FORMATION NATIONALE 2011

RENFORCEMENT DES COMPETENCES DES FORMATEURS REGIONAUX DANS LES DOMAINES DE LA CONCEPTION DE MATERIEL DIDACTIQUE ET DISCIPLINAIRE

LIEU :

CENTRE NATIONAL DE MAINTENANCE (CNM) / NIAMEY

PERIODE :

DU 12 AU 18 Février 2011

THEME : LES POLYGONES REGULIERS

Compilé par
LES FORMATEURS :
DE
MATHEMATIQUES
Janvier 2011, Niamey Niger

THEME : **LES POLYGONES REGULIERS**

JUSTIFICATION

Lors d'une récente étude sur les acquis scolaires menée par SMASSE-Niger dans certains établissements de Niamey, Tillaberi et Dosso, les enseignants ont fait part aux différentes équipes de leurs difficultés dans l'enseignement de certains thèmes dont les polygones réguliers. Compte tenu de l'importance de ce thème dans le programme nous avons jugé utile d'engager cette réflexion avec vous.

BUT DE LA SEANCE

Consolider et approfondir les acquis des participants sur les polygones réguliers.

OBJECTIFS :

- Définir un polygone régulier ;
- Construire quelques polygones réguliers ;
- Etablir le lien entre côtés et angles d'un polygone régulier ;
- Déterminer l'aire d'un polygone régulier ;
- Déterminer les transformations qui rendent un polygone régulier invariant ;
- Elaborer un plan de leçon ASEI/PDSI sur un aspect du thème**.**

Planning

Journées	Horaire	Activités	Durées
Jour 3	**12h -12h 05**	Exposé introductif	**5mn**
	12h05-13h	Tâche 1	**55mn**
	13h -13h30	Restitution de la tâche 1	**30mn**
	13h30 -14h30	Pause déjeuner et prière	**1h**
	14h30- 15h15	Tâche 2	**45mn**
	15h15- 16h	Restitution de la tâche 2	**45mn**
Jour 4	**8h30 – 9h15**	Tâche 3	**45mn**
	9h15-9h45	Restitution de la tâche 3	**30mn**
	9h45- 10h	Tâche 4	**15mn**
	10h -10h30	Pause café	**30mn**
	10h30- 10h45	Tâche 4 (suite)	**15mn**
	10h45- 11h	Restitution + synthèse	**15mn**
	11h- 13h30	Tâche 5	**2h30mn**
	13h30 -14h30	Pause déjeuner	**1h**
	14h30-16h	Restitution + synthèse	**1h30mn**

Plan du travail

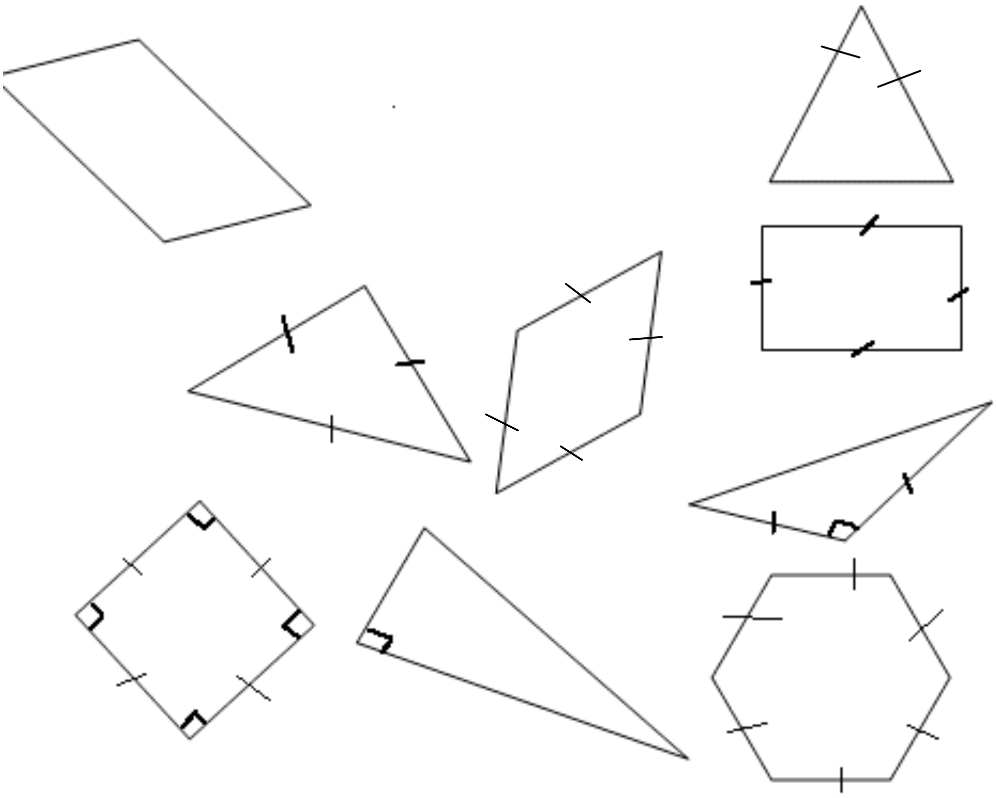
Introduction
I Polygones réguliers
I.1 Définition
I.2 Propriétés
I.3 Principaux polygones réguliers
II Eléments de symétrie
III Construction de polygones réguliers et invariance
IV Lien entre côtés et angles
V Périmètre et Aire d'un polygone régulier
VI Plan de leçon
Conclusion

Introduction

Née de la volonté des mathématiciens grecs de l’antiquité d’améliorer la précision du calcul de la circonférence, l’étude des polygones réguliers a pour objectif de permettre aux élèves (futurs ingénieurs mécaniciens ou architectes) de mieux comprendre les procédés utilisés pour aboutir à certaines constructions mécaniques ou architecturales et certains décors présents dans leur environnement.
Pour atteindre cet objectif il est indispensable d’enseigner à ces élèves les techniques de construction et les propriétés de ces polygones.
La construction de polygones réguliers au compas et à la règle n’est pas facile s’il n’y a pas de modèles visuel pour guider ou un algorithme.
Il existe plusieurs méthodes pour construire un même polygone. Le but de cette étude n’est pas d’épuiser le catalogue de telles constructions, mais bien d’en présenter au moins une.

I Polygones réguliers

Tâche 1 :



1) Observer les polygones ci-dessus et pour chaque polygone :
- comparer les mesures des angles aux sommets.
- comparer les longueurs des côtes.
2) Repartir en deux groupes ces polygones en fonction des caractéristiques trouvées dans la question précédente.

I.1 Définition :

Un polygone régulier à n côtés est une figure :

- qui a n côtés de même mesure ;
- dont les angles ont même mesure.

Exemples de polygones réguliers :
Triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone, pentagone.

Tâche 2 :

1) **Pour chacun des polygones réguliers suivants : Triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone, pentagone,**

a) Donner la (les) valeur (s) des angles au centre du polygone et trouver une rotation qui laisse le polygone globalement invariant.

b) Donner la (les) valeur (s) des angles aux sommets.

c) Tracer si possible un cercle passant par ses sommets.

2) **Etablir une relation entre le rayon du cercle, un côté et la distance du centre du cercle à ce côté.**
3) **Etablir une relation entre le rayon du cercle, le nombre de côtés et la distance du centre du cercle à un côté.**
4) **Pour chacun de ces polygones déterminer les mesures des angles au centre et celles des angles au sommet**

I.2 Propriétés

- Dans un polygone régulier à n côtés :
  - les angles au centre mesurent chacun $\frac{360}{n}$ degrés
  - les angles formés par deux côtés consécutifs mesurent chacun

    $180 - \frac{360}{n}$
  - les sommets sont équidistants du centre du polygone.

- Tout polygone régulier est inscriptible dans un cercle .Le centre et le rayon de ce cercle sont également appelés **centre** et **rayon** du polygone régulier est le centre de symétrie du polygone. La distance entre le centre du polygone et chacun des côtés est l'**apothème**..

Comme les polygones convexes réguliers à *n* côtés sont semblables, la donnée d'une des trois longueurs (côté, rayon ou apothème) permet de connaître les deux autres et donc de caractériser le polygone.

Si on note *a* l'apothème, *r* le rayon et *c* la moitié du côté d'un polygone régulier à *n* côtés, ces longueurs sont liées par le théorème de Pythagore : $a^2 + c^2 = r^2$

et par les formules de trigonométrie (les angles étant exprimés en Degrés) suivantes :

$$a = r\cos\left(\frac{180}{n}\right) \qquad c = r\sin\left(\frac{180}{n}\right) \qquad c = a\tan\left(\frac{180}{n}\right)$$

- Tout polygone régulier de n côtés et de centre O est invariant par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$ dans le sens positif.

  Caractéristiques d'un polygone régulier :
  - il est inscriptible dans un cercle ;
  - tous les côtés ont la même mesure ;
  - les angles au centre ont la même mesure ;
  - les angles aux sommets ont la même mesure

I.3 Principaux polygones réguliers

Nbre côtés	nom	Angle au centre	Angle au sommet
3	Triangle équilatéral	120°	60°
4	carré	90°	90°
5	Pentagone régulier	72°	108°
6	Hexagone régulier	60°	120°
7	Heptagone régulier	~51,43°	~128,57°
8	Octogone régulier	45°	135°
9	Ennéagone régulier	40°	140°
10	Décagone régulier	36°	144°
11	Hendécagone régulier	~32,73°	~147,27°
12	Dodécagone régulier	30°	150°
15	Pentadécagone régulier	24°	156°
n	n-gone	$\frac{360}{n}$	$180-\frac{360}{n}$

<u>Tâche 3</u>

1) **Pour chacun des polygones mis à votre disposition identifier s'ils existent des éléments de symétrie (centre de symétrie, axes de symétrie).**
2) **Pour chaque polygone régulier trouvé, préciser si elles existent des transformations du plan qui le laissent globalement invariant.**

II Notion d'élément de symétrie

Un polygone peut présenter des régularités (appelées symétries) qui le rendent globalement invariant par certaines transformations telles que des rotations ou des réflexions. L'**élément de symétrie** d'une transformation est l'ensemble des points invariants par cette transformation :

- pour une symétrie centrale, l'élément de symétrie est le *centre de symétrie* ;
- pour une symétrie axiale, l'élément de symétrie est justement cet axe, dit *axe-miroir* car il coupe toute figure globalement invariante par cette transformation en deux parties images en miroir l'une de l'autre ;
- pour une rotation, l'élément de symétrie est le centre de rotation. Pour définir précisément une rotation, il faut préciser, outre son centre de rotation, son angle et le sens. On peut aussi définir une rotation en donnant son centre et son *ordre*, qui indique combien de fois il faut appliquer la rotation pour revenir au point de départ. Il existe des rotations d'ordre infini, mais lorsqu'il est fini, son produit avec l'angle de la rotation est toujours égal à un multiple de 2 π radians (1 tour ou 360°...).

On peut remarquer que, dans le plan, la symétrie centrale se confond avec la rotation d'ordre deux.

On dit qu'un polygone (ou plus généralement toute figure de géométrie) présente *un élément de symétrie* quand il est globalement invariant par la transformation correspondante.

Dans le cas d'un polygone, tous les éléments de symétrie passent par un même point. Lorsqu'il est unique, ce point est appelé **centre** du polygone.

Tout polygone régulier a autant d'axes de symétries que de côtés.

Si n est pair le polygone régulier admet un centre de symétrie qui est le centre du polygone.

Cas de quelques polygones réguliers

1) Le triangle équilatéral est invariant par les symétries orthogonales d'axes les trois médiatrices de ses côtés ; par la rotation de centre, le centre du triangle et d'angles 120°, 240° et 360°.

2) Le carré est invariant par les symétries orthogonales d'axes ses diagonales et les médiatrices de ses côtés ; par la symétrie centrale de centre, le centre du carré et par la rotation de centre, le centre du carré et d'angles 90°, 180°, 270° et 360°.

3) L'hexagone est invariant par les symétries orthogonales d'axes les trois bissectrices de ses angles et les trois médiatrices de ses côtés ; par la symétrie centrale de centre, le centre de l'hexagone et par la rotation de centre, le centre de l'hexagone et d'angles 60°.

4) Le pentagone est invariant par la rotation de centre, le centre du pentagone et d'angle 72° ; par les symétries orthogonales d'axes les cinq médiatrices de ses côtés.

5) L'octogone est invariant par les symétries orthogonales d'axes, les quatre bissectrices de ses angles et les quatre médiatrices de ses côtés ; par la symétrie centrale de centre, le centre de l'octogone et par la rotation de centre, le centre de l'octogone et d'angle 45°.

Tâche 4:
Construire quatre polygones réguliers de votre choix et donner le programme de construction.

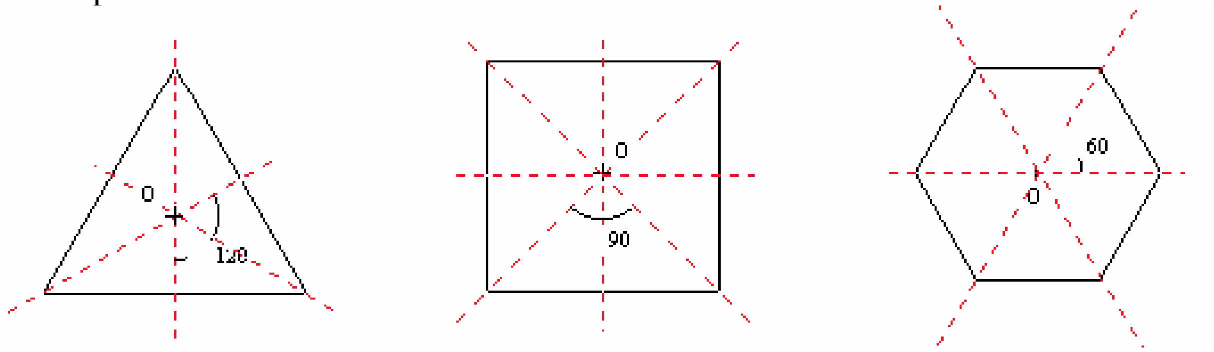
III Construction de quelques polygones réguliers. Invariance.

A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de centre O.

B est alors l'image du point A par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360}{n}$.

On a AOB $= \dfrac{360°}{n}$.

Exemples :

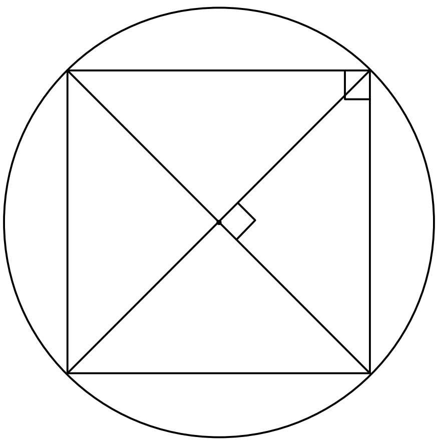


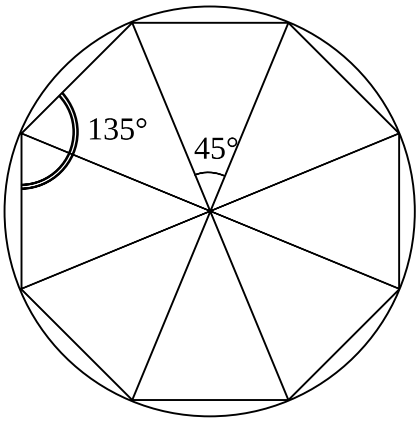
Carré et octogone

Savoir construire un carré ABCD à partir de son centre I et du sommet A.

Rappel : le carré a quatre axes de symétrie : les 2 supports des diagonales (comme tous les losanges) et les 2 médiatrices de ses côtes (comme tous les rectangles) et un centre de symétrie : l'intersection I des diagonales (comme tous les parallélogrammes).

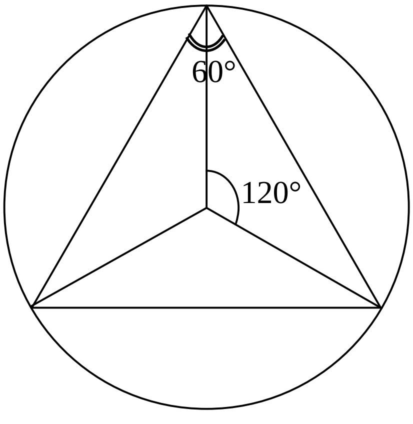
Le carré reste invariant par les rotations de centre I, de sens quelconque, d'angle 90°, 180°, 270° et 360°.

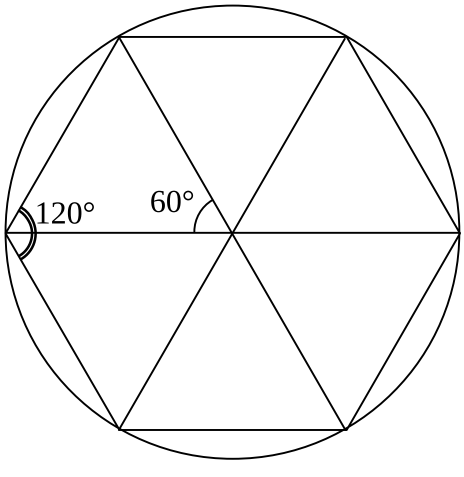




L'octogone régulier a huit axes de symétries (bissectrices de ses angles et médiatrices de ses côtés) et un centre de symétrie (son centre). Il est aussi invariant par la rotation de centre, le centre de l'octogone et d'angle 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°, 360°.

Triangle équilatéral et hexagone.





Savoir construire un hexagone ABCDEF régulier à partir de son centre I et le sommet A ;
On trace le cercle de centre I et de rayon IA.
On trace un arc de cercle de centre A, de rayon IA. Son intersection donne B.
On continue ainsi en pointant sur chaque nouveau sommet en tournant dans le même sens.
Pour obtenir un triangle équilatéral à partir de A et I, il suffit de ne relier qu'un sommet sur deux.
Rappel : Un triangle équilatéral a trois axes de symétries : les trois médiatrices (ou hauteurs ou bissectrices).
Le triangle équilatéral reste invariant dans les rotations de centre I, de sens quelconque, d'angle 120°, 240° et 360°.
Un hexagone a six axes de symétrie (les 3 bissectrices de ses angles et les 3 médiatrices de ses côtés) ; un centre de symétrie (son centre). Il est aussi invariant par la rotation de centre, le centre de l'hexagone et d'angle 60° ; 120°,180°,240 °,360°.
Pentagone régulier
Un pentagone régulier est invariant par la rotation de centre, le centre du pentagone et d'angle 72°,144°, 216°,288°,360° ; par les symétries d'orthogonales d'axes les cinq médiatrices de ses côtés.

Programme de construction d'un octogone régulier à l'aide du rapporteur.

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AE]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé.
4) Pointer les amplitudes 45°,90° et 135°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle B et F, C et G, D et H.
7) Relier tous les points pour former l'octogone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AB], :[BC], :[CD], :[DE], :[EF], :[FG], :[GH], [HA].

Programme de construction d'un décagone régulier à l'aide du rapporteur.

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AK]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé
4) Pointer les amplitudes 36°,72° et 108° et 144°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle C, M, E, P, G, R, I et T.
7) Relier tous les points pour former le décagone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AC], :[CE], :[EG], :[GI], :[IK], :[KM], :[MP], [PR], [RT], [TA].

IV Lien entre côtés et angles

Somme des angles ou théorème de Santarelli

S = (n – 2) x 180° n est le nombre de côtés du polygone régulier

V Périmètre et aire d'un polygone régulier

Si t est la longueur d'une arête, l'aire *A* et le périmètre *p* d'un polygone convexe régulier à n côtés est donné par la formule suivante :

A = $\frac{ap}{2}$ A = $\frac{nt^2}{4\tan\left(\frac{\Pi}{n}\right)}$ et   p = nt   Si ρ désigne le rayon du polygone, c'est-à-dire la distance entre le centre et un sommet, on obtient :

$$a = \frac{n}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\rho^2 \quad \text{et} \quad p = 2n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\rho$$

Cette aire est aussi égale à la moitié du périmètre multiplié par la longueur de l'apothème.

Si *n* est grand, les valeurs π/*n* et 2π/*n* deviennent petites, le sinus d'une petite valeur est proche de cette valeur. Plus la valeur est petite, plus la proximité est bonne, on en déduit que plus le nombre de côtés d'un polygone augmente, plus son périmètre et son aire se rapprochent de ceux d'un cercle de même rayon.

Les polygones convexes réguliers ont une propriété remarquable, connue depuis les grecs. Parmi tous les polygones de même nombre de côtés et de même périmètre, celui qui est convexe régulier possède la plus grande aire. Cette aire, toujours plus petite que celle du cercle de même rayon, s'en rapproche au fur et à mesure que *n* devient plus grand. Ces propriétés sont traitées dans l'article Isopérimétrie.

Le périmètre d'un polygone (théorème de Viete)

Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de ses côtés. La formule en est donnée par François Viete au XVI ème siècle. Si le polygone est régulier, son périmètre P vaut :

P = 2n R sin$\frac{\alpha}{2}$ où

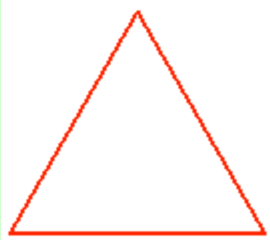
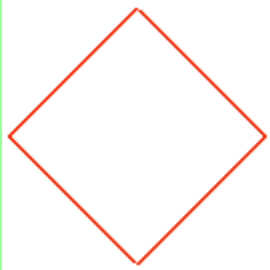
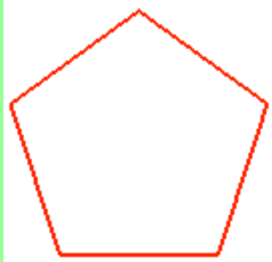
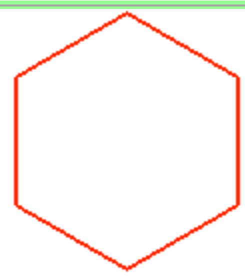
- n est le nombre des côtés du polygone
- α est son angle au centre ;
- R le rayon du cercle qui lui est circonscrit.

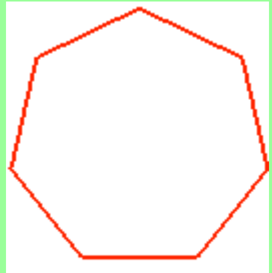
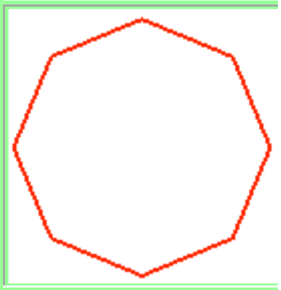
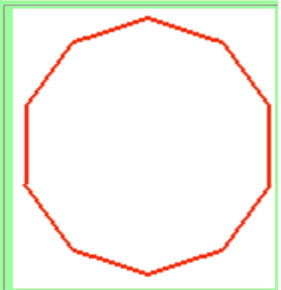
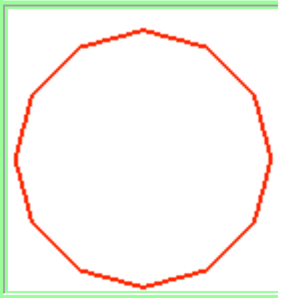
Aire d’un polygone (Lemme de Boursier)

L’aire d’un polygone non croisé est l’aire de la surface enclose par le polygone.

Si le polygone est régulier, son aire a = n $R^2 \cos\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\alpha}{2}$

Voici les caractéristiques des premiers polygones réguliers non croisés:

n	$\varphi(n)$	angle $\frac{n-2}{n}\pi$	côté en fonction du rayon $a = 2R\sin\frac{\pi}{n}$	apothème en fonction du rayon $h = R\cos\frac{\pi}{n}$	aire $S = \frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}R^2$	Nom et symbole de Schläfli	image
3	2	$\frac{\pi}{3} = 60°$	$a = \sqrt{3}R$	$h = \frac{R}{2}$	$S = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$ $\approx 1{,}30R^2$	triangle équilatéral {3}	
4	2	$\frac{\pi}{2} = 90°$	$a = \sqrt{2}R$	$h = \frac{R}{\sqrt{2}}$	$S = 2R^2$	carré {4}	
5	4	$\frac{3\pi}{5} = 108°$	$a = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}R$ $\approx 1{,}18R$	$h = \frac{1+\sqrt{5}}{4}R$ $= \frac{\varphi}{2}R$ $\approx 0{,}81R$	$S = \frac{5\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{8}R^2$ $\approx 2{,}38R^2$	pentagone régulier {5}	
6	2	$\frac{2\pi}{3} = 120°$	$a = R$	$h = \frac{\sqrt{3}}{2}R$	$S = \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$ $\approx 2{,}60R^2$	hexagone régulier {6}	

7	6	$\approx 129°$	$a \approx 0{,}90R$	$h \approx 0{,}87R$	$S \approx 2{,}74R^2$	heptagone régulier {7}	
8	4	$\frac{3\pi}{4} = 135°$	$a = \sqrt{2-\sqrt{2}}\,R$ $\approx 0{,}77R$	$a = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}R$ $\approx 0{,}92R$	$S = 2\sqrt{2}R^2$ $\approx 2{,}83R^2$	octogone régulier {8}	
10	4	144 °				décagone régulier {10}	
12	4	150 °				dodécagone régulier {12}	

Tâche 5 :

Elaborer un plan de leçon ASEI/PDSI de 55mn sur les polygones réguliers en classe de 3ème.

Fiche n°

Thème : configuration du plan **Sous thème**: Les Polygones réguliers
Titre de la leçon : Propriété des polygones réguliers **Date :**
Etablissement : CEG 3 **Classe :** 3ème
Effectif : 45 **Durée :** 55 mn

Justification

Les polygones réguliers sont utilisés dans l'artisanat, l'architecture ; ils servent à l'ornement par le pavage. Dans la nature les alvéoles d'abeille sont des hexagones. Pour construire ces polygones nous utilisons la rotation l'une des transformations du plan.

Objectifs :

A la fin de la leçon les apprenants doivent être capable de :

- déterminer les transformations qui rendent les polygones réguliers invariants.

Pré requis : Construction d'un polygone régulier ; bissectrice d'un angle ; médiatrice d'un segment.

Matériels didactiques : feuilles de papier, règles d'élèves, compas d'élèves.

Références : CIAM 5ème p 107

Déroulement de la leçon.

Etapes/durée	Activités pédagogiques		Points pédagogiques	Observations/remarques
	Enseignant	**Elèves**		
Introduction (10mn) **Contrôle des pré requis** **Motivation** **Justification et annonce des objectifs.**	**Soit un triangle ABC. Tracer la bissectrice de l'angle** $\widehat{ABC}$ **.Soit [AB] un segment tracer sa médiatrice** **Par quelles transformations l'image d'un triangle équilatéral est lui-même** **Le professeur justifie sa leçon et annonce ses objectifs**	**Les élèves s'exécutent en cherchant dans leurs cahiers d'exercices** **Les élèves répondent** **.**	**Explore la construction de médiatrice d'un segment et de la bissectrice d'un angle** **.**	
Développement de la leçon. (35mn) **Conclusion (5mn)**	**Le professeur met les élèves en groupe de six et il leur distribue la fiche d'activité 1** **Le professeur aide les élèves à analyser l'énoncé.** **Le professeur demande aux élèves en groupe de traiter l'activité.** **Le professeur aide les élèves à faire la synthèse.** **Le professeur aide les élèves à élaborer la trace écrite.** A partir du nombre de côtés trouver l'angle de la rotation qui rend le pentagone invariant **Idem pour hexagone activité 2 ;** A partir du nombre de côtés trouver l'angle de la rotation qui rend hexagone invariant. Polygone régulier de n côtés inscrit dans un cercle de centre O est invariant par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$. **polygones réguliers sont invariants par la symétrie orthogonale (axe les médiatrices des côtés ou les diagonales) ou la symétrie centrale de**	**les élèves exécutent** **Les élèves font la synthèse.** **Les élèves s'exécutent** **Les élèves répondent** **Les élèves prennent la trace écrite.**	**Le pentagone est invariant par l'application utilisant le centre du cercle inscrit et l'angle 72°.** **Cette application est la rotation de centre celui du cercle et d'angle 72°** $\frac{360°}{5} = 72°$ $\frac{360°}{6} = 60°$ **Propriété de l'invariance**	

Evaluation (5mn)	**centre celui du polygone si n est pair.** Triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O. Trouver les transformations qui rendent invariant ce triangle		**Evaluation formative**	

Fiche d'activités

Activité 1

1) Tracer un cercle © de centre O et un pentagone régulier inscrit dans ce cercle.
2) a) A partir de [OA] en tournant vers la gauche de 72° le point A coïncide avec quel point ?
   b) idem pour B ? pour C ? pour D ? pour E ?

Quelle est l'image de la figure ABCDE par ce procédé?

Activité 2

1) Tracer un cercle © de centre O et un hexagone régulier inscrit dans ce cercle.
2) Quelle est l'image de ABCDEF par la symétrie centrale de centre O.
3) Tracer les médiatrices des côtés de ce polygone. Chercher son image par la symétrie orthogonale d'axe l'une de ces médiatrices. Idem avec les bissectrices de ses angles.

Exercice d'application

ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O. Trouver les transformations du plan qui le rendent invariant.

<u>Trace écrite</u>

Si un polygone de n côtés et de centre O est régulier, alors tous ses angles au centre ont la même mesure $\frac{360°}{n}$. Ce polygone est invariant par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$.

Tout polygone régulier admet un centre de symétrie (son centre).

Tout polygone régulier admet des axes de symétrie.

Exemples :

Un triangle équilatéral admet trois axes de symétrie. Il est aussi invariant par la rotation de centre celui du triangle et d'angle 120°.

Un hexagone admet six axes de symétries, un centre de symétrie. Il est aussi invariant par la rotation de centre celui du triangle et d'angle 60°.

Conclusion :

La maîtrise de la notion des polygones est importante pour la compréhension des éléments de base de la géométrie plane. Il est donc nécessaire que les enseignants accordent plus d'attention à son enseignement apprentissage.

Bibliographie :

Internet

Fiche d'activités

Activité 1

1) a) Tracer un cercle © de centre O et placer un point A sur ce cercle.

b) Placer les points B, C, D et E sur © tels que AOB =72° ; BOC =72° ; COD = 72° ; DOE = 72° ; EOA=72° dans le sens contraire de celui des aiguilles.

c) Quelle est la mesure de l'angle BOA ?

d) Quelle est la nature de la figure ABCDE ?

2)

a) A partir de [OA] en tournant vers la gauche de 72° le point A coïncide avec quel point ?

b) idem pour B ? pour C ? pour D ? pour E ?

Quelle est l'image de la figure ABCDE par ce procédé?

Activité 2

1) a) Tracer un cercle © de centre O et placer un point A sur ce cercle.

b) Placer les points B, C, D, E et F sur © tels que AOB =60° ; BOC =60° ; COD = 60° ; DOE = 60° ; EOF = 60° ; FOA = 60° ° dans le sens contraire de celui des aiguilles.

c) Quelle est la mesure de l'angle BOA ?

d) Quelle est la nature de la figure ABCDEF ?

2)

a) A partir de [OA] en tournant vers la gauche de 60° le point A coïncide avec quel point ?

b) idem pour B ? pour C ? pour D ? pour E ? pour F ?

Quelle est l'image de la figure ABCDEF par ce procédé?

2) Quelle est l'image de ABCDEF par la symétrie centrale de centre O.

3) Tracer les médiatrices des côtés de ce polygone. Chercher son image par la symétrie orthogonale d'axe chacune de ces médiatrices. Idem avec les bissectrices de ses angles.

Exercice d'application

ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O. Trouver les transformations du plan qui le rendent invariant.

<u>Trace écrite</u>

Si un polygone de n côtés et de centre O est régulier, alors tous ses angles au centre ont la même mesure $\frac{360°}{n}$. Ce polygone est invariant par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$.

Tout polygone régulier admet un centre de symétrie (son centre).

Certains admettent des axes de symétrie.

Exemples :

Un triangle équilatéral admet trois axes de symétrie. Il est aussi invariant par la rotation de centre celui du triangle et d'angle 120°.

Un hexagone admet six axes de symétries, un centre de symétrie. Il est aussi invariant par la rotation de centre celui du triangle et d'angle 60°.