

## **FORMATION DES FORMATEURS REGIONAUX**

**RENFORCEMENT DES CAPACITES DES FORMATEURS  
REGIONAUX DANS L'ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE  
DES MATHEMATIQUES ET DES SCIENCES SELON  
L'APPROCHE ASEI/PDSI**

**LIEU : Centre National de Maintenance  
(CNM)/Niamey**

**DATE : Du 14 au 28 janvier 2008**

**DISCIPLINE : Mathématiques**

**THEME : LA STATISTIQUE AU COLLEGE**

**Compilé par :**

**Les formateurs de Mathématiques**

## **THEME : LA STATISTIQUE AU COLLEGE**

### **JUSTIFICATION DU THEME :**

Dans le programme officiel de mathématiques au collège, la statistique figure seulement en classe de 4ème. Mais, force est de constater que cette partie du programme de mathématiques est très peu enseignée dans la réalité.

Pourtant, cette branche des mathématiques ne manque pas d'importance pour les élèves, car elle intervient dans beaucoup de domaines de la vie (économie, démographie, météorologie, climatologie, santé, sécurité, assurances, politique, physique, chimie, sciences environnementales, ..... ) en tant que puissant outil de construction de modèles permettant d'expliquer ou de prévoir.

### **BUT DE LA SEANCE**

Améliorer le processus d'enseignement/apprentissage de la statistique au collège.

### **OBJECTIFS DE LA SEANCE**

A la fin de la séance, les participants doivent être capable de :

- ✓ Identifier l'objet du calcul statistique.
- ✓ Identifier les difficultés qui entravent un enseignement effectif de la statistique au collège.
- ✓ Proposer des solutions afin de surmonter ces difficultés.
- ✓ Préparer une fiche de leçon ASEI de 55mn sur la statistique au collège.

### **Programme de la séance**

	Heures	Activités	Durées
5 <sup>ème</sup> jour 18 janvier 2008	10h30 - 10h35	Présentation du thème et du programme de la séance	5mn
	10h35 - 11h20	Atelier sur la tâche 1	45mn
	11h20 - 12h00	Restitution +synthèse	40mn
	12h00- 12h50	Atelier sur la tâche 2	50mn
	12h50- 13h30	Restitution + synthèse	45mn

**Remarque : la tâche 3 sur la préparation de leçon ASEI sera faite au cours d'une soirée.**

### **INTRODUCTION:**

Depuis l'antiquité, quand un chef accède au pouvoir, l'une de ces premières préoccupations est de connaître le nombre d'habitants de sa contrée, à travers un recensement.

Cependant ce n'est qu'au 18ème siècle que la statistique devient une discipline scientifique autonome, s'employant à décrire les caractéristiques qui définissent une situation. En effet statistique vient du mot latin status qui signifie état ou situation.

Pendant longtemps, les statistiques se sont limitées exclusivement à cet aspect descriptif .Mais, depuis quelques décennies elles ont étendu leur champ d'application. Avec l'appui de la théorie des probabilités, elles ont commencé à promouvoir l'analyse des données et l'étude des tests d'hypothèses. Alors, quel est l'objet du calcul statistique ? Pourquoi l'enseignement de cette partie du programme de mathématiques est -elle négligée au collège ? Quelles sont les difficultés liées à son enseignement ? Et enfin, quelles solutions faut-il proposer pour surmonter ces difficultés ?

C'est à toutes ces questions que nous allons essayer de répondre dans ce module.

## I - QUELQUES NOTIONS SUR LA STATISTIQUE

### **1) " Statistiques" ou " statistique"**

Dans le langage courant , le mot « statistiques » au pluriel , désigne des collections de chiffres , présentées souvent sous forme de tableaux, parfois sous forme de graphiques et qui regroupent toutes les observations effectuées sur des faits nombreux relatifs à un même phénomène .

Mais, la « statistique » au singulier en tant que discipline scientifique ne saurait se limiter à une pareille définition.

En effet, la statistique est constituée par l'ensemble des procédés ou des méthodes qui permettent de recueillir, de classer, d'étudier et d'exploiter des statistiques pour tenter d'en tirer des conclusions permettant de prendre des décisions.

Ainsi, l'objet de la statistique est double :

a) à partir d'un certain nombre de données brutes d'une situation, dégager des renseignements (qualitatifs ou quantitatifs) permettant de la visualiser et de la comparer à d'autres.

a) Extrapoler des résultats partiels pour estimer le résultat global de la population.

### **2) Population- individus**

Une étude statistique consiste, en premier lieu, à recueillir des informations sur un ensemble appelé population dont les éléments sont des individus.

Exemples: la population peut être constituée d'êtres humains (habitants d'une ville, salariés d'une entreprise, les élèves d'un établissement scolaire ou d'une classe,.....), d'objets (pièces mécaniques, automobiles,...), de faits ou d'actes (appels téléphoniques, départs en vacances, naissances, ....), etc.

Remarque: lorsque la population est trop importante, on se limite à un sous-ensemble suffisamment représentatif appelé échantillon .Le choix de l'échantillon peut être fait au "hasard" ou selon des strates c'est-à-dire des codes ou critères (proportion, qualité des réponses etc....) qu'on se donne pour le choisir.

### **3) Caractères**

La population (ou l'échantillon) étant choisie, sur chaque individu on va observer un ou plusieurs aspects appelés caractères.

Exemple: si nous prenons le cas d'une classe de 3ème de 50 élèves .L'étude peut porter sur les caractères suivants : le sexe, l'âge, la taille, le poids, la distance séparant le domicile de l'école, l'ordre de préférence des disciplines enseignées, etc....

Chaque caractère peut prendre différentes valeurs appelées modalités .Exemples: le caractère âge peut prendre les valeurs 14; 15; 16; 17; 18 ; le caractère sexe : féminin ou masculin.

On distingue deux types de caractères :

- Les caractères qualitatifs dont les valeurs ne sont en général pas exprimées par des nombres et auxquels on ne peut appliquer de méthodes de calcul .Par exemple le sexe est un caractère qualitatif.
- Les caractères quantitatifs dont les valeurs sont des nombres. On peut les subdiviser en deux groupes:
  - Les caractères discrets qui ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs isolées par exemple le nombre de frères et sœurs.
  - Les caractères continus qui peuvent prendre toutes les valeurs appartenant à un intervalle.

Pour les caractères continus, ou discrets avec un plus grand nombre de valeurs, on regroupe les valeurs en classes. Une classe est un intervalle choisi de façon à obtenir une répartition équilibrée de valeurs. Cet intervalle est en général de la forme  $[a, b [$ .La longueur  $(b- a)$  est l'étendue de la classe.

Pour des raisons de commodité, on choisit souvent des classes de même étendues.

#### 4) Effectifs – fréquences

Les valeurs (ou les classes) d'un caractère étant définies, on peut faire correspondre à chacune le nombre d'individus de la population qui la vérifient. Ce nombre est appelé effectif de la valeur ou de la classe. Le nombre total d'individus est l'effectif total.

Exemple 1:

Caractère: couleur des yeux

Valeurs ( $n_i$ )	bleu	vert	marron
Effectifs ( $x_i$ )	65	41	174
fréquences	0.23	0.15	0.62

Le rapport  $\frac{\text{effectif valeur}}{\text{effectif total}}$  est appelé fréquence.

La fréquence d'une valeur est un réel appartenant à l'intervalle  $[0 ; 1]$ .

Remarque: la somme des fréquences est égale à 1.

**Série statistique:** pour un caractère donné, l'ensemble des couples (valeur ; effectif) ou (valeur ; fréquence) constitue une série statistique.

#### 5) Effectifs cumulés- Fréquences cumulées

Exemple: considérons la série statistique constituée des moyennes de maths obtenues au 1<sup>er</sup> trimestre par 280 élèves de 2<sup>nd</sup> d'un lycée.

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs	0	1	0	6	5	7	9	27	45	48	39	24	18	16	15	9	7	4	0

On peut se poser les questions suivantes :

« Quel est le nombre d'élèves qui ont une note inférieure ou égal à 9? »

« Quel est le nombre d'élèves qui ont une note supérieure ou égal à 10 ? »

Pour répondre à la 1<sup>ère</sup> question, il suffit d'additionner les effectifs des 9 premières valeurs : on obtient 100. Ce résultat est appelé effectif cumulé croissant à 9.

Pour répondre à la 2<sup>ème</sup> question, on additionne les 10 dernières valeurs : on obtient 180. Ce résultat est appelé effectif cumulé décroissant à 10

**Définition :** lorsque l'on étudie un caractère quantitatif, on appelle effectif cumulé croissant à x le nombre d'individus vérifiant les valeurs inférieures ou égales à x.

On appelle effectif cumulé décroissant à x le nombre d'individus vérifiant les valeurs supérieures ou égales à x.

Si l'on note  $x_1 ; x_2 ; x_3 ; \dots ; x_i ; \dots ; x_k$  les différentes valeurs ordonnées dans l'ordre croissant, et si l'on note  $n_1 ; n_2 ; \dots ; n_i ; \dots ; n_k$  les effectifs correspondants,

L'effectif cumulé croissant à  $x_i$  est égal à  $n_1+n_2+n_3+ \dots +n_i$  et l'effectif cumulé décroissant à  $x_i$  est égal à  $n_i+n_{i+1}+ \dots +n_k$ .

#### 6) L'étendue d'une série statistique dans le cas d'un caractère quantitatif

Définition

C'est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'une série statistique.

Remarque : si l'étendue est faible, les valeurs de la série sont groupées.

Exemple: voici les notes obtenues par deux élèves:

					Totaux
Elève A	12	13	10	11	11.5
Elève B	19	3	17	7	11.5

Ces deux élèves ont la même moyenne. Pourtant, graphiquement, les notes sont différemment réparties. On dit que la série de l'élève B est plus dispersée que celle de l'élève A, car les valeurs extrêmes sont plus éloignées.

L'étendue de la série des notes de l'élève A est:  $13-10 = 3$ .

L'étendue de la série des notes de l'élève B est:  $19-3 = 16$ .

### 7) Le mode d'une série statistique

Définition: c'est la valeur (ou modalité) qui possède l'effectif le plus élevé. Il peut y avoir plusieurs modes dans une série statistique.

### 8) La médiane

Définition de la médiane:

La médiane d'une série ordonnée est un nombre tel qu'il y ait autant d'effectif à droite qu'à gauche de ce nombre.

Exemple 1 : considérons la distribution statistique ci-dessous

3 ; 3 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7,5 ; 7,5 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9

7 valeurs à gauche

7 valeurs à droite

Médiane

Exemple2 : considérons la distribution statistique suivante :

3 ; 5 ; 7      8 ; 10 ; 13

3 valeurs

3 valeurs

Dans ce cas, on peut prendre pour médiane, la moyenne des deux nombres se situant autour de la ligne de partage :

$$\text{On peut prendre pour médiane : } \frac{7+8}{2} = 7,5$$

### 9) La moyenne

Définition de la moyenne

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme des effectifs de toutes les valeurs de cette série par l'effectif total.

Exemple : calcul de la moyenne de maths d'une classe de 3<sup>ème</sup> au premier trimestre.

Soit la série de notes données dans le tableau ci-dessous :

Note	3	5	7	8	9	10	11	12	14	16	19
Effectif	1	2	1	4	1	2	2	3	2	1	1

$$M = \frac{3 \times 1 + 5 \times 2 + 7 \times 1 + 8 \times 4 + 9 \times 1 + 10 \times 2 + 11 \times 2 + 14 \times 2 + 16 \times 1 + 19 \times 1}{1 + 2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1}$$

### 10) Représentations graphiques de données statistiques

### a- Les tableaux

Lorsque l'on recueille un grand nombre de données, même si c'est sur un caractère unique, on se heurte immédiatement au problème de la représentation des résultats obtenus. La première méthode pratique est la représentation sous forme de tableau.

Exemple : le tableau à double entrée

sexe \ couleur	Masculin	Féminin
Bleu	30	35
Vert	14	27
Marron	68	106

Dans chaque case on lit l'effectif qui vérifie les valeurs correspondant à la ligne et à la colonne. Par exemple il y a 35 filles aux yeux bleus.

### b) Diagrammes à bandes /bâtons

Le tableau est très précis mais souvent difficile à appréhender « d'un coup d'œil » dans sa totalité. C'est pour cela que l'on utilise des méthodes de représentations graphiques.

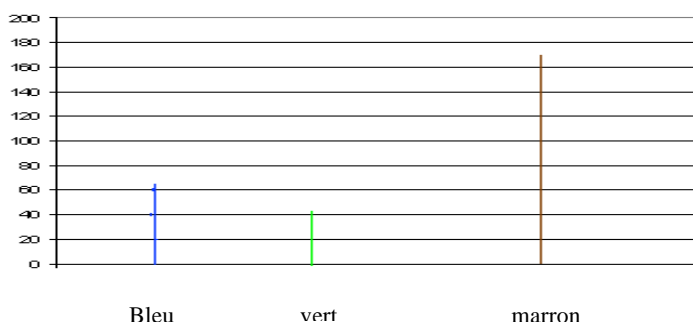
Remarque : dans le cas d'une série qualitative, les valeurs  $x_i$  ne sont pas en général exprimées par des nombres.

#### Méthode de construction

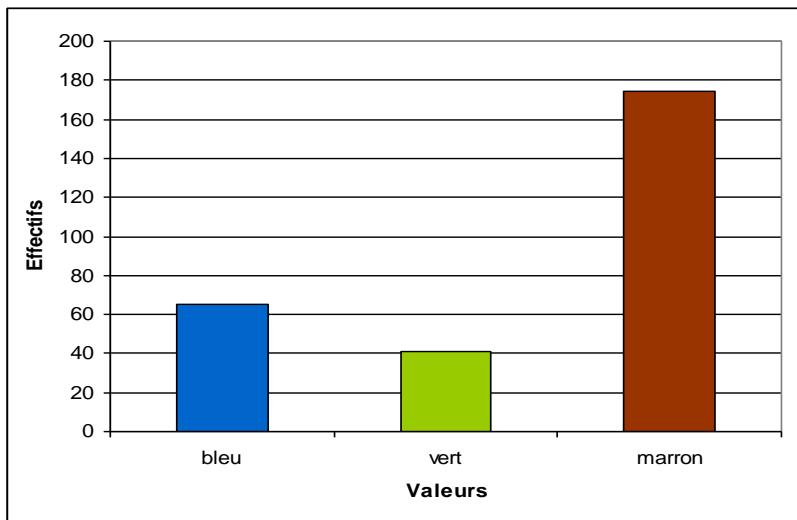
Valeurs ( $n_i$ )	bleu	vert	marron
Effectifs ( $x_i$ )	65	41	174

Représentons dans un repère orthogonal chaque couple ( $x_i, n_i$ ). Traçons le segment qui joint le point obtenu à sa projection orthogonale sur l'axe des abscisses. Nous obtenons ainsi un diagramme en bâton. En remplaçant les segments par des bandes on obtient un diagramme en bandes :

#### - Représentation en bâton



- Représentation en bandes



**c) Diagramme circulaire**

La population est représentée par un disque ou un demi disque et à chaque valeur on fait correspondre un secteur d'aire proportionnelle à sa fréquence ou à son effectif. Ce type de représentation est utile pour visualiser les importances relatives des fréquences ou des effectifs.

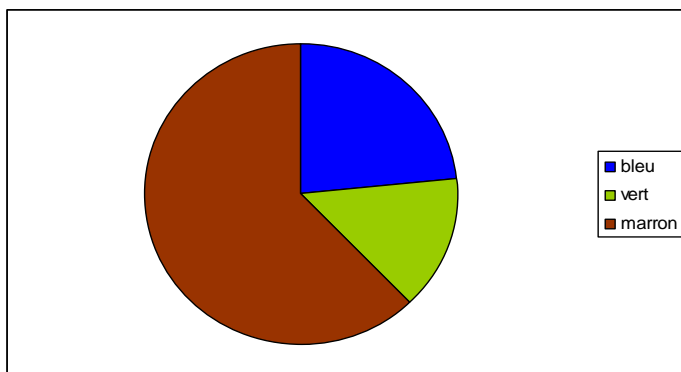
Exemple : proposons la série statistique précédente.

L'effectif total 280 correspond à  $360^\circ$

L'effectif du vert : 41 correspond à :  $360^\circ \times \frac{41}{280} = 53^\circ$

L'effectif du bleu : 65 correspond à :  $360^\circ \times \frac{65}{280} = 83^\circ$

L'effectif du marron : 174 correspond à :  $360^\circ \times \frac{174}{280} = 224^\circ$



## 11) Enquête statistique

La démarche statistique consiste à :

- définir la nature et la quantité de données (souvent par échantillonnage) à recueillir sur une population.
- collecter ou recenser ces données. Cette collecte s'effectue en général par sondage, par mesure, par questionnaire, par interview, etc....
- Représenter ces données, en les classant et rangeant dans des tableaux ou à travers un graphique.
- Interpréter ou analyser les données en utilisant les paramètres de position comme le mode, la médiane ou la moyenne.

## II- Difficultés et re médiation

### 1) Les difficultés qui entravent un enseignement effectif de la statistique au collège au Niger

- ✓ La statistique est seulement enseignée en classe de 4<sup>ème</sup>.
- ✓ L'insuffisance de formation pour les professeurs.
- ✓ La méconnaissance de l'objet de la statistique.

### 2) Quelques exemples de solutions

#### a - Solutions

- Instituer l'enseignement de la statistique à tous les niveaux.
- Sensibiliser les professeurs sur l'importance de l'enseignement de la statistique pour les élèves.
- Former les enseignants sur la statistique.
- Rendre l'enseignement de la statistique plus attrayant en proposant des activités pratiques / théoriques.

#### b - Quelques exemples d'activités pratiques / théoriques

##### Activité sur la moyenne et médiane

Cette activité a pour objectif de faire comprendre à l'élève la signification de la moyenne et la différence entre la moyenne et la médiane.

On a trouvé chez deux groupes d'individus les sommes d'argent suivantes :

##### Groupe A

1 <sup>er</sup> membre	2 <sup>ème</sup> membre	3 <sup>ème</sup> membre	4 <sup>ème</sup> membre	5 <sup>ème</sup> membre
8000f	8000f	12000f	16000f	96000f

##### Groupe B

1 <sup>er</sup> membre	2 <sup>ème</sup> membre	3 <sup>ème</sup> membre	4 <sup>ème</sup> membre	5 <sup>ème</sup> membre
12000f	12000f	16000f	20000f	21000f

- 1) Quel est le groupe le plus riche? Justifier votre réponse.



- 2) Comparez les montants d'argent des membres correspondants. Selon vous, quel est le groupe le plus riche ?
- 3) Au lieu de comparer les montants d'argent des membres, il vous est demandé de comparer seulement une paire de membre .Quelle paire de membre comparez-vous pour juger quel groupe est le plus riche ?
- 4) Supposez que les membres du groupe A regroupent leur argent, comme le font aussi les habitants du groupe B. Ensuite, ils se répartissent l'argent dans chaque groupe.  
Calculez le montant d'argent par membre dans chaque groupe et jugez quel est le groupe le plus riche ?

Remarque : la médiane pourrait représenter une figure « centrale » plus réaliste que la moyenne quand il y a des cas extrêmes comme dans les cas ci-dessous.

## **Conclusion**

Etant donnée l'importance de la statistique dans l'analyse, l'interprétation et la prévision des phénomènes touchant tous les domaines de la vie, il est nécessaire que son enseignement soit valorisé à travers des activités pertinentes qui facilitent la compréhension des élèves et suscitent l'intérêt des élèves.

### **III- Exemple de plan de leçon ASEI**

Thème:Organisation des données

Sous-thème: statistique

Titre de la leçon:initiation au vocabulaire de la statistique et à l'organisation des données

Classe:4<sup>ème</sup>

Durée:1heure

Justification: la connaissance des statistiques est utile dans la planification, la prévision, la prise de décisions sur des questions de la vie quotidienne telles que les recrutements scolaires, les problèmes de populations, le marketing...

Objectifs: à la fin de la leçon, l'apprenant doit être capable de:

- définir les éléments du vocabulaire statistique.
- collecter des données
- organiser des données

Connaissances pré requises :

Tableau à double entrée

Matériel didactique : feuille d'activité élève.

References : Mathématiques training manual for national INSET (SMASSE Kenya 2005)

Déroulement de la leçon.

Etapes/durée	Activités pédagogiques		Points pédagogiques	observations						
	Enseignant	Elèves								
Introduction (10 mn)  Contrôle des pré requis       Motivation	<p>-Le prof dessine le tableau suivant :</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Couleur des yeux</td> <td>noir</td> <td>marron</td> </tr> <tr> <td>nb de pers.</td> <td>65</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>Le professeur pose la question suivante aux élèves : quelle est la signification du nombre 65 écrit dans le tableau ?</p> <p>-Le prof demande à chaque élève la somme d'argent qu'il possède.</p> <p>Le prof note au tableau les sommes d'argent des élèves.</p> <p>Le prof pose la question suivante aux élèves : comment faites-vous pour trouver la somme d'argent la plus présente chez les élèves ?</p>	Couleur des yeux	noir	marron	nb de pers.	65	5	<p>Les élèves prennent le tableau dans leur cahier.</p> <p>Les élèves répondent à la question.</p> <p>Chaque élève dit sa somme d'argent</p> <p>Les élèves répondent à la question.</p>	Tableau à double entrée.	
Couleur des yeux	noir	marron								
nb de pers.	65	5								

<p>Développement de la leçon. (30 mn)</p>	<p>Le prof répartit les élèves en groupe de 10 et leur demande de traiter les activités.</p> <p><u>Activité1</u> : 1) le prof demande aux élèves d'écrire leurs repas préférés entre : la pâte de maïs, le riz à la sauce, les frites et le niébé (voir la feuille d'activité).</p> <p>2) Le prof demande aux groupes de restituer leurs travaux.</p> <p><u>Activité2</u> : 1) le prof demande aux élèves de rester en groupe pour continuer l'activité2 qui consiste à organiser les résultats obtenus dans l'activité1 dans un tableau (voir feuille d'activité).</p> <p>2) Le prof demande aux groupes de restituer leurs travaux. Le prof et les élèves corrigent ensemble les travaux des groupes.</p>	<p>Les élèves prennent l'énoncé de l'activité dans leur cahier de cours et l'exécutent en groupe.</p> <p>Les élèves restituent.</p> <p>Les élèves exécutent l'activité2</p> <p>Les élèves restituent leurs travaux. Les élèves prennent la correction des activités dans leur cahier de cours.</p>	<p>Collecte et organisation de données</p>	
<p>Conclusion (10 mn)</p>	<p>Le prof dégage une synthèse avec la participation des élèves.</p>	<p>Les élèves participent à l'élaboration de la synthèse.</p> <p>Les élèves prennent la synthèse dans leur cahier.</p>	<p>Définition des termes suivants : population, modalité, caractère, effectif.</p> <p>-Population: ensemble sur lequel porte l'étude</p> <p>-caractère: propriété étudiée</p> <p>-Modalité: les valeurs prises par le caractère</p> <p>- Effectifs: nombre d'individus qui vérifient une modalité</p>	
<p>Evaluation</p>	<p>Le prof donne l'exercice d'application</p>	<p>Les cherchent</p>	<p>Vérification</p>	

(10 mn)	suyvant aux élèves : Reprenez la liste des nombres donnés dans l'introduction. Quels sont les modalités et leurs effectifs, le caractère, et la population étudiée ?	l'exercice d'application	de l'atteinte des objectifs	
---------	---	--------------------------	-----------------------------	--

Exercices d'approfondissement : exercices n°1 page 219 CIAM 4<sup>ème</sup>.

Feuille d'activité –élève

Activité 1

Dans vos groupes respectifs, dites et écrivez vos repas préféré entre le riz à la sauce, la pâte de maïs, le niébé et les frites.

Membres	1er	2ème	3ème	4ème	5ème	6ème	7ème	8ème	9ème	10é
Repas préféré										

En utilisant les données obtenues lors de vos travaux de groupes, remplissez le tableau suivant :

Repas	Nombre d'élèves qui préfèrent le repas
Riz à la sauce	
Pâte de maïs	
niébé	
frites	

Activité 2 : En utilisant les données de tous les groupes, remplissez le tableau ci-dessous :

Repas	Riz à la sauce	Pâte de maïs	niébé	frites
Nombre d'élèves qui préfèrent le repas				

A partir du tableau ci-dessus, répondez aux questions suivantes :

- 1) Quel est le repas le plus préféré ?
- 2) Quel est le repas le moins préféré ?

**Tâche 1** :

Voici les notes données par un professeur dans deux classes lors d'un devoir commun. Aidez – le à comparer les performances de ces deux classes.

Classe A : 15 ; 0 ;10 ;9 ;13 ;14 ;1 ;6 ;10 ;12 ;9 ;3 ;7 ;9 ;8 ;17 ;15 ;4 ;7 ;10 ;12 ;16 ;2 ;10 ;14 ;5 ;8 ;9 ;13 ;18 ;4 ;6 ;10 ;8 ;8 ;12 ;9 ;14 ;16 ;7 ;10 ;11 ;14 ;12 ;8 ;11 ;12 ;5 ;13 ;10 ;8 ;12 ;11 ;8 ;3 ;10 ;9 ;7 ;8 ;9 ;10.

Classe B : 16 ;0 ;7 ;10 ;12 ;9 ;6 ;8 ;11 ;0 ;16 ;12 ;13 ;8 ;5 ;13 ;12 ;3 ;11 ;7 ;12 ;8 ;9 ;5 ;15 ;14 ;9 ;7 ;11 ;11 ;6 ;12 ;15 ;4 ;10 ;12 ;4 ;16 ;12 ;9 ;7 ;13 ;5 ;8 ;11 ;8 ;10 ;11 ;9 ;10.

**Tâche 2:**

- Identifier les difficultés liées à un enseignement effectif de la statistique au collège.
- proposer une activité pour résoudre un problème de contenu en statistique au collège.

**Tâche 3 :**

Préparer une fiche de leçon ASEI de 55mn sur la statistique au collège.

Références : Mathematics training manual for national INSET (SMASSE Kenya 2005) ; Mathématiques 2<sup>nd</sup> Delagrave ; [http://www.ilemaths.net/maths\\_5-statistiques-cours.php](http://www.ilemaths.net/maths_5-statistiques-cours.php).