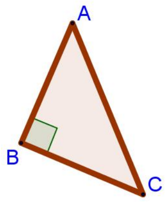
Triangle rectangle

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Définition : Un triangle rectangle est un triangle ayant 2 cotés perpendiculaires.

Vocabulaire :



- AB et BC sont les 2 cotés perpendiculaires ; $mes\ \widehat{ABC} = 90°$
On dit que le triangle ABC est rectangle en B
- Le coté AC est appelé l'hypoténuse du triangle rectangle ABC

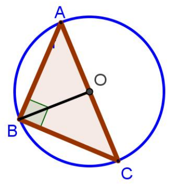
$\frac{1}{2} \times AB \times BC$

Propriétés :

- Les angles en A et en C sont complémentaires ;
- La du triangle ABC vaut :

Théorèmes :

- Si un triangle inscrit dans un cercle a pour coté un des diamètres du cercle alors ce triangle est rectangle et ce coté est son hypoténuse.

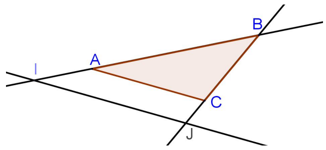


- **Théorème de Pythagore**
Si un triangle est rectangle alors la somme des carrés des cotés supports de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse.
- **Réciproque de Pythagore**
Si un triangle est tel que la somme des carrés des deux plus petits cotés est égal au carré du plus grand coté

Propriété de Thalès

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Enoncé :
Soit ABC un triangle, I un point de la droite (BA) et J un point de la droite (BC) tel que (IJ)//(AC). On a :



$$\frac{BI}{BA} = \frac{BJ}{BC} = \frac{IJ}{AC}$$

Méthode : Utiliser la propriété de Thalès

Q1 : A quoi sert la propriété de Thalès ?
R1 : A calculer des longueurs de segments manquants

Q2 : Que dois-je déjà avoir ?
R2 : une situation de Thalès (fig. ci-dessus):

- 3 points de départ non alignés et 2 nouveaux points appartenant chacun à une droite construite à partir des 3 premiers points.
- La droite formée par les 2 nouveaux points doit être parallèle à une droite formée par 2 des points de départ.

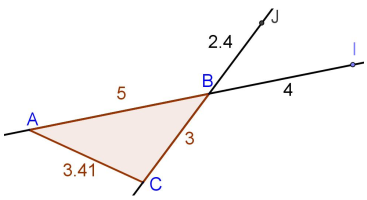
Q2 : Que puis-je faire une fois que j'ai les 2conditions précédentes ?

Réciproque de Thalès

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Enoncé :
Soit ABC un triangle, I un point de la droite (BA) et J un point de la droite (BC) tel que la position de I par rapport à BA est la même que celle de J par rapport à BC.

Si $\frac{BI}{BA} = \frac{BJ}{BC}$ alors (IJ) // (AC).



La position de I par rapport à BA est la même que celle de J par rapport à BC.

$\frac{BI}{BA} = \frac{4}{5} = 0.8$ et $\frac{BJ}{BC} = \frac{2.4}{3} = 0.8$

Q1: A quoi sert la réciproque de Thalès ?
R1 : A prouver que deux droites sont parallèles

Q2 : Que dois-je déjà avoir ?
R2 : une situation de Thalès (fig. ci-dessus) :

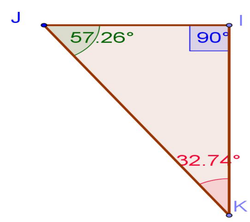
- 3 points de départ non alignés et 2 nouveaux points appartenant chacun à une droite construite à partir de 2 des 3 premiers points et positionné du même coté.
- La longueur de quelque segments

Q2 : Que puis-je faire une fois que j'ai les 2conditions précédentes ?
R2 : Je calcule séparément les deux rapports et je les compare. S'ils sont égaux alors les deux droites sont parallèles sinon les droites ne sont pas parallèles.

Trigonométrie

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Compléments
Soit IJK un triangle rectangle en I. L'angle en I est un angle de 90° et les deux autres angles du triangle sont aigus (inférieurs à 90°).



- JK représente l'hypoténuse de ce triangle.
- Angle aigüe J : IK est appelé coté opposé à cet angle et IJ son coté adjacent.
- Pour l'angle en K, IJ représente le coté opposé et IK son coté adjacent.

Formules à retenir

- **Sinus de l'angle aigüe α noté sin α** le quotient du coté opposé à l'angle α sur l'hypoténuse
- **Cosinus de l'angle aigüe α noté cos α** le quotient du coté adjacent à l'angle α sur l'hypoténuse
- **Tangente de l'angle aigüe α noté tan α** le quotient du coté opposé à l'angle α sur le coté adjacent.

$$\sin \alpha = \frac{\text{Coté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}} ;\ \cos \alpha = \frac{\text{Coté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}} ;\ \tan \alpha = \frac{\text{Coté opposé à } \alpha}{\text{Coté adjacent à } \alpha}$$

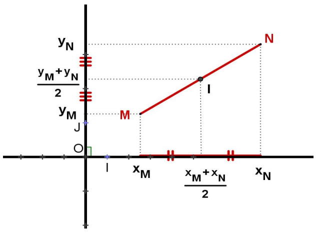
Astuce : Ces 3 formules sont résumées dans le mot **SOH CAH TOA** : S pour sinus, C pour cosinus, T pour tangente, O pour opposé, A pour adjacent et H pour hypoténuse

Repérage : Coordonnées d'un point

Lecture graphique :

- Pour lire **l'abscisse x d'un point** je trace **la parallèle à l'axe des ordonnées** passant par ce point et je note la graduation correspondante sur l'axe des abscisses.
- Pour lire **l'ordonnée y d'un point** je trace **la parallèle à l'axe des abscisses** passant par ce point et je note la graduation correspondante sur l'axe des ordonnées.
- On note alors $\boxed{M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \; ou \; M(x\;;\;\; y)}$

Formules utiles :



Soit M et N 2 points distincts du plan.

∗ Soit **I le milieu du segment** [MN] ; on a :

$$\boxed{I\begin{pmatrix}\dfrac{x_M+x_N}{2}\\[2mm]\dfrac{y_M+y\_N}{2}\end{pmatrix}}$$

∗ **La distance MN** vaut :

$$\boxed{MN=\sqrt{(x_N-x_M)^2+(y_N-y_M)^2}}$$

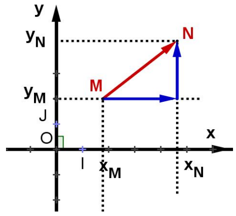
Repérage : Vecteurs du plan

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Définition :

Soit M et N 2 points du plan de coordonnées :
$M(x_M\;;\;\; y_M)$ et $N(x_N\;;\;\; y_N)$
alors le vecteur $\overrightarrow{MN}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}x_N-x_M\\y_N-y_M\end{pmatrix}$$



∗ **Egalité de deux vecteurs**

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=x_D-x_C\\y_B-y_A=y_D-y_C\end{cases}$$

∗ **Vecteurs orthogonaux**

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\perp\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\Leftrightarrow xx'+yy'=0$$

∗ **Vecteurs colinéaires**

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}//\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\Leftrightarrow\vec{u}=k\vec{v}\;ou\;xy'-yx'=0$$

∗ **Vecteurs et parallélogramme**

Un quadrilatère ABCD est un parallélogramme si et seulement si : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

∗ **Vecteurs et alignements de points**

3 points I, J, et K sont alignés si et seulement si 2 vecteurs formés à partir de 2 de ces 3 points sont colinéaires. On a : $\overrightarrow{IJ}\;//\;\overrightarrow{JK}\;\; ou \;\; \overrightarrow{KI}\;//\;\overrightarrow{JK}\;\; ou \ldots$

Solides de l'espace : Généralités

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

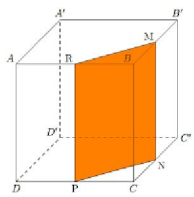
Définition et vocabulaire :

Une pyramide est un solide tel que :

- Les faces latérales ont un sommet en commun qui est le sommet de la pyramide.
- La base est un polygone et c'est la seule face ne contenant pas le sommet de la pyramide
- La hauteur d'une pyramide désigne la droite passant par le sommet de la pyramide et perpendiculaire à la base ou pour les calculs la longueur du segment joignant le sommet de la pyramide au pied de la perpendiculaire précédente.

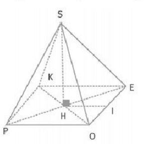
Conseils :

Lorsqu'on dessine un objet de l'espace, la figure diffère de la réalité.



Ainsi sur le cube ci contre on a :

- AA' = AB et AA' ⊥ AB
- DD' ⊥ DC et DD' = DC
- MN ⊥ NC

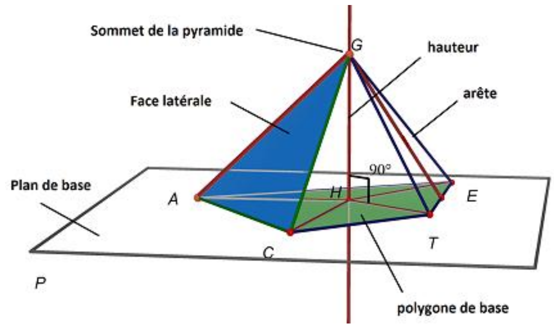


D'après la définition de la hauteur d'une pyramide :
SH ⊥ HE; SH ⊥ HK; SH⊥HO.
Il est donc très important de connaitre les propriétés des figures de l'espace car le dessin n'est jamais en vrai grandeur

Pyramides : Généralités

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Définition et vocabulaire :



Une pyramide est un solide de l'espace tel que :

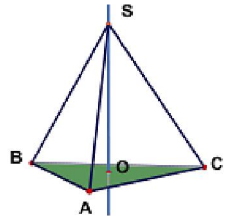
- Les faces latérales ont un sommet en commun qui est le sommet de la pyramide.
- La base est un polygone et c'est la seule face ne contenant pas le sommet de la pyramide
- La hauteur d'une pyramide désigne la droite passant par le sommet de la pyramide et perpendiculaire à la base.
- L'aire latérale représente la somme des surfaces de toutes les faces latérales.

$$V_{pyramide}=\frac{1}{3}S_{base}\times hauteur$$

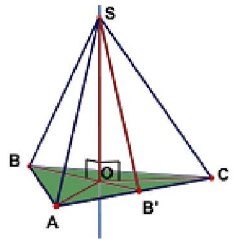
Pyramides régulières

Définition :

Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est un polygone régulier et les faces latérales sont des triangles isocèles.



La pyramide SABC ci contre est une pyramide régulière de base ABC et de sommet S. Ainsi, on a : BC = AB = AC. De même, les triangles SAB, ABC et SAC sont des triangles isocèles.



Propriétés :

- SO représente la hauteur de la pyramide et O le centre du polygone de base. Soit B' le milieu de AC : On a :

$$BO = \frac{2}{3}BB'$$

- La droite SB' est appelée apothème de la pyramide SABC.
- On a :

$$V_{pyramide} = \frac{1}{3}S_{base} \times hauteur$$

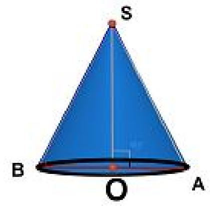
$$S_{latérale} = \frac{\mathscr{P}_{base} \times apothème}{2}$$

Cône de révolution

Agence de Consolidation des Technologies de l'Education

Définition :

Un cône de révolution est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.



Un cône de révolution est constitué de :

- un disque représentant la base du cône
- D'une surface courbe (en bleue sur le figure) appelée surface latérale
- Le point S est le sommet et SO représente la hauteur du cône.
- Les cotés SA et SB sont appelés génératrices du cône

Formules utiles :

$$V_{cône} = \frac{1}{3}A_{base} \times hauteur = \frac{1}{3}OA^2 \times \pi \times SO$$

$$A_{latérale} = \frac{1}{2}P_{base} \times SA = OA \times \pi \times SA$$