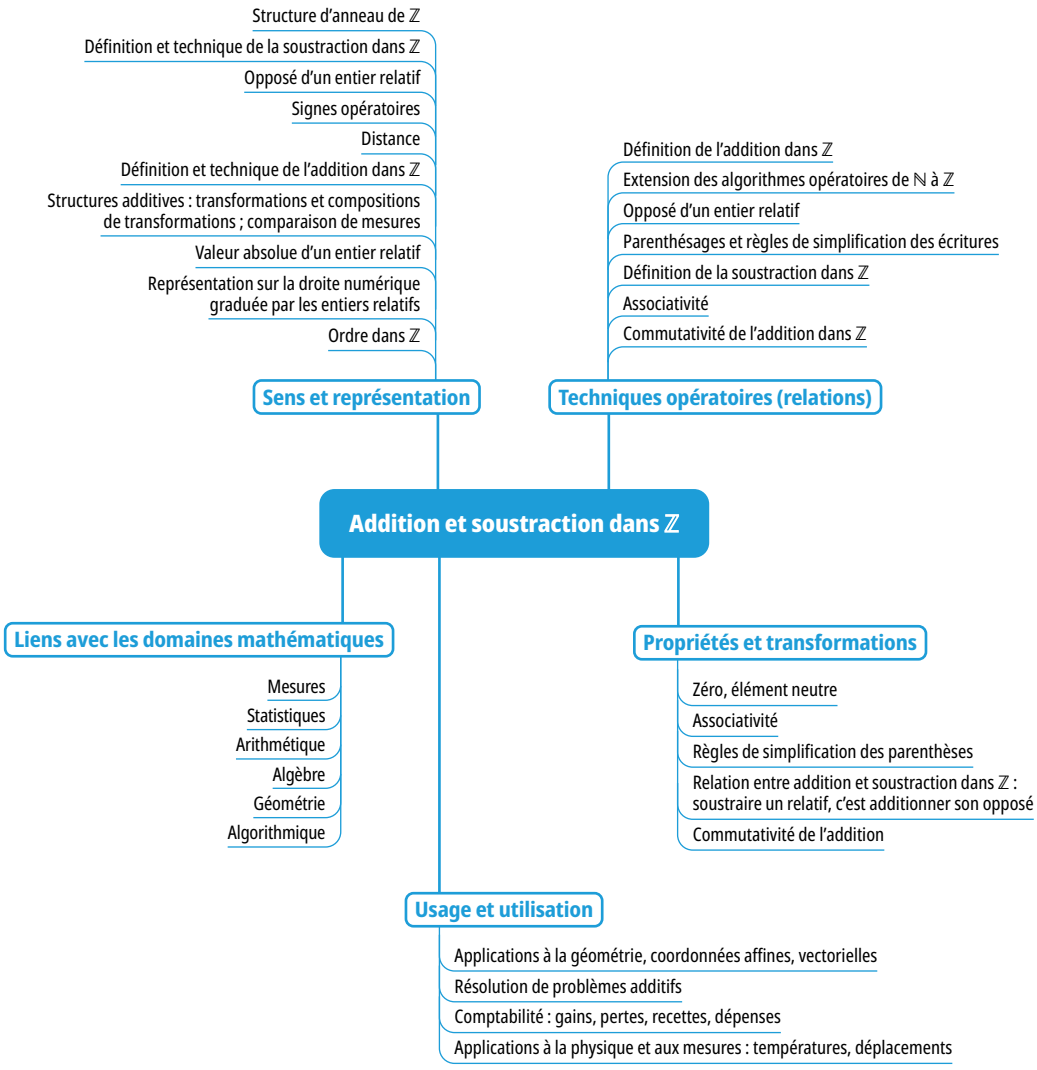
3.3 Cartographie / continuum de l'addition et de la soustraction dans $\mathbb{Z}$ (République Démocratique du Congo)

Addition et soustraction dans l'ensemble des entiers relatifs

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires 6e	5e	4e	3e	2de
Sens et représentation	Notion d'entier naturel	✗	✗	✗	✗	✗
	Notion d'entier relatif		✗	✗	✗	✗
	Ordre dans $\mathbb{N}$	✗		✗	✗	✗
	Entiers positifs et négatifs		✗	✗	✗	✗
	Ordre dans $\mathbb{Z}$		✗	✗	✗	✗
	Graduation d'une droite		✗	✗	✗	✗
	Entiers relatifs opposés		✗	✗	✗	✗
	Abscisse d'un point		✗	✗	✗	✗
	Distance à 0		✗	✗	✗	✗
Techniques opératoires (et relation)	Comparaison de deux entiers relatifs		✗	✗	✗	✗
	Encadrement d'un entier relatif		✗	✗	✗	✗
	Ordonner une liste d'entiers relatifs (ordre croissant ou décroissant)		✗	✗	✗	✗
	Addition de deux ou plusieurs entiers relatifs, règles de parenthésage		✗	✗	✗	✗
	Opposé d'un entier relatif		✗	✗	✗	✗
	Soustractions de deux ou plusieurs entiers relatifs		✗	✗	✗	✗
	Effectuer une suite d'additions et de soustractions d'entiers relatifs		✗	✗	✗	✗
Usage et utilisation (dans des situations spécifiques relevant des concepts à l'étude)	Bilan (gains et pertes)		✗	✗	✗	✗
	Thermomètre		✗	✗	✗	✗
	Ascenseur		✗	✗	✗	✗
	Budget		✗	✗	✗	✗

Catégories	Sous-concepts	Niveaux scolaires 6e	5e	4e	3e	2de
Propriétés et transformations	Règles de comparaison		✗	✗	✗	✗
	Supprimer des parenthèses précédées par un signe plus	✗	✗	✗	✗	✗
	Supprimer des parenthèses précédées par un signe moins	✗	✗	✗	✗	✗
	Utiliser les propriétés de la somme dans $\mathbb{Z}$		✗	✗	✗	✗
	Utiliser les propriétés de la soustraction dans $\mathbb{Z}$		✗	✗	✗	✗
	Suppression des parenthèses et règles de priorités des opérations	✗	✗	✗	✗	✗
Liens avec des domaines mathématiques	Algèbre		✗	✗	✗	✗
	Statistiques		✗	✗	✗	✗
	Géométrie		✗	✗	✗	✗

3.4 Carte conceptuelle de l'addition et de la soustraction dans $\mathbb{Z}$ (synthèse)



3.5 Fiche pédagogique : l'addition dans $\mathbb{Z}$

1. **Intentions de l'enseignant :** construire le sens de l'addition des nombres relatifs.

2. **Justification de la leçon (au regard du programme ou des savoirs) :** dans la vie quotidienne, les élèves sont confrontés à des situations, dont la compréhension, mais surtout le traitement nécessitent la maîtrise des techniques d'addition et de soustraction des entiers relatifs : les calculs de gains ou de pertes cumulés, les calculs de bilans dans les opérations bancaires, les variations successives de températures, les déplacements (montée et descente)etc. De plus, la maîtrise de la soustraction et l'addition des entiers relatifs sont essentielles pour la compréhension des apprentissages en algèbre.

3. **Objectifs visés en termes d'apprentissage :** à la fin de la leçon l'élève sera capable d'additionner des nombres entiers relatifs qu'ils soient de mêmes signes ou de signes contraires.

4. **Objets d'apprentissage :** technique opératoire de l'addition des entiers relatifs.

5. **Prérequis et préalables**
   - Concernant la résolution de problèmes :

     L'élève est capable de résoudre des problèmes relevant des structures additives dont les données numériques appartiennent à $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{D}^+$ (problèmes de transformation, de comparaison d'état ou de transformation ou encore de composition de transformations notamment).
   - Concernant les entiers relatifs :
     - Situer un entier relatif sur une droite graduée ;
     - Donner un exemple de nombre entier positif et de nombre entier négatif ;
     - Déterminer la valeur absolue d'un nombre entier relatif ;
     - Opposé d'un nombre entier relatif ;
     - Codage de pertes et gains à l'aide d'entiers relatifs.

6. **Ressources (matériels didactiques) :** guide de l'enseignant, manuel de l'élève, craie, tableau à craies, cahiers de brouillon, cahier de note.

7. **Stratégies d'enseignement :** travail individuel, travail en groupe, travail collectif.

8. Prise en compte des dimensions genre / inclusive / différence

Solliciter à la même hauteur, la participation des filles et des garçons lors des activités d'enseignement et d'apprentissage. Ne pas enfermer les élèves dans des identités d'élève-fille ou d'élève-garçon à partir de consignes ou d'interpellations stéréotypées.

9. Références bibliographiques spécifiques à la fiche pédagogique

- Le guide de l'enseignant et le manuel de l'élève.

10. Anticipation

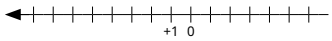
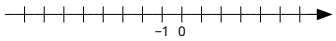
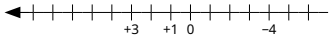
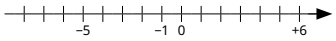
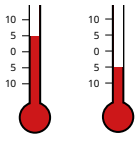
10.1 Éléments d'analyse a priori généraux relatifs à l'addition dans $\mathbb{Z}$

➜ Cf. « Introduction » ci-dessus, en page 118.

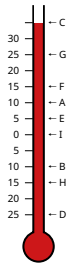
10.2 Erreurs et obstacles

- Confusion entre les signes opératoires et les signes des nombres ;
- Oubli de transformer l'addition en soustraction lorsque l'addition fait intervenir un nombre négatif.

11. Déroulement de la leçon

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
1 RAPPELS DES PRÉREQUIS **Premier rappel des prérequis** (4 min)	L'enseignant donne aux élèves les exercices suivants : **1.** On donne la droite graduée suivante :  En utilisant le sens de la flèche, place sur cette droite les nombres entiers relatifs −4 et +3. **2.** On donne la droite graduée suivante :  En utilisant le sens de la flèche, place sur cette droite les nombres entiers relatifs +1, +6 et −5. **3.** Donne deux exemples de nombres entiers positifs ; deux exemples de nombres entiers négatifs et deux exemples de nombres entiers relatifs opposés. **4.** Complète par le mot qui convient : • Un nombre entier négatif est toujours ..... à zéro. • Un nombre entier positif est toujours ..... à zéro. **5.** Déterminer la valeur absolue des nombres suivants : −13 et +6. L'enseignant leur demande de les résoudre sur leur cahier de brouillon. Il désigne ensuite un élève pour faire la correction au tableau.	Les élèves résolvent les exercices sur leur cahier de brouillon : **1.**  **2.**  **3.** +1 et +6 sont des nombres entiers positifs. −5 et −1 sont des nombres entiers négatifs. −4 et +4 sont des nombres entiers opposés. **4.** Un nombre négatif est toujours *inférieur* à zéro. Un nombre positif est toujours *supérieur* à zéro. **5.** La valeur absolue de |−13| = 13 ; La valeur absolue de |+6| = 6. Les élèves effectuent les exercices sur leurs cahiers. Un élève fait la correction au tableau ; les autres élèves suivent.	
Deuxième rappel des prérequis et mise en situation	L'enseignant donne aux élèves l'activité suivante : **1.** Quelles sont les températures indiquées par ces thermomètres ? Comment différencier les deux valeurs trouvées ? 	**1.** Réponses : 5 et −5.	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Deuxième rappel des prérequis et mise en situation *(suite)*	**2.** Complète le tableau ci-dessous en donnant les températures relevées qui correspondent aux lettres indiquées.	**2.**	



Niveau du liquide	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Température en °C									

Niveau du liquide	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Température en °C	10	−10	35	−25	5	15	25	−15	0

3. Indique celles qui sont positives et celles qui sont négatives.

4. Place les températures sur une droite graduée.

5. Quelle est la distance à zéro de chacun des nombres ?

6. Classe ces températures par ordre croissant (du plus petit au plus grand).

Le professeur fait remarquer :

- Un entier relatif est un entier naturel précédé du signe + ou du signe −.
- L'ensemble des entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
- Les entiers relatifs négatifs sont écrits avec le signe −.
- Les entiers relatifs positifs sont écrits avec le signe +.
- Sur une droite graduée les entiers négatifs sont à gauche de 0 et les entiers positifs sont à droite de 0.
- Deux entiers ayant une même distance à 0 et de signes contraires sont dits opposés.

Motivation (1 min)	Communication de la justification et des objectifs.	Les élèves écoutent attentivement.	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	

2 DÉVELOPPEMENT

Première situation : le jeu de l'autocar

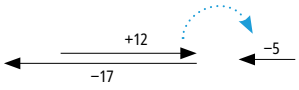
Le professeur propose les énoncés successifs ci-dessous du jeu de l'autocar :

Exercice n° 1

« Dans un car il y a 23 passagers. À un arrêt, il en monte 12 et en descend 17. »

Question 1 : « Combien Y a-t-il de passagers dans le car quand il repart ? Peux-tu représenter par un schéma ton calcul en utilisant la droite numérique ? »

Le professeur fera le lien entre le premier calcul et le schéma. Il pourra aussi associer le second calcul à la représentation ci-dessous :



Question 2 : « Un élève de classe de 7e utilise des nombres entiers relatifs pour traduire ce schéma :

(+23) + (+12) + (−17) = (+35) + (−17) ;
= (+18) = 18.

Observe son calcul. Peux-tu l'expliquer ? »

Questions intermédiaires possibles :

- Que représente (+23) ?
- Que représente (+12) ?
- Que représente (−17) ?
- Que représente (+35) ?
- Que représente (+18) ?

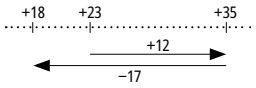
Le professeur institutionnalise cette démarche : pour calculer le résultat, on a additionné :

(+23) + (+12) = (+35) ;
puis (+35) + (−17) = (+18).

Exercice n° 1

On peut s'attendre à un calcul faisant intervenir des entiers naturels et relatifs notamment pour coder le schéma :

- Soit en deux étapes successives (calcul d'un état intermédiaire) :
  23 + 12 = 35 et 35 − 17 = 18 ;
  ou bien 23 + 12 − 17 = 35 − 17 = 18.
- Soit un calcul portant sur la composée des transformations :
  17 − 12 = 5 et 23 − 5 = 18.
  Le schéma produit peut être le suivant :



- (+23) représente le nombre de voyageurs avant l'arrêt.
- (+12) représente le nombre de voyageurs qui montent.
- (−17) représente le nombre de voyageurs qui descendent.
- (+35) représente le résultat de l'addition (+23) + (+12).
- (+18) représente le résultat de l'addition (+35) + (−17).

Cette première situation peut être remplacée par une présentation plus complète de la situation n° 2 (gains et pertes), mais cela suppose que les étapes décrites dans cette partie du déroulement soient reprises dans le déroulement de la situation n° 2. Notamment le processus de production du codage à l'aide des entiers relatifs qui est seulement donné dans la consigne. Il en est de même des représentations graphiques (schémas mobilisant la droite numérique).

Exercice n° 2

« Dans un autocar il y a des passagers. À un arrêt, il y monte 8 passagers et en descend 4. Y a-t-il plus ou moins de passagers dans le car après l'arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Peux-tu représenter par un schéma ton calcul en utilisant la droite numérique ?

Peux-tu utiliser les nombres relatifs pour exprimer ton calcul ? »

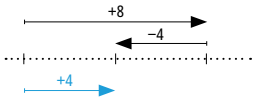
Exercice n° 2

On peut s'attendre au calcul suivant :

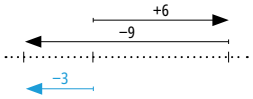
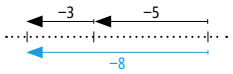
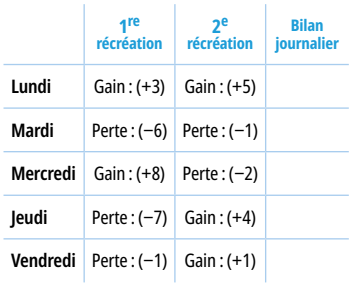
8 − 4 = 4.

C'est comme s'il était monté 4 voyageurs donc il y a 4 voyageurs en plus après l'arrêt.

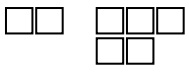
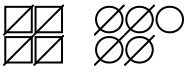
Un schéma vraisemblable serait :

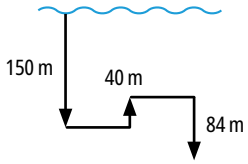


Une réponse possible est :
(+8) + (−4) = (+4) = 4.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage — Rôle de l'enseignant	Activités d'enseignement / apprentissage — Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Première situation : le jeu de l'autocar *(suite)*	**Exercice n° 3** « Dans un car il y a des passagers. À un arrêt, il y monte 6 passagers et en descend 9. Y a-t-il plus ou moins de passagers dans le car après l'arrêt ? Combien en plus ou en moins ? Peux-tu représenter par un schéma ton calcul en utilisant la droite numérique ? Peux-tu utiliser les nombres relatifs pour exprimer ton calcul ? »	**Exercice n° 3** Un calcul vraisemblable est : $6 - 9 = -3$. C'est comme s'il était descendu 3 voyageurs donc il y a 3 voyageurs en moins après l'arrêt. Un schéma possible est :  $(+6) + (-9) = -3$.	
	Exercice n° 4 « Dans un car il y a des passagers, à un premier arrêt, il descend 5 passagers et à un second arrêt il en descend à nouveau 3. Y a-t-il plus ou moins de passagers dans le car après l'arrêt ? Combien en plus ou en moins ? Peux-tu représenter par un schéma ton calcul en utilisant la droite numérique ? Peux-tu utiliser les nombres relatifs pour exprimer ton calcul ? » Le professeur peut à cette étape institutionnaliser l'addition de deux entiers relatifs après avoir sollicité les élèves sur ce qui a été fait ou simplement se contenter de cette synthèse.	**Exercice n° 4** 5 + 3 = 8 → Il descend 8 passagers.  $(-5) + (-3) = -8$.	
Présentation de la situation n° 2 (5 min)	L'enseignant présente aux élèves la situation suivante et l'écrit au tableau : « À chacune des deux récréations de la journée, Jean joue aux billes à l'école. Et chaque soir, il fait le bilan de ses gains et de ses pertes pendant les deux récréations. » 	Les élèves écoutent attentivement et lisent la situation écrite au tableau. Familiers avec ce type de problème (vus précédemment), ils savent interpréter perte et gain à l'aide nombres entiers relatifs. Sinon le professeur devra prévoir le traitement spécifique de ce type de problème notamment la traduction à l'aide d'entiers relatifs des pertes et gains avant de traiter les additions (cf. aussi la remarque faite à propos du traitement de la situation n° 1).	

	1re récréation	2e récréation	Bilan journalier
Lundi	Gain : (+3)	Gain : (+5)	
Mardi	Perte : (−6)	Perte : (−1)	
Mercredi	Gain : (+8)	Perte : (−2)	
Jeudi	Perte : (−7)	Gain : (+4)	
Vendredi	Perte : (−1)	Gain : (+1)	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
Phase de réalisation (15 min)	**Consigne :** « Individuellement, calcule le bilan journalier. En groupe, échangez et dites comment vous avez procédé pour trouver le bilan. » Après avoir demandé aux élèves de faire une synthèse des calculs effectués, le professeur pourra faire le bilan (cf. ci-contre en colonne 4).	Les élèves calculent le bilan individuellement d'abord, puis en groupe pour arrêter ensemble un procédé de calcul. Compte tenu de la présence du codage à l'aide d'entiers relatifs dans la consigne, on peut s'attendre à la réponse ci-dessous. **Bilan journalier** **Lundi** (+3) + (+5) = (+8) **Mardi** (−1) + (−6) = (−7) **Mercredi** (+8) + (−2) = (+6) **Jeudi** (−7) + (+4) = (−3) **Vendredi** (−1) + (+1) = 0 Toutefois, si les élèves raisonnent uniquement dans le cadre des entiers, le professeur pourra les amener à raisonner dans le cadre des entiers relatifs en attirant leur attention sur le codage des pertes et gains avec ces nombres.	La somme de deux gains est un gain. La somme de deux pertes est une perte. La somme d'un gain et d'une perte est un gain lorsque le gain est supérieur à la perte. La somme d'un gain et d'une perte est une perte lorsque la perte est supérieure au gain. La somme d'un gain et d'une perte est nulle si gain et perte sont égaux. Zéro est à la fois positif et négatif.
Situation n° 3	**Activité de renforcement ou de remédiation si nécessaire :** L'enseignant propose aux élèves un jeu de cartes pour comprendre davantage l'addition des entiers relatifs. **Consigne :** « (−1) est représenté par un carré et (+1) est représenté par un cercle. Un cercle et un carré se neutralisent. Cela signifie que (−1) + (+1) = 0. Individuellement et en te servant de ces cartes effectue : » **1.** (−2) + (−5) = … **2.** (+3) + (−4) = … **3.** (+6) + (+2) = … **4.** (−4) + (+5) = … « En groupe, échangez et dites comment vous avez procédé pour trouver le résultat. » **Institutionnalisation :** Le professeur pourra, pour les élèves concernés, faire une institutionnalisation en deux étapes : d'une part, faire une synthèse de la manière de résoudre cet exercice (contextualisée) puis rappeler la règle décontextualisée.	Les élèves effectuent les exercices en se servant des cartes. **1.** (−2) + (−5) = …  (−2) + (−5) = (−7) **2.** (+3) + (−4) = … (+3) + (−4) = (−1) **3.** (+6) + (+2) = … (+6) + (+2) = (+8) **4.** (−4) + (+5) = …  (−4) + (+5) = (+1) Les élèves mettent en commun leurs travaux et se corrigent mutuellement en aidant ceux et celles qui éprouvent des difficultés.	Les gains s'additionnent. Les pertes s'additionnent. Lorsqu'un gain est suivi d'une perte (ou une perte est suivie d'un gain), on obtient le gain ou la perte en faisant la soustraction. Le signe de la différence est celui du nombre le plus grand en valeur absolue.

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	Points d'enseignement / apprentissage
III. Exercices d'application (10 min)	L'enseignant donne aux élèves des exercices d'application : **1.** (+5) + (+6) = … **2.** (−10) + (+10) = … **3.** (−19) + (−8) = … **4.** (+13) + (−9) = … **5.** (−15) + (+9) = … L'enseignant désigne un élève pour aller corriger au tableau. Après la correction l'enseignant en collaboration avec les élèves fait la synthèse à retenir et la fait noter par les élèves dans les cahiers ainsi que les exercices d'application et leurs corrigés	Les élèves effectuent les exercices d'application sur leur cahier de brouillon **1.** (+5) + (+6) = (+11). **2.** (−10) + (+10) = 0. **3.** (−19) + (−8) = (−27). **4.** (+13) + (−9) = (+4). **5.** (−15) + (+9) = (−6). Des élèves désignés font la correction au tableau, les autres suivent au tableau.	
IV. Conclusion / synthèse (5 min)	L'enseignant fait élaborer la synthèse à retenir et à faire noter dans les cahiers des élèves. **Exercices d'application :** **1.** (+5) + (+6) = (+11) **2.** (−10) + (+10) = 0 **3.** (−19) + (−8) = (−27) **4.** (+13) + (−9) = (+4) **5.** (−15) + (+9) = (−6)	Les élèves aidés par l'enseignant font la synthèse à retenir Les élèves notent dans leurs cahiers la synthèse à retenir ainsi que la correction des exercices d'application.	**Je retiens :** Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on garde le signe commun et on additionne les valeurs absolues. Pour additionner deux nombres relatifs de signes différents, on prend le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue (le plus « fort » impose son signe) et on soustrait les valeurs absolues. La somme de deux nombres opposés est nulle.
V. Exercices d'entraînement (5 min)	L'enseignant donne aux élèves des exercices d'entraînement à faire comme devoirs à la maison, mais qui devront être corrigés. **1.** Effectue les calculs suivants : **a.** (+33) + (−303) = … **b.** (−10) + (+10) = … **c.** (−10) + (+13) + (−20) = … **2.** Mets à la place des pointillés le signe « + » ou « – » pour que l'égalité soit vraie : **a.** (+9) + (…3) = (…6) **b.** (…7) + (−6) = (…13) **c.** (…11) + (…17) = (−6) **d.** (−22) + (…9) = (…13) **3.** Résous les problèmes suivants : **a.** « Un sous-marin navigue au niveau de la mer. Il descend à 150 m sous la surface puis remonte de 40 m et redescend enfin de 84 m. Quelle est la profondeur finale du sous-marin ? » **b.** « Pendant les vacances, Vanessa a vendu des arachides. Elle les a achetées pour 4 500 FBu et revendues pour 8 400 FBu. Sachant que les achats correspondent aux dépenses et les ventes aux recettes, calcule le bilan. A-t-elle gagné ou perdu ? » **Consigne :** « Individuellement résous ces exercices, puis, en groupe, échange avec tes camarades avec qui tu partages le banc et discute à propos de comment tu as procédé pour arriver à la réponse. »	Les élèves effectuent individuellement puis en groupe les exercices d'entraînement puis une élève fait la correction au tableau. **1. a.** (+33) + (−303) = (−270). **b.** (−10) + (+10) = 0. **c.** (−10) + (+13) + (−20) = (−17). **2. a.** (+9) + (−3) = (+6). **b.** (−7) + (−6) = (−13). **c.** (+11) + (−17)= (−6). **d.** (−22) + (+9) = (+13). **3. a.** La profondeur finale est : (−150) + (+40) + (−84) = (−194).  → Le sous-marin est à une profondeur de 194 m. **b.** (−4 500) + (+8 400) = (+3 900). → Elle a gagné 3 900 Fbi. **N. B. :** le schéma ci-dessus peut aussi mobiliser la droite numérique.	

Étapes et durées	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôle de l'enseignant	Activités / attitude des apprenants	
VI. Évaluation des acquis (15 min)	L'enseignant propose des exercices aux élèves des exercices dont la résolution atteste du niveau de la maîtrise de l'addition des nombres relatifs. 1. (+8) + (−6) = … 2. (−3) + (+11) = … 3. (−13) + (−11) = … 4. (−4) + (−12) = … 5. (−10) + (+13) + (−20) = … 6. (−17) + (+45) + (−21) + (+13) + (+11) + (−32) = … L'enseignant passe dans les rangées pour repérer les élèves qui éprouvent des difficultés pour une remédiation immédiate ou pour envisager une remédiation différée à l'endroit de ces élèves.	Les élèves répondent individuellement. 1. (+8) + (−6) = +2. 2. (−3) + (+11) = +8. 3. (−13) + (−11) = −24. 4. (−4) + (−12) = −16. 5. (−10) + (+13) + (−20) = −17. 6. (−17) + (+45) + (−21) + (+13) + (+11) + (−32) = (+45) + (+13) + (+11) + (−17) + (−21) + (−32) ; = (+69) + (−70) ; = −1.	
VII. Activités de remédiation	À prévoir en fonction des résultats de l'évaluation. Ils reviendront à proposer soit d'autres habillages des situations, soit à revenir sur certaines étapes du calcul.		
Décision par rapport à la leçon	Poursuite du programme ou reprise de la leçon en fonction des résultats de l'évaluation.	Participation des élèves.	

Conclusion générale

LES TROIS VOLUMES de *Exemples d'outils contextualisés pour la formation d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques — Volume 1 : Nombres et opérations* ; *Volume 2 : Géométrie plane et géométrie dans l'espace* et *Volume 3 : Proportionnalité, fonctions et algèbre* — s'inscrivent dans la continuité des travaux du GTE 4, à l'origine du *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques* et du *Glossaire de didactique*. Ces productions ciblent les formateurs d'enseignants de mathématiques. Dans cette série d'ouvrages, le lecteur pourra ainsi trouver de nombreux exemples contextualisés d'outils et ressources qui ont été co-construits avec la contribution de représentants de 13 pays de la francophonie, pour penser des formations d'enseignants. Par « contextualisés », nous entendons des outils qui prennent en compte dans le détail les spécificités de chaque politique éducative des 13 pays concernés.

Nous avons retenu plusieurs critères : l'intégration des contenus des programmes du pays analysé, notamment par des cartographies / continuums et des fiches pédagogiques, l'expérience des participantes et participants aux groupes de productions associés aux webinaires du GTE 4 de renforcement du pôle des expertes et experts associés, les contraintes et habitudes pédagogiques des pays concernés, ainsi que la dimension genre. Les représentants des 13 pays ont participé à cette œuvre collective au sein des groupes de travail et ont contribué ensemble aux analyses conceptuelles et à l'élaboration des cartes conceptuelles en fonction des concepts mathématiques en jeu. Ainsi pour chaque thème, précisément, les analyses et cartes conceptuelles sont des productions communes des pays qui ont travaillé sur le même thème.

La contextualisation se révèle dans le choix des cartographies / continuums et des fiches pédagogiques. Si nous avons privilégié l'aspect contextualisé des ressources présentées dans cet ouvrage, c'est pour répondre aux demandes des ministères des pays, mais aussi aux préoccupations des participants aux webinaires.

Aussi avons-nous voulu plonger ces productions spécifiques dans des analyses qui dépassent les pays et qui, de ce fait, sont utilisables par les 23 pays éligibles au programme APPRENDRE. C'est le cas des analyses et cartes conceptuelles qui fournissent des connaissances mathématiques plus élargies, ainsi que des pistes pour enseigner les domaines ou concepts traités. Ces connaissances et pistes ne se limitent plus aux programmes spécifiques à chaque pays, mais essaient de prendre en compte l'avancée des connaissances scientifiques dans le domaine.

Nous pensons que ces deux axes de rédaction, à savoir, les ressources et outils contextualisés et les réflexions plus larges associées aux recherches en didactique des mathématiques, permettront d'en faire un usage éclairé, efficace et adapté.

Structure et contenus des trois ouvrages

Dans ces trois volumes, nous avons présenté une introduction générale. Celle-ci est suivie de différents chapitres concernant les ressources et outils co-construits. Ces chapitres s'organisent autour d'une introduction pour chaque thème des ressources produites articulant des réflexions générales et spécifiques, avec des éléments qui structurent des analyses à priori des contenus mathématiques à enseigner. Ces analyses sont en lien avec des théories didactiques éprouvées en recherche et en formation des enseignants. Ces théories ont servi de cadre et de base pour penser les formations à l'enseignement des mathématiques et les webinaires du GTE 4 au sein du programme APPRENDRE. Ces analyses à priori qui précèdent les ressources, permettent d'exercer une vigilance didactique dans la mesure où elles servent à lire et gérer le réel de la classe afin de favoriser les apprentissages des élèves.

L'utilisation des ressources en lien avec des savoirs issus de la recherche par les formateurs permettra à ceux-ci de mieux comprendre et de mieux cerner les enjeux de la pratique enseignante. De plus, l'analyse conceptuelle (AC) vise à éclairer les différentes dimensions associées à un concept suivant la théorie de Vergnaud. Les catégories structurant la carte conceptuelle (CC) éclairent sur les objectifs des alinéas du programme d'études et sur leur place dans les programmations qui en découlent. La cartographie / continuum (CCO), quant à elle, permet aux formateurs d'analyser les programmes officiels et leur évolution et de faire comprendre le processus de transposition didactique propre à ces programmes (lieu de définition et de répartition institutionnelle des savoirs à enseigner). La fiche pédagogique (FP), enfin, propose des situations susceptibles de provoquer les apprentissages attendus par les programmes institutionnels.

Les tableaux suivants décrivent les 39 outils et ressources présentés dans l'ensemble des trois volumes.

Répartition de ressources communes unifiées par groupe de pays

	Analyses conceptuelles	Cartes conceptuelles	TOTAL
Bénin, Sénégal, Togo	1	1	2
Burundi, Comores, Congo, Mauritanie	1	1	2
Bénin, Togo, Madagascar	1	1	2
Bénin, Congo, Sénégal	1	1	2
Cameroun, Tchad, Madagascar	1	1	2
Djibouti, Côte d'Ivoire	1	1	2
TOTAL	**6**	**6**	**12**

Répartition de ressources contextualisées par pays

	Cartographies / continuums	Fiches pédagogiques	TOTAL
Bénin	2	1	3
Burundi	1	1	2
Cameroun	1	0	1
Comores	1	0	1
Congo	1	1	2
Côte d'Ivoire	1	1	2
Djibouti	1	1	2
Madagascar	2	1	3
Mauritanie	0	1	1
Sénégal	2	2	4
Tchad	1	1	2
Togo	2	2	4
TOTAL	**15**	**12**	**27**

Tableau-synthèse des 39 productions

Légende :

AC : Analyse conceptuelle
CC : Carte conceptuelle
CCO : Cartographie / continuum
FP : Fiche pédagogique

		AC	CC	CCO	FP	TOTAL
Les nombres décimaux	Bénin (Bé) Sénégal (S) Togo (T)	1 BéST	1 BéST	1 Bé 1 S 1 T	1 Bé 1 S 1 T	**8**
Les opérations arithmétiques, sens et techniques	Burundi (Bu) Comores (Co) Congo (Cg) Mauritanie (M)	1 BuCoCgM	1 BuCoCgM	1 Bu 1 Co	1 Bu 1 Cg 1 M	**7**
Proportionnalité et fonctions affines et linéaires	Bénin (Bé) Madagascar (Mg) Togo (T)	1 MgT	1 MgT	1 Mg 1 T	1 T	**5**
Géométrie plane	Bénin (Bé) Congo (Cg) Sénégal (S)	1 BéCgS	1 BéCgS	1 Bé 1 Cg 1 S	1 S	**6**
Géométrie dans l'espace	Cameroun (C) Madagascar (Mg) Tchad (Tc)	1 CMgTc	1 CMgTc	1 C 1 Mg 1 Tc	1 Mg 1 Tc	**7**
L'algèbre et la pré-algèbre	Djibouti (D) Côte d'Ivoire (Ci)	1 DCi	1 DCi	1 D 1 Ci	1 D 1 Ci	**6**
Total		**6**	**6**	**15**	**12**	**39**

Bibliographie

1 Bibliographie relative à l'enseignement des décimaux

Adihou, A., **Butlen, D.** et **Koudogbo, J.** (avec la collaboration de Coppé, S. et Affognon, G.) (2023). *Guide pour le(la) formateur(rice) d'enseignant(es) de mathématiques : des outils didactiques pour penser, organiser et lire la classe* (196 p.). Paris : Agence universitaire de la Francophonie, APPRENDRE, Groupe thématique d'expertise 4.

Douady, R. et **Perrin-Glorian, M.-J.** (1986). *Liaison école - collège : nombres décimaux* (nº 62). IREM de Paris 7.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Grégoire, J., **Rouche, N.**, **Michaux, C.**, **Desmet, L.**, **Skilbecq, P.**, **Fanuel, J.** et **Soille, S.** (2010). *L'apprentissage et l'enseignement des nombres décimaux. Rapport final août 2010*. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – Nivelles.

Grisvard, C. et **Léonard, F.** (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. *Bulletin vert APMEP*, 327, 47-60.

Hinrichs, J. V., **Yurko, D. S.** et **Hu, J. M.** (1981). Two-digit number comparison: use of place information. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 7(4), 890-901.

Koudogbo, J. (2013). *Portrait actuel des connaissances d'élèves de troisième année de l'ordre primaire et de situations d'enseignement sur la numération de position décimale* [thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal].

— (2017). Decimal number system: knowledge of Quebec students educated under the 2001 and 1981 programs and teaching situations. *Journal of Mathematics Education, Education for All, 10* (1), 17-35. https://doi.org/10.26711/007577152790002

—, **Giroux, J.** et **René-de-Cotret, S.** (2017). La numération de position : où en sont les connaissances d'élèves québécois ? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 17*(3), 199-218. https://doi.org/10.1080/14926156.2017.1299893

—, **Theis, L.**, **Millon-Fauré, K.**, **Assude, T.**, **Tambone, J.** et **Morin, M.-P.** (2022). L'analyse a priori : un outil pour l'enseignant ? Un exemple avec les problèmes de partage à l'école élémentaire. *Grand N*, 110, 47-68.

Neyret, R. (1979). Décimaux. *Grand N*, 17, 5-20.

Perrin-Glorian, M.-J. (1986). Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège. *Petit x*, 10, 5-29.

Roditi, E. (2005a). *Les pratiques enseignantes en mathématiques – entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'Harmattan.

Roditi, E. (2005b). L'éducation face aux théories de la construction du nombre. *Spirale*, 36, 37-52.

— (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55-81.

— (2008). La comparaison des nombres décimaux. Comprendre les difficultés, aider à les surmonter. *Le Bulletin Vert, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP)*, 477, 479-483. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00349766

Stegen, P. et **Sacré, A.** (2004). La construction des nombres décimaux : partir des erreurs des élèves pour concevoir des séquences d'enseignement-apprentissage (partie 1). *Math-École*, 210, 18-23.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10-2-3, 133-170.

2 Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques (sens et technique)

2.1 Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques dans ℕ

Butlen, D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles* [Habilitation à diriger des recherches non publiée, Université de Paris 8].

— (2007). *Le calcul mental, entre sens et technique*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

— et **Péault, H.** (1994). Document pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs des écoles, stage d'Angers (tome IV, 25-27). IREM de Paris 7.

— et **Pézard, M.** (2003). Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école primaire et au début du collège. *Spirale, Revue de Recherche en Éducation*, 31, 117-140.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12-2-3, 133-170.

2.2 Bibliographie relative à l'enseignement des opérations arithmétiques dans $\mathbb{Z}$

Groupe Didactique des Mathématiques de l'IREM d'Aquitaine et AMPERES (2008). Enseigner les nombres relatifs au collège. *Repères – IREM*, 73. IREM de Grenoble.

Présentation des auteurs

Denis BUTLEN est chercheur en didactique des mathématiques, professeur émérite de l'Université CY Paris Cergy Université et associé au laboratoire de didactique André Revuz. Il est coordinateur du Groupe Thématique d'Expertise « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE. Ses travaux concernent principalement l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, notamment issus de milieux socialement défavorisés à l'école primaire et au début du collège. Ils s'articulent autour de trois axes principaux. Le premier axe centré sur l'enseignement du calcul mental et de la résolution de problèmes porte sur l'étude des liens entre construction des connaissances, construction du sens et maîtrise des techniques opératoires. Le deuxième axe concerne les pratiques des enseignants exerçant dans le cadre de l'éducation prioritaire (organisation et catégorisation des pratiques, gestes professionnels associés). Le troisième axe porte sur la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Adolphe Cossi ADIHOU est professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada). Ses recherches portent sur le développement de la pensée algébrique, les problématiques relatives aux trucs mathématiques en enseignement et en apprentissage, les difficultés d'enseignement-apprentissage en mathématiques, les pratiques enseignantes et la formation pour l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire. Impliqué en formation initiale et continue des enseignants, il a conçu des ressources didactiques qui articulent savoirs mathématiques et didactiques dans une approche collaborative. Il est notamment intervenu au Bénin, au Cameroun, au Congo, en Guinée, au Niger, en République Centrafricaine et au Togo dans le cadre des missions du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » en vue du renforcement des compétences en didactique des mathématiques des formateurs de formateurs d'enseignants dans le cadre du projet APPRENDRE.

Jeanne KOUDOGBO est professeure titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke, au Québec (Canada). Elle est codirectrice des programmes de maîtrise, DESS et microprogramme en adaptation scolaire, co-directrice et responsable du volet mathématique de la Clinique Pierre-H.-Ruel, rédactrice en chef de RISADiMA et secrétaire générale de l'Association africaine de didactique des mathématiques (ADiMA). Chercheuse au CRIDiD, CREA et CREAS, ses travaux concernent les pratiques enseignantes, les dispositifs novateurs d'aide aux élèves en difficulté, les mécanismes de construction des connaissances, les visées et les contenus des programmes et des manuels scolaires, les défis actuels en enseignement-apprentissage des mathématiques ainsi que les dispositifs de formation initiale et continue. Membre active de comités scientifiques et d'organismes internationaux, elle contribue notamment au GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE, pour lequel elle a assuré la formation de formateur-ices en Afrique.

Julie HOROKS est professeure des universités à l'Université Paris-Est Créteil (UPEC) et membre du Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR). Elle est responsable du master MEEF 1er degré de l'INSPÉ de l'académie de Créteil, rédactrice en chef de la revue *Grand N*, co-vice-présidente de l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM) et membre du CNU 2 - 6e section. Elle intervient dans la formation initiale et continue des enseignantes et enseignants du primaire et du secondaire. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE, elle a animé plusieurs ateliers de formation de formateurs en Afrique. Ses thèmes de recherche portent sur l'évaluation en mathématiques (caractérisation des pratiques d'évaluation d'enseignants du collège en algèbre et production de ressources) et sur les effets de la formation par la recherche en didactique des mathématiques sur les pratiques d'enseignement en mathématiques des professeurs des écoles débutants.

Sylvie COPPÉ est retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève en didactique des mathématiques. Elle participe à la formation des enseignants de mathématiques du primaire et du secondaire. Ses domaines de recherche concernent la résolution de problèmes, l'enseignement de l'algèbre élémentaire, l'évaluation, les ressources, les pratiques enseignantes et la collaboration entre enseignants, formateurs et chercheurs. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », elle participe dans ce cadre à la réflexion sur la formation des formateurs et enseignants de mathématiques.

Gervais AFFOGNON est docteur en didactique des mathématiques. Ses recherches ont porté sur les perspectives historiques dans l'enseignement des mathématiques. Il est chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation des enseignants et conseiller pédagogique pour le suivi de proximité des enseignants. Membre du GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », il a dirigé dans le cadre du programme APPRENDRE des ateliers de renforcement de capacités en didactique des mathématiques de formateurs de formateurs dans plusieurs pays d'Afrique. Il a également participé à la relecture des programmes de mathématiques des 1re et 2e années du primaire au Bénin.

apprendre.auf.org

https://www.facebook.com/ProgrammeAPPRENDRE

https://www.linkedin.com/company/programme-apprendre

https://www.youtube.com/c/programmeapprendre

https://www.whatsapp.com/channel/0029VbD7xuLLCoWuCNubcH0N