IA DE FATICK **Date :**

Lycée Khar KANE/GOSSAS **Discipline : Mathématiques**

Prof: M.THIAW

TIITRE : DROITES REMARQUABLES

DUREE : 7H

OBJECTIFS GENERAUX :

A la fin de la leçon, l'élève doit connaitre :

- ✓ Les droites remarquables dans un triangle
- ✓ Le centre de gravité d'un triangle
- ✓ Le cercle inscrit à un triangle
- ✓ Le cercle circonscrit à un triangle

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

A la fin de la leçon, l'élève doit êtrell ; capable de :

- ✓ Construire le cercle inscrit, le centre de gravité, le cercle inscrit et l'orthocentre d'un triangle
- ✓ Utiliser les droites remarquables pour démontrer que trois points sont alignés, deux droites sont perpendiculaires, trois droites sont concourantes, un point est milieu d'un segment, un ou plusieurs points appartiennent à un cercle.

SOURCES :

Programmes de Mathématiques du premier cycle, guide d'usage des programmes, guide pédagogique, CIAM 4éme ,collection cinq sur cinq 4éme

Collection clé des Maths 4ème, Excellence 4ème , Collection Durrande 4ème, Bordas 4ème, Internet

MATERIELS :

- ✓ Règles, craies blanches et couleurs, Equerre, compas, Rapporteur pour le professeur.
- ✓ Règles, Equerre, compas, Rapporteur, crayon, gomme, cahier de cours et d'exercices et d'activités pour l'élève.

PLAN DE LA LECON :

I - Bissectrices d'un triangle :

1. **Activités**
2. **Définition**
3. **Propriétés**

II- Médianes d'un triangle :

1. **Activités**
2. **Définition**
3. Propriétés

III- Reconnaissances d'un triangle isocéle

1. **Activité**
2. **Propriété**
3. **Exercices d'applications**

PREREQUIS :

- ✓ Définition et propriétés d'une médiatrices, d'une bissectrice, d'une hauteur et d'une médiane.
- ✓ Propriétés de la distance d'un point à une droite et de la position d'une droite et d'un cercle
- ✓ Propriétés de la droite des milieux, de la médiatrice, du parallélogramme.

INTRODUCTION :

Cette leçon se situe après la leçon sur la droite des milieux et avant celle sur translation et vecteurs.

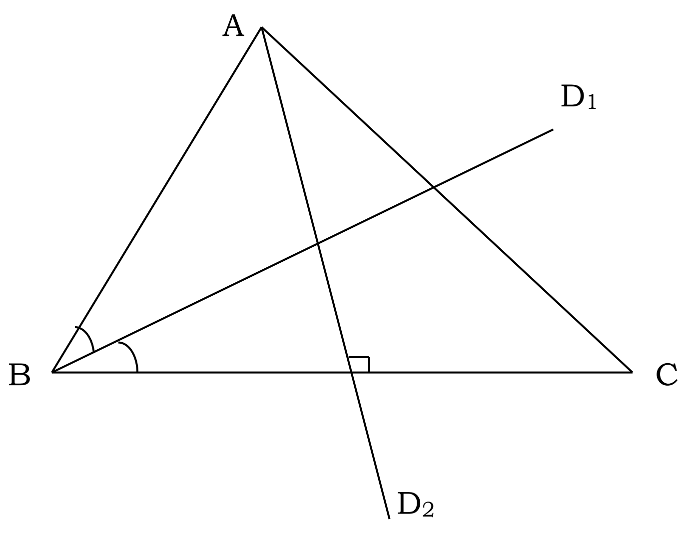
Les droites remarquables permettent aux élèves d'améliorer leur connaissance et leur pratique de la démonstration, de faire un raisonnement rigoureux.

Elles sont utilisées dans plusieurs domaines comme dans la maçonnerie, la menuiserie, l'architecture......

DEROULEMENT :

CONSOLIDATION DES PREREQUIS :(cahier de brouillon)

Activité : Soit le triangle ci-contre : M est le milieu de [BC]



Rappeler le nom des droites (D_1) et (D_2).

I-BISSECTRICE D'UN TRIANGLE :

1. Activité :

1) **a .**Tracer un triangle ABC ;
b . Considérons les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et C
.
c . Appeler I le point d'intersection.

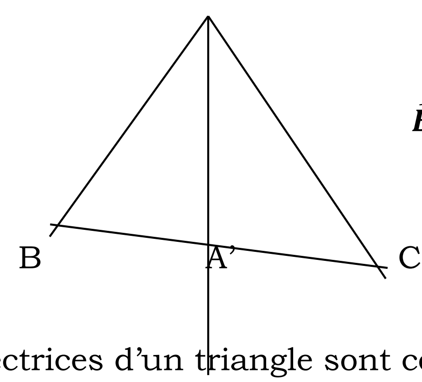
2) Comparer les distances du point I :
a .aux droites (BA) et (BC).
b .aux droites (CA) et (BC).

3) a .Que peut-on en déduire pour la distance du point I aux droites (AB) et (AC) ? On dit que I est .... de l'angle $\widehat{A}$.
b .Recopier et compléter :
·· Les trois .... d'un triangle passent par un même point. On dit qu'elles sont ....··

1. Construire le cercle de centre I tangent aux trois cotés du triangle.

2. Définition :

Une bissectrice d'un triangle est une droite qui partage un triangle en deux angles égaux.



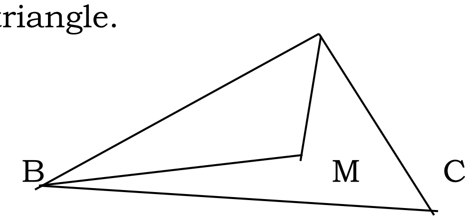
$\widehat{\boldsymbol{BAA'}} = \widehat{CAA'} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$

3. Propriétés :

-Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.
-Le point de concours de ces trois bissectrices est le centre du cercle tangent aux trois cotés du triangle.
-Ce cercle est appelé cercle inscrit dans le triangle.

Exercice d'application :

Enoncé : Soit la figure ci-contre. On donne :
$BAM = \widehat{MAC} = 50°$ et $\widehat{ABM} = \widehat{MBC} = 25°$
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MCA}$.



Solution :
-BAM=MAC donc la droite (AM) est la bissectrice de l'angle BAC.
-ABM=MBC, donc la droite (BM) est la bissectrice de l'angle ABC.
Ces bissectrices se coupent en M qui est donc le centre du cercle inscrit dans le triangle
ABC. La troisième bissectrice passe donc par M et par le troisième sommet C du triangle : c'est la droite (CM)
Par conséquent : MCA=MCB=$\frac{1}{2}$ ACB
La somme des mesures des angles de ABC (come celle des angles de tout triangle) étant égale à 180°.
On a : ACB=180-(50° x 2 + 25° x 2) =30°

Par conséquent : MCA= 30° : 2=15°

IV- Médiane d'un triangle :

1. **Activité** :

1- Trace un triangle ABC. Marque les points A', B' et C' milieux respectifs des cotés [BC], [AC] et [AB]. Traces les médiane (AA'), (BB') et (CC') de ce triangle.

2- Soit G le point d'intersection des médianes (BB') et (CC').

a) Construis le point E, symétrique de A par rapport à G .Que représente le point G pour le segment [AE].

b) E n utilisant le triangle ABE, démontre que (BE) et (GC) sont parallèles.

c) En utilisant le triangle ACE, démontre que (CE) et (GB) sont parallèles.

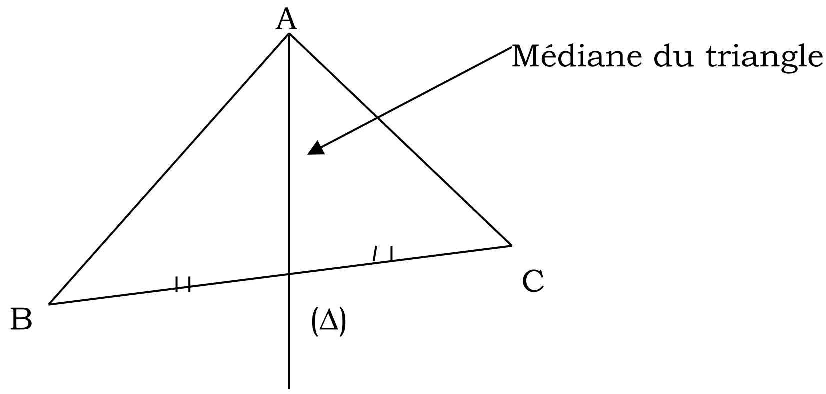
d) Montre que le quadrilatère CGBE est un parallélogramme.

e) Montre que (AG) passe par le milieu A' du coté [BC].

3- Démontrer que $\frac{2}{3}$ AA'.

2. **Définition** :

Une médiane d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

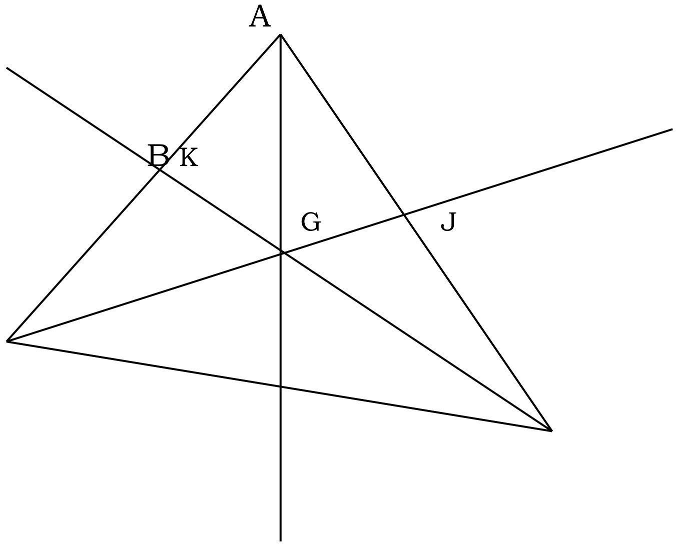


3. **Propriétés** :

-Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.

- Le point de concours de ces médianes est appelé centre de gravité du triangle.

-Le centre de gravité d'un triangle se trouve au deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.



I C

Exercice d'application :

Enoncé : Soit un triangle ABC. Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [BC].

Soit M le point d'intersection des droites (AJ) et (CI).Soit K le point d'intersection des droites (BM) et (AC).

Montrer que le point K est le milieu du segment [AC].

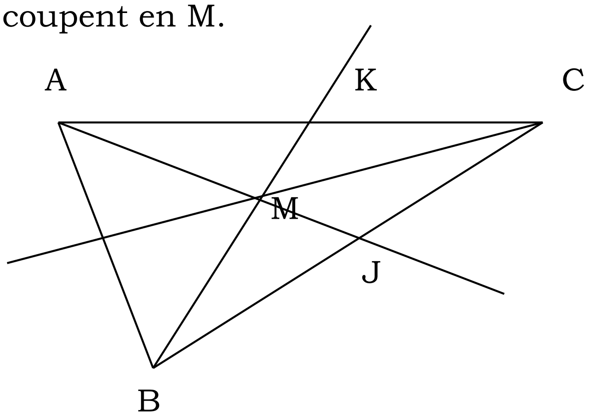
Solution :

Considérons le triangle ABC.

-J est le milieu de [BC] donc (AJ) est la médiane de A.

- I est le milieu de [AB] donc (CI) est la médiane issue de C.

Ces deux médianes se coupent en M.



Ce point est le centre de gravité du triangle ABC.

La troisième médiane passe donc par le centre de gravité M et par le sommet B : c'est la droite (BM).

III- Reconnaissance d'un triangle isocèle :

Si dans un triangle une hauteur est en même temps bissectrice alors ce triangle est isocèle .

Si dans un triangle une médiatrice est même temps bissectrice alors ce triangle est isocèle.

Série d'exercices :

Exercice7 :

Tracer un triangle ABC rectangle en A.

1. Tracer son cercle inscrit. Appeler I son centre.
2. Soit P,Q et R les points de contact respectifs du cercle avec les cotés[AB],[AC] et [BC].
3. Préciser en justifiant la réponse, la nature du quadrilatère APIC ?

Exercice8 :

Tracer un triangle IJK ;

1. Construire le point L symétrique du point I par rapport au point K.
2. Tracer la parallèle à la droite (IJ) passant par le point K. Cette droite coupe le segment [JL] en M.
3. Appeler R le point d'intersection des droites (IM) et (KJ)
4. Démontrer que :
   a) M est le milieu de segment [LJ].
   b) La droite (LR) coupe le segment [IJ] en son milieu.

Exercice 9 :

Dans chaque cas, construire le triangle ABC puis son centre de gravité.

1ére cas : BC = 7cm AB = 5cm et B= 40°

2éme cas : AB = 5cm B= 30° et C = 40°

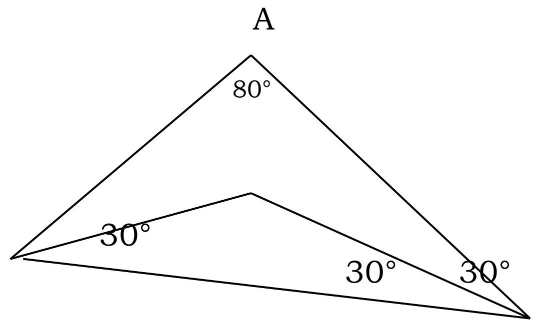
Exercice 10 :

Placer les points A,=I et B non alignés.

1. Construire les points R et S symétriques respectifs du point I par rapport aux points A et B.
2. En ne traçant pas que trois droites, construire le milieu du segment [RS].Justifier la construction.

Exercice 11 :

Démontrer que le point I est à égale distance des droites (AB) et (AC).



Exercice 12 :

Tracer un triangle ABC tel que : AB= 9cm, AC= 6cm et BC= 7 cm.

1. Construire le milieu de [BC] et le centre de gravité G du triangle ABC.
2. Tracer par le point G la parallèle à la droite (BC). Celle-ci coupe[AB] en K et [AC] en L.
3. a. Que vaut le rapport $\frac{AG}{AI}$?
   b. Calculer les longueurs AK et AL.

Exercice 13 :

Trace un triangle ABC.

1. Tracer les hauteurs [BH] et [CK] ; celles-ci coupent en I.
2. Soit M le milieu du segment [AB] et N celui de [AC].Démontrer que let droites (MN) et (AI) sont perpendiculaires.
3. Soit O le milieu de [BC] .Répondre aux questions suivantes en justifiant les réponses :
   a .Quelle est la nature du triangle KOB ?
   b .Quelles sont les points d'intersection du cercle de diamètre [BC] avec les droites (AB) et (AC).

Exercice 14:

Tracer un triangle équilatéral EFG tel que : EF= 7cm.

1. Tracer la bissectrice de l'angle EFG qui coupe la droite (EG) en M.
2. **a** .Prouver que M est le milieu de[EG].
   b .Calculer une valeur approchée de la distance FM de l'aire du triangle EFG.

Exercice 15 :

1. a .Tracer un segment [BC] tel que BC= 15cm. Placer un point A tel que AB= 9cm et AC=12cm
   b .Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. a .Placer le milieu M de [BC].Tracer le cercle de diamètre [AB].Ce cercle recoupe le segment [BC] en D et le segment [AM] en E.
   b .Démontrer que le quadrilatère BCEF est un parallélogramme.
   c .En déduire que les droites (BE) et (CF) sont perpendiculaires.
3. a .Construire le point F symétrique du point E par rapport au point M.
   b. Démontrer que le quadrilatère BECF est un parallélogramme
   c. En déduire que les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaire.
4. Soit H le point d'intersection de (AD) et (BE). Soit K le point d'intersection des droites (AD) et (CF)
   a .Que représente les droites (AD) et (BE) pour le triangle ABM ?
   En déduire que les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaire.
   Démontrer que les droites (KM) et (AC) sont perpendiculaires.
   b .On appelle I le point d'intersection des droites (AB) et (MH).On appelle J le point d'intersection des droites (AC) et (KM)
   Démontrer que le quadrilatère AIMJ est un rectangle.
   c .En déduire que le triangle HMK est rectangle.

Exercice 16 :

Tracer un triangle IJK tel que : IK= 8cm, IJ= 5cm et JK= 6cm.
Construire le centre A du cercle inscrit au triangle IJK.
Démontrer que :

$$\frac{Aire\ de\ AIJ}{5} = \frac{Aire\ de\ AJK}{6} = \frac{Aire\ de\ AIK}{8}$$