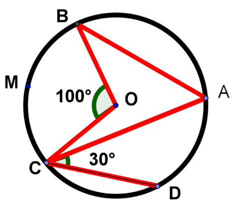
Exercice :

ABCD est un quadrilatère inscrit dans le cercle (C) de centre O, le point M est le milieu de $\overset{\frown}{BC}$ tels que :

$$mes\,\widehat{ACD} = 30° et. mes\,\widehat{BOC} = 100°$$



Q1 : Calculer $mes\,\widehat{DOA}$ et $mes\,\widehat{BAC}$

Q2 : Calculer $mes\,\widehat{BMC}$

R1 : L'angle $\widehat{DOA}$ est un angle au centre interceptant l'arc $\overset{\frown}{AD}$ et $\widehat{DCA}$ est un angle inscrit interceptant le même arc. On a :

$mes\,\widehat{DOA} = 2mes\,\widehat{DCA}$ Soit $mes\,\widehat{DOA} = 2 \times 30° = 60°$

De même $\widehat{BAC}$ est **un angle inscrit interceptant l'arc** $\overset{\frown}{BC}$ et $\widehat{BOC}$ est un **angle au centre interceptant le même arc.**

$mes\,\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \times mes\,\widehat{BOC}$ Soit $mes\,\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

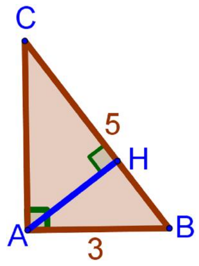
R2 : $\widehat{BMC}$ est un angle inscrit interceptant le grand arc $\overset{\frown}{BC}$ et $\widehat{BOC}$ est un angle au centre interceptant l'arc $\overset{\frown}{BC}$

On a : $mes\widehat{BMC} = 180° - \frac{1}{2}mes\,\widehat{BOC} = 180° - 50° = 130°$

RÉVISION RAPIDE

Exercice1 :

On considère le triangle ABC de la figure ci-dessous rectangle en A. H est le pied de la hauteur issue de A.



Q1 : Calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$

Q2: Calculer la longueur du segment [BH].

R1: Dans le triangle ABC rectangle en A, l'angle en B est un angle aigü ; On a :

$$Cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

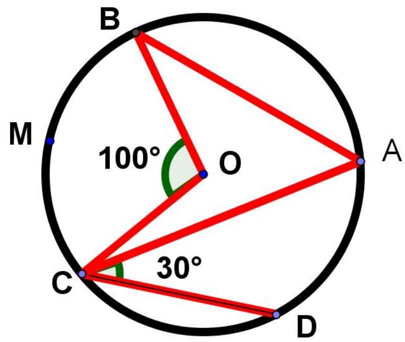
R2: Considérons maintenant le triangle AHB rectangle en H. Les angles en B des triangles ABH et ABC sont égaux ; On a alors

$$Cos\left(\widehat{ABH}\right) = \frac{HB}{AB} = \frac{3}{5} soit\ HB = \frac{3AB}{5} = \frac{9}{5}$$

RÉVISION RAPIDE

Exercice :

On reprend la figure de l'exercice précédent



Q1 : Que représente la droite (AM) pour l'angle $\widehat{BAC}$

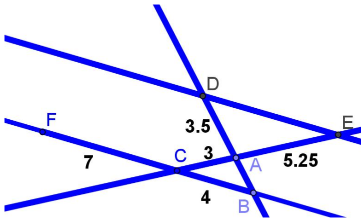
Q2 : Démontrer que $mes\,\widehat{BAM} = mes\,\widehat{MAC}$

R1 : Les arcs $\overset{\frown}{BM}$ et $\overset{\frown}{CM}$ ont même mesure. La droite (AM) est donc la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

R2 : La bissectrice (AM) partage l'angle $\widehat{BAC}$ en 2 angles de même mesure. On a : $mes\,\widehat{BAM} = mes\,\widehat{MAC}$

RÉVISION RAPIDE

Exercice1 : On considère la figure ci dessous.



∗ Les points F, C et B sont alignés dans cet ordre
∗ Les segments [CE] et [BD] se coupent au point A;
∗ Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Q : Démontrer que AB = 2 et DE = 7

R : Considérons les 3 points non alignés A, B et C. On a : E ϵ (AC) et D ϵ (AB) tel que (BC)//(DE). D'après la propriété de Thalès on a : $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$

⇒ Calculons AB

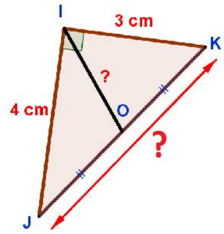
$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{3}{5.25} = \frac{AB}{3.5} \text{ soit } AB = \frac{3\times 3.5}{5.25} = \frac{10.5}{5.25} = 2$$

⇒ Calculons DE

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{3}{5.25} = \frac{4}{DE} \text{ soit } 3\times DE = 4\times 5.25 \Rightarrow DE = \frac{4\times 5.25}{3}$$

$$DE = \frac{21}{3} = 7$$

Exercice1 : On considère la figure codée suivante.

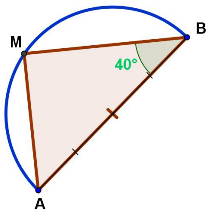


Q1 : Calculer la longueur du coté JK
Q2 : Calculer OI

R1 : Le codage de la figure révèle que le triangle IJK étant rectangle en I, on a d'après la propriété de Pythagore :
$IJ^2 + IK^2 = JK^2$ soit $JK^2 = 4^2 + 3^2 = 9 + 16 = 25.$
Donc JK = 5 cm.

R2 : IJK est rectangle en I et l'hypoténuse JK a pour milieu O. D'après une des propriétés du triangle rectangle, O est donc le centre du cercle circonscrit au triangle IJK. On a OI = OJ.
Or $OJ = \frac{JK}{2} = \frac{5}{2}$ d'où $OI = \frac{5}{2}$

Exercice2 : Soit la figure suivante :



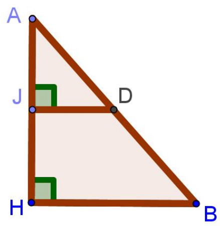
Q1 : Quelle est la nature du triangle AMB ?
Q2 : Calculer la mesure de l'angle MAB

R1 : Le triangle AMB est inscrit dans le demi cercle et son coté AB est un diamètre de ce demi cercle. D'après une propriété des triangles rectangles, AMB est rectangle en M .

R2 : Les angles ABM et MAB sont complémentaires.

soit $\boxed{mes\,\widehat{MAB} = 90° - mes\,\widehat{MBA}}$ $\boxed{mes\,\widehat{MAB} = 50°}$

Exercice :



Considerer l' esquisse ci-dessous :
1/ Démontrer que (DJ)//(BH) .
2/Démontrer que : $mes\widehat{ADJ} = mes\widehat{ABH}$
3/Démontrer que les triangles ADJ et AHB sont semblables .
4/ Sachant que la surface du triangle ABH est égale a $98cm^2$ et que $\frac{AD}{AB} = \frac{5}{7} = 0.7$ déduire la surface du triangle ADJ .

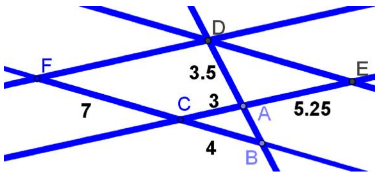
Résolution :

1. Avec le codage, on a : (DJ) ⊥(AH) et (BH) ⊥(AH). On peut donc conclure que (DJ)//(AH)
2. $\widehat{ADJ}$ .et. $\widehat{ABH}$ sont des angles correspondants formés par les droites (DJ) et (BH). Or (DJ) // (BH) donc $mes\widehat{ADJ} = mes\widehat{ABH}$
3. $mes\,\widehat{DAJ} = mes\,\widehat{BAH}$
   $mes\,\widehat{DJA} = mes\,\widehat{BHA} = 90°$
   Les angles des triangles ADJ et AHB sont égaux. ADJ et AHB sont donc semblables
4. ADJ et AHB étant semblables, on a :

$$A_{ADJ} = k^2 \times A_{ABH} \quad avec\, k = \frac{5}{7}$$

$$A_{ADJ} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 \times 98 = \frac{25}{49} \times 98 = 50cm^2$$

Exercice: On reprend l'exercice précédent .



∗ Les points F, C et B sont alignés dans cet ordre
∗ Les segments [CE] et [BD] se coupent au point A;
∗ Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

∗ AB = 2 et DE = 7

Q : Démontrer que (AC) et (DF) sont parallèles

R : Considérons les 3 points non alignés A, B et C de la figure. F ϵ (BC) et D ϵ (AB) et F et D sont positionnés du même coté par rapport à (BC) et (AB).
D'une part on a :

$$\frac{BF}{BC} = \frac{BC + CF}{BC} = \frac{7+4}{4} = 2.25$$

Et d'autre part on a :

$$\frac{AD}{BA} = \frac{BA + AD}{BA} = \frac{2+3.5}{2} = 2.25$$

Nous remarquons donc que :

$$\frac{BF}{BC} = \frac{AD}{BA}$$

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, nous pouvons donc conclure que les droites (AC) et (DF) sont parallèles.