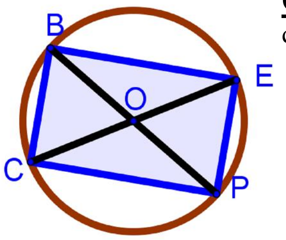
Exercice : [PB] et [CE] sont deux diamètres d'un cercle de centre O.



Q: Quelle est la nature du quadrilatère BEPC ?

R: Nature de BEPC

* [BP] et [EC] diagonales du quadrilatère BEPC ont même milieu. Le quadrilatère BEPC est donc un parallélogramme.
* De plus [BP] et [EC] étant 2 diamètres d'un même cercle, ils ont la même longueur. Les diagonales du parallélogramme BEPC ont donc la même longueur ; **le parallélogramme BEPC est donc un rectangle.**

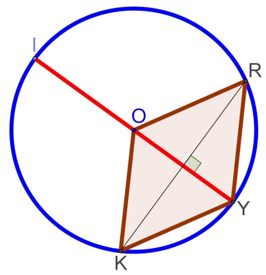
RÉVISION RAPIDE

Exercice :

On considère un cercle C de centre O et de diamètre 8cm.
I et Y sont 2 points diamétralement opposés ; K est un point de C tel que YK =4 cm .
On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IY).

1. Faire une figure
2. Démontrer que le quadrilatère ROKY est un losange

Solution :



2. Démontrons que ROKY est un losange

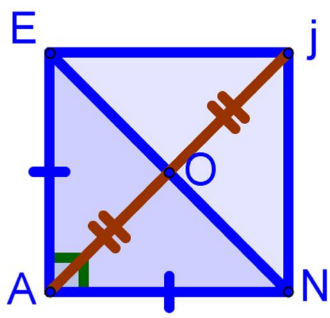
* Les points R et K étant sur le cercle de centre O et de rayon 4 cm on a : OR = OK = 4 cm. De plus on a YK = 4 cm.
* Calculons RY.

Le point Y est son propre symétrique par rapport à la droite (IY) et d'après les données, R est le symétrique de K par rapport à (IY). Donc l'image du segment [YK] par la symétrie d'axe (IY)est le segment [RY]. Or la symétrie axiale conserve les distances donc : RY = YK = 4 cm.

* En définitif, dans le quadrilatère ROKY, on a : RO = OK = KY = YR. ROKY est donc un losange

RÉVISION RAPIDE

Exercice : On considère la figure codée ci contre :



ANE est un triangle rectangle isocèle en A et O est le milieu du segment [EN].
J est le symétrique de A par rapport à O.

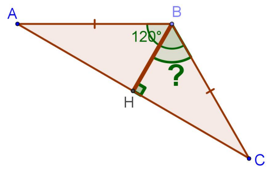
Q: Montrer que le quadrilatère JEAN est un carré ?

Démonstration

* Dans le quadrilatère JEAN, O est le milieu de la diagonale [EN] et O est également le milieu de la diagonale [AJ]. En conclusion le quadrilatère JEAN est un parallélogramme.
* Aussi, d'une part nous avons le triangle ANE étant isocèle en A on a : AN = AE . 2 cotés consécutifs du parallélogramme JEAN sont de même longueurs. Le parallélogramme JEAN est donc un losange
* D'autre part, le triangle ANE étant rectangle en A on a : (AN) $\perp$(AE). 2 cotés consécutifs du parallélogramme JEAN sont perpendiculaires. Le parallélogramme JEAN est donc un rectangle.
* En conclusion, le quadrilatère JEAN étant **à la fois rectangle et losange, c'est un donc un carré.**

RÉVISION RAPIDE

Exercice1 : Construire un triangle ABC isocèle en B tel que AB = 5 cm et $mes(\widehat{ABC}) = 120°$



On appelle H le pied de la hauteur issue de B.

Q1 : Que représente le point H pour le segment [AC] ?

Q2: Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HBC}$

R1 : Dans le triangle ABC, [BH) représente la hauteur issue du sommet B. Comme ce triangle est isocèle en B, [BH) représente également la médiane issue du sommet B. H est donc le milieu du coté [AC].

R2 : De même dans le triangle BAC isocèle en B, la hauteur [BH) issue de B représente également la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$. On a alors : $mes(\widehat{HBC}) = \frac{1}{2} mes(\widehat{ABC}) = 60°$

RÉVISION RAPIDE

Exercice

L'unité de longueur est le centimètre

ABC est un triangle tels que :

AB=9 ; BC=12 ; AC=15

Determiner la nature exacte du triangle ABC

Resolution

En regardant les différentes longueurs données , le triangle ABC **semble être quelconque** car AB≠AC≠BC

Calculons

s

$AC^2 = 15^2 = 225$ et $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Par conséquent ,

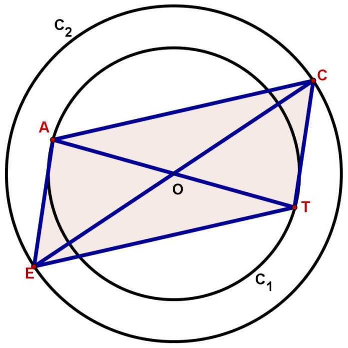
d'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle ABC est rectangle en **B**

RÉVISION RAPIDE

Exercice : Soit O un point du plan. Construire deux cercles C_1 et C_2 qui ont pour centre O mais de rayon différents. Construire ensuite un diamètre [AT] de C_1 et un diamètre [CE] de C_2 tels que A, T, C, et E ne soient pas alignés. Quelle est la nature du quadrilatère ACTE ? Justifier votre réponse.

Résolution :

- [AT] est un diamètre du cercle C_1 de centre O donc O est le milieu du segment [AT].



- De même [CE] est un diamètre du cercle C_2 de centre O donc O est le milieu du segment [CE].

Dans le quadrilatère ACTE, les segments [AT] et [CE] qui représentent des diagonales se coupent en leur milieu.

Donc

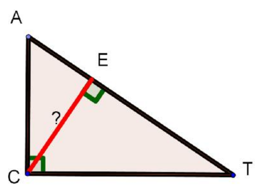
Le quadrilatère ACTE est donc un parallélogramme.

RÉVISION RAPIDE

Exercice

ACT est un triangle rectangle en C . La perpendiculaire a [AT] passant par C coupe (AT) en E .

On donne :le AC=8cm ; CT= 6cm ; AT=10 cm



1/Comment appelle t - on le cote [AT] ?

2/Que représente (CE) pour le triangle ACT ?

Quelle propriété peut-on utiliser pour calculer CE ? Calculer CE .

3/ Préciser les trois hauteurs de ACT . Quel est le point commun des trois hauteurs ?

Comment l'appelle t-on ?

4/Place le point I milieu de [AT] ; Que représente le point I ?

Construire le cercle circonscrit au triangle ACT .

Resolution

Q1: [AT] est l'hypotenuse du triangle ACT .

Q2 :(CE) représente la hauteur du triangle ACT .

Pour Calculer CE on utilise la propriété métrique .

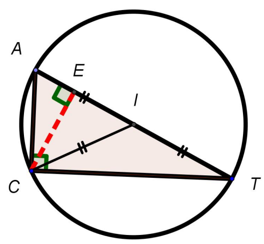
D'après la propriété métrique , on a :

$AC \times CT = CE \times AT$ Equivaut a $8 \times 6 = 10 \times CE$

CE=4,8

3/Hauteurs de ACT : (AC),(CT) et (CE). Elles ont pour point commun C . C est encore appelé orthocentre .

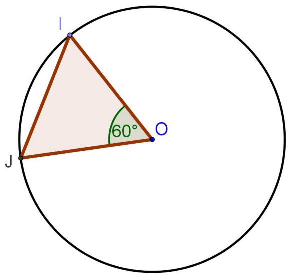
4/Le point I milieu de l'hypotenuse [AT] représente le centre du cercle circonscrit au triangle ACT .



RÉVISION RAPIDE

Exercice : Construire un cercle de centre O et marquer sur ce cercle 2 points I et J tels que $mes\,\widehat{IOJ} = 60°$

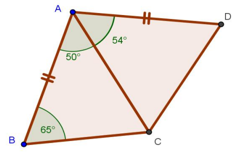
Q : Montrer que le triangle IOJ est équilatéral.



R : Les points I et J sont sur le cercle de centre O donc OI et OJ sont des rayons du cercle; on a alors OI = OJ. Le triangle IOJ est donc un triangle isocèle.
De plus l'angle en O du triangle IOJ a pour mesure 60°. D'après une propriété du triangle équilatéral, on conclut donc que OIJ est un triangle équilatéral.

RÉVISION RAPIDE

Exercice : Soit la figure suivante :



Q1 : Quelle est la nature du triangle ABC ?

Q2 : Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$

R1 : Dans le triangle ABC, on connait déjà deux angles. Leur somme est égale à : **50° + 65° = 115°**.

Et comme la somme des angles dans un triangle vaut toujours 180° ; on a : $mes\,\widehat{BCA} = 180° - 115° = 65°$

Ainsi, on constate que dans le triangle ABC les angles en B et en C sont égaux à 65°. Le triangle ABC est donc un triangle isocèle en A.

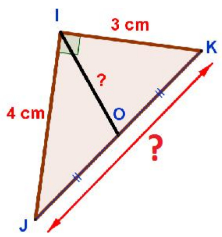
R2 : D'après la question 1 on a : AB = AC. (car ABC est isocèle en A). De plus d'après le codage de la figure on a : AB = AD. On conclut donc que AC = AD : le triangle ACD est isocèle en A; ses deux angles à la base sont égaux :

$$mes\,\widehat{ACD} = mes\,\widehat{ADC}$$

La somme des angles à la base est **180°— 54° = 126°.** Donc l'angle $\widehat{ADC}$ vaut **126 : 2 = 63°**.

RÉVISION RAPIDE

Exercice1 : On considère la figure codée suivante.



Q1 : Calculer la longueur du coté JK
Q2 : Calculer OI

R1 : Le codage de la figure révèle que le triangle IJK est rectangle en I , on a d'après la propriété de Pythagore :

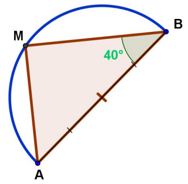
$IJ^2 + IK^2 = JK^2 \text{ soit } JK^2 = 4^2 + 3^2 = 9 + 16 = 25.$

Donc JK = 5 cm.

R2 : IJK est rectangle en I et l'hypoténuse JK a pour milieu O. D'après une des propriétés du triangle rectangle, O est donc le centre du cercle circonscrit au triangle IJK et OI, OJ et OK sont des rayons de ce cercle : On a : OI=OJ = OK
Or $OJ = \frac{JK}{2} = \frac{5}{2}$ d'où $OI = \frac{5}{2}$

RÉVISION RAPIDE

Exercice2 : Soit la figure suivante :



Q1 : Quelle est la nature du triangle AMB ?
Q2 : Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MAB}$

R1 : Le triangle AMB est inscrit dans le demi cercle et son coté [AB]est un diamètre de ce demi cercle. D'après une propriété des triangles rectangles, AMB est rectangle en M .

R2 : La somme des angles dans un triangle vaut 180°. Le triangle AMB étant rectangle en M, l'angle en M vaut déjà 90° et 180° - 90° = 90°.
Les angles $\widehat{ABM}$ et $\widehat{MAB}$ sont complémentaires.

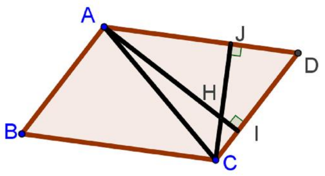
Soit $\boxed{mes\,\widehat{MAB} = 90° - mes\,\widehat{MBA}}$

D'où

$$\boxed{mes\,\widehat{MAB} = 50°}$$

RÉVISION RAPIDE

Exercice : Dans le figure ci-dessous ABCD est un parallélogramme. H est le point d'intersection des droites (AI) et (CJ)



Q1 : Que représente le point H pour le triangle ACD ?

Q2 : Montrer que (DH) est perpendiculaire à (AC)

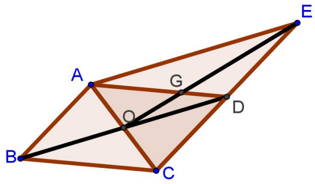
R1 : D'après le codage de la figure, (CJ) est perpendiculaire à (AD) et (AI) est perpendiculaire à (CD).
Dans le triangle ACD, les droites (CJ) et (AI) représentent donc les hauteurs issues des sommets A et C. Comme ces 2 hauteurs se coupent au point H, H est donc l'orthocentre du triangle ACD.

R2 : Les trois hauteurs d'un triangle étant concourantes, le point H appartient donc à la hauteur issue de D.
En conclusion La droite (DH) est la hauteur issue de D. D'après la définition d'une hauteur elle est donc perpendiculaire au coté opposé à D soit (AC).

On a ainsi $(DH) \perp (AC)$

RÉVISION RAPIDE

Exercice : Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Soit E le symétrique du point C par rapport à D et soit G le point d'intersection des droites (AD) et (OE).



Q1 : Que représente le point G pour le triangle AEC ?

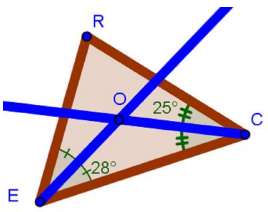
Q2 : En déduire que la droite (CG) coupe le segment [AE] en son milieu.

R1 : Si O est le centre du parallélogramme ABCD alors O est le milieu de la diagonale [AC]. De plus si E est le symétrique de C par rapport à D alors D est le milieu du segment [CE]. Dans le triangle AEC, [AD) et [EO) représentent donc les médianes issues des sommets A et E. Ils se coupent en G d'où le point **G est le centre de gravité du triangle AEC**.

R2 : Comme les 3 médianes d'un triangle sont toujours concourantes, [CG) représente alors la médiane issue de C. Elle coupe donc le coté opposé à C soit [AE] en son milieu.

RÉVISION RAPIDE

Exercice : on considère la figure codée suivante



Q1 : Que représente le point O pour le triangle REC ?

Q2 : Calculer $mes\,\widehat{ERO}$

R1 : La demie droite [EO) partage l'angle en $\hat{E}$ en deux angles adjacents de mêmes mesure. Elle représente donc la bissectrice issue de E du triangle REC.
De même, la demie droite [CO) représente la bissectrice issue de C du triangle REC.
Dans le triangle REC, O représente donc le point d'intersection des bissectrices issues de E et C.
O est donc le centre du cercle inscrit dans le triangle REC.

R2 : Le point O appartient également à la bissectrice issue de R qui passe également par le point R. La demie droite [RO) représente donc la bissectrice issue de R. Elle partage donc l'angle en R en deux angles de même mesure. On a : $mes\left(\widehat{ERO}\right)=\frac{1}{2}mes\left(\widehat{ERC}\right)$

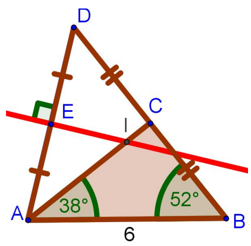
Or l'angle en R du triangle ERC peut se calculer en utilisant le fait que la somme des angles dans un triangle est égale à 180 ° :

$$mes\left(\widehat{ERC}\right)=180°-\left(28\times2+25\times2\right)=74°$$

Soit donc $mes\left(\widehat{ERO}\right)=\frac{74}{2}=37°$

RÉVISION RAPIDE

Exercice : Soit la figure codée suivante. I est le point d'intersection de la droite (AC) et de la médiatrice du segment [AD].



Q1: Prouver que (AC) $\perp$ (BD) et déduire ce que représente (AC) pour le segment [BD].

Q2: Que représente le point I pour le triangle ABD.

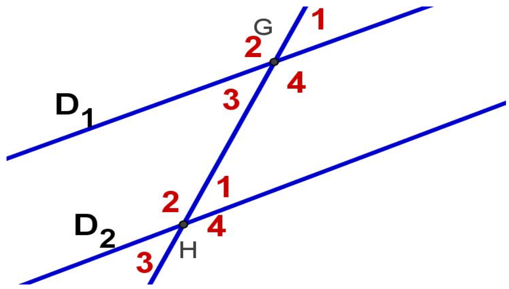
R1: Dans le triangle ABC, comme la somme des angles vaut 180°, l'angle en C vaut 180° - (38° + 52°) soit 90°. La droite (AC) est donc perpendiculaire à (BD).
De plus, d'après le codage, C est le milieu de [BD]; la droite (AC) est donc la médiatrice du segment [BD].

R2 : Considérons le triangle ABD. (AC) est la médiatrice du coté [BD]et (IE) la médiatrice du coté[AD]. Ces deux médiatrices se coupant en I, I est donc le centre du cercle circonscrit au triangle ABD.

RÉVISION RAPIDE

Soit la figure suivante

Q1 : Retrouver sur la figure ci-contre tous les angles opposés par le sommet, les angles alternes internes et les angles correspondant.



R1 : Résumons dans le tableau ci-dessous.

Opposés par le sommet	Alternes internes	Correspondants
G_1 et G_3	G_3 et H_1	G_1 et H_1
G_2 et G_4	G_4 et H_2	G_4 et H_4
H_1 et H_3		G_2 et H_2
H_2 et H_4		G_3 et H_3

Q2 : On suppose maintenant $(D_1) // (D_2)$ et que l'angle $\hat{G}_1$ mesure 35°. Calculer les ,mesures de tous les autres angles de la figure

R2 : Deux angles opposés par le sommet ont toujours la même mesure. Et si les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles alors les angles alternes internes et les angles correspondants sont aussi de même mesure.

On a alors avec le tableau précédent :

- $mes\hat{G}_3 = mes\hat{G}_1 = 35°$; $\hat{G}_1$ et $\hat{G}_3$ sont opposés par le sommet
- $mes\hat{H}_1 = mes\,\hat{G}_3 = 35°$; $\hat{H}_1$ et $\hat{G}_3$ sont alternes internes
- $mes\hat{H}_3 = mes\,\hat{H}_1 = 35°$; $\hat{H}_3$ et $\hat{H}_1$ sont opposés par le sommet

Aussi, les **angles $\hat{G}_1$ et $\hat{G}_2$ sont supplémentaires** (car ils forment un angle plat) ; on a donc :$mes\,\hat{G}_1 + mes\,\hat{G}_2 = 180°$ soit $mes\hat{G}_2 = 180° - mes\hat{G}_1 = 180° - 35° = 145°$.

On a donc : $mes\,\hat{G}_2 = mes\hat{G}_4 = mes\,\hat{H}_2 = mes\,\hat{H}_4 = 145°$

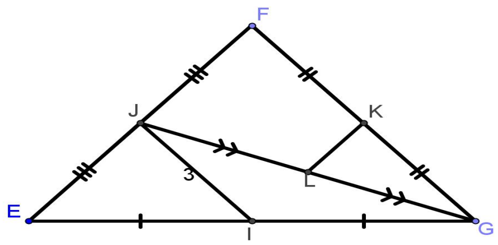
- $mes\,\hat{G}_2 = mes\hat{G}_4 = 145°$; $\hat{G}_4$ et $\hat{G}_2$ sont opposés par le sommet
- $mes\hat{G}_4 = mes\,\hat{H}_2 = 145°$; $\hat{G}_4$ et $\hat{H}_2$sont alternes internes

$mes\,\hat{H}_2 = mes\,\hat{H}_4 = 145°$; $\hat{H}_4$ et $\hat{H}_2$ sont opposés par le sommet

Remarque : C'est le parallélisme des droites (D_1) et (D_2) qui fait dire ici que les angles alternes internes sont égaux. Il en est de même pour les angles correspondants.

Exercice :

Sur la figure ci contre, EF = 8 cm et IJ = 3 cm



Q : Calculer les longueurs de FG et LK

R :

∗ Dans le triangle EFG de la figure, I est le milieu de [EG] et J est le milieu de [EF]. (IJ) est donc une droite des milieux du triangle. D'après une propriété de la droite des milieux, IJ a pour longueur la moitié du coté [FG] soit encore FG = 2 IJ.

FG = 6 cm.

∗ Dans le triangle FJG, d'après le codage de la figure, L est le milieu de [JG] et K est le milieu de [FG]. D'après une propriété de la droite des milieux, LK a pour longueur la moitié du troisième coté [JF]. Or J étant le milieu de [EF] on a :

$JF = \frac{8}{2} = 4cm$ D'où $LK = \frac{4}{2} = 2cm$

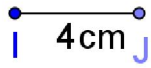
Remarque : Le codage d'une figure peut contenir des informations aidant à répondre aux questions : (Distances égales, angles égaux, milieu d'un segment, droites perpendiculaires etc.).

Q1 : Construire un triangle IJK tel que :

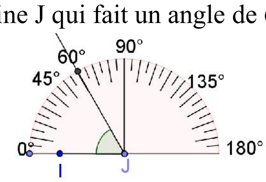
$$IJ = 4cm, mes\,\widehat{IJK} = 60°.mes\,\widehat{JIK} = 35°$$

R1 : Il faut tout d'abord établir une suite d'étapes permettant de réaliser la figure avec les données :

- On trace avec une règle graduée un segment [IJ] de longueur 4cm



- Avec un rapporteur dont le centre est placé en J on trace une demi-droite d'origine J qui fait un angle de 60° avec le [IJ]



- Avec le rapporteur cette fois ci placé en I, on trace la demi-droite d'origine I faisant un angle de 35° avec le segment [IJ]. Le point K est situé à l'intersection des 2 demi-droites.