UNITE I : ARITHMETIQUE (20 HEURES)

DOCUMENTS D'ENTREE

OBJECTIF GENERAL :

- Appliquer les règles de calcul relatives aux nombres, aux fractions, aux partages inégaux et à l'épargne.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

- ✓ Effectuer des opérations sur les nombres entiers, décimaux et complexes, et les fractions.
- ✓ Résoudre des problèmes sur les partages inégaux, les mouvements uniformes et l'épargne.

PLAN DU COURS

PARTIE I : LES NOMBRES

I – LES NOMBRES ENTIERS

II – LES NOMBRES DECIMAUX

1. Notion de nombre décimale
2. Propriétés
3. Lecture
4. Ecriture des nombres décimaux

III – OPERATIONS SUR LES NOMBRES

1. L'addition
2. La multiplication
3. La division
4. Preuve par 9 sur les 4 opérations
5. La règle de trois

PARTIE II : LES FRACTIONS

I – NOTION DE FRACTION

1. Exemple pratique
2. Définition
3. Fractions décimales
4. Ecriture d'une fraction ordinaire en fraction décimale

II – OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

1. Comparaison des fractions

2. Calcul de la vitesse
3. Calcul de la durée

PARTIE VI : ETUDES DES INTERVALLES, DES SURFACES AUGMENTEES OU DIMINUEES

I – LES DIFFERENTS TYPES D'INTERVALLES

II - SURFACES DIMINUEES OU AUGMENTEES

PARTIE VII : L'EPARGNE

I – GENERALITES

II - OPERATIONS SUR L'EPARGNE

1. Calcul de l'intérêt
2. Calcul du taux
3. Calcul du capital
4. Calcul de la durée du placement

PRE-TEST

1. Quelle unité représente chacun des chiffres des nombres suivants :

27154409 ; 41297568

2- Ecrire en lettres et en chiffres les nombres dont les unités sont :

a) 8 unités de milliards, 9 dizaines de millions, 2 centaines de mille, 6 dizaines de mille et 5 dizaines simples.

b) 8 unités de milliards et 8 unités décimales.

3- Ecrire en toutes lettres les nombres suivants :

a) 40 56 120

b) 5 010 384 061

c) 32 190 000 004

d) 125 475,009

4- Posez et effectuez les opérations suivantes :

a) 912,759 – 789,887 =

b) 334, 098 : 20,7 =

c) 47,508 x 70,086 =

5-Posez et effectuez ces opérations

a) 4/5 + 11/3 – 3/2 =
b) 11/6 x 3/5 =
c) 11/4 : 5/3 =

Comparez les opérations a et b, b et c, a et c

6- Effectuez ces operations:

7 h 40 mn 21 s + 3 h 16 mn 45 s + 2 h 4 mn 36 s =

18 h 15 mn 13 s -15 h 43 mn 29 s =

3 h 45 mn x 7 =

1 h 39 mn : 4 =

7- La longueur du jardin de l'école est le triple de sa largeur. Son périmètre est de 240 m. Quelles sont ses dimensions ?

8- Trois agriculteurs font venir de l'engrais qu'ils se partagent comme suit : 6 tonnes ; 2 500 kilogrammes et 3 500 kilogrammes. Sachant que le transport a coûté 36 000 francs, calculer la part de transport que chaque agriculteur doit payer.

9- Un train roule à la vitesse de 18,5 m par seconde. Quelle est sa vitesse en kilomètres par heure ? Il a 222 m de long. Combien de temps met-il pour passer devant un observateur immobile ?

10- Deux automobiles roulent dans le même sens. La première dispose d'une avance de 25 km et roule à la vitesse de 68 km/h. Elle est rejointe par la seconde au bout de 1 h 40 mn. Quelle est la vitesse de la seconde voiture ?

11- Quel est le chemin parcouru au cours d'un labour d'un champ rectangulaire de 118 m de long et 72 m de large si les sillons ont chacun 25 cm de large et sont tracés dans le sens de la longueur ?

-Cette distance est-elle la même si les sillons sont tracés dans le sens de la largeur ?

12- Une personne dispose d'un capital de 300 000 F. Elle le partage en deux parts de telle sorte que l'une dépasse l'autre de 20 000 F. Quel intérêt annuel rapporte chacune de ces parts si la plus grande est placée à un taux de 4% et la plus petite à 5% ?

13- Un jeune instituteur achète une bicyclette neuve à 72 000 F. Il paie 1/3 à la livraison et le reste augmenté de 12,5% est payable en 6 mensualités.

a) Quel est le montant de chaque mensualité ?
b) Quel est le prix de revient de la bicyclette ?

CORPS DE L'UNITE

PARTIE I : LES NOMBRES

Définition :

La numération est le système de désignation orale, écrite des nombres. Elle étudie les chiffres et les nombres. La numération parlée a pour objet de nommer les nombres alors que la numération écrite a pour but de les écrire.

I- LES NOMBRES ENTIERS

- **Les chiffres et les nombres**

Pour compter, dénombrer, classer, mesurer des grandeurs, … on utilise des nombres. Ainsi, dans la phrase « notre école a douze (12) classes et compte quatre cent soixante-quinze (475) élèves dont trois cent deux (302) garçons et cent soixante treize (173) filles », quatre cent soixante-quinze, trois cent deux, douze et cent soixante-treize sont des nombres.

Certains sont des mots simples (douze) et d'autres sont des mots composés (quatre cent soixante-quinze, trois cent deux…).

Les nombres s'écrivent avec des chiffres. Le chiffre est donc un caractère, un symbole ou un signe utilisé pour représenter les nombres. Il ya dix chiffres qui sont :

Zéro	Un	Deux	Trois	Quatre	Cinq	Six	Sept	Huit	Neuf
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- **Ecriture des nombres en lettres**

- On met un trait d'union entre les parties du nombre qui sont plus petites que cent neuf sauf si ces parties sont jointes par la conjonction « et » qui remplace alors le trait d'union. Exemples : dix-huit, quarante-neuf, mais on dit : Cent un, mille un,…
- La conjonction "et" ne s'emploie que pour joindre un aux dizaines (21, 31, 41, 51, 61, 71), sauf 81 et 91.

Ainsi, on dit : **51**, cinquante et un ; **21**, vingt et un, trente et un. Mais : **81**, quatre-vingt-un ; **91**, quatre-vingt-onze

- les nombres vingt et cent sont invariables lorsqu'ils sont suivis d'autres nombres, mais prennent la marque du pluriel quand ils sont à la fin d'un nombre.

Exemples : **975** neuf cent soixante-quinze

682 six cent quatre-vingt-deux

500 cinq cents

180 cent quatre-vingts

Cependant 120, 5 100, … s'écrivent : cent vingt, cinq mille cent.

Lorsque *cent* est suivi de million ou milliard il s'accorde avec le nom qu'il précède (deux cents millions).

Lorsque *cent* est un adjectif numéral ordinal, il ne prend pas la marque du pluriel.

Exemple la page deux cent (la deux centième page).

- Le nombre mille est invariable

- Million et milliard suivent la règle du pluriel des noms.

NB : Les rectifications orthographiques de 1990 de l'Académie française recommandent de mettre un trait d'union entre les adjectifs numéraux composés. Par exemple, on peut écrire indifféremment : vingt et un ou vingt-et-un ; mille un ou mille-un…

- **Ecriture romaine**

La numérisation romaine utilise 7 chiffres qui sont :

I	V	X	L	C	D	M	ce qui correspond à
1	5	10	50	100	500	1 000	

- **Système additif.**

a) Plusieurs chiffres de même signe écrits à la suite l'un de l'autre s'ajoutent :

II	XXX	CC	MMMM
2 (1+1)	30 (10+10+10)	200 (100+100)	4 000

b) Tout chiffre écrit à la droite d'un plus grand s'ajoute à celui-ci

XI	XV	CCCXXV	MDLV
11 (10+1)	15	325	1 555

- **Système soustractif :**

Tout chiffre écrit immédiatement à la gauche d'un plus grand s'en retranche :

IV	XL	CM	CDLX
4 (5-1=4)	40	900	460

Remarque : Dans l'écriture des dates ou des millésimes on ne sépare pas les tranches de chiffres par des espaces : deux mille francs s'écrit : 2 000 F mais l'an deux mille s'écrit : an 2000.

Dans les actes administratifs et juridiques on écrit en lettres l'an mil au lieu de « mille » et ce pour les dates de 1001 à 1999. Par contre, à partir de l'an 2000, on écrira « l'an deux mille » au lieu de « l'an deux mil ».

En règle générale si U, D, C, M… sont les chiffres des unités simples, des dizaines simples, des centaines simples, des unités de mille,… d'un nombre N alors :

$$N = 1000M + 100C + 10D + 1U$$

On dit que le nombre est égal à la valeur relative de ses chiffres.

Dans l'écriture d'un nombre le zéro remplace les chiffres (unités) manquant (e)s. Dans le nombre 20 023 on a :

- 2 dizaines de mille
- 2 dizaines simples
- 3 unités simples.

On ne change pas la valeur d'un nombre entier en écrivant autant de zéro (s) que l'on veut à la gauche de ce nombre. Cependant on change son écriture.

II - LES NOMBRES DECIMAUX

1. Notion de nombre décimale

Voici la taille de trois élèves mesurée en centimètres : la taille de Moussa est de 125 cm, celle de Paul vaut 132 cm et Sogo mesure 145 cm.

En mètres et en centimètres ces longueurs s'écrivent : 1 m 25 cm ; 1 m 32 cm ; et 1 m 45 cm.

En mètres on écrit 1,25 m ; 1,32 m et 1,45 m.

Les nombres **1,25** ; **1,32** et **1,45** sont des nombres à virgules ; on les appelle des nombres décimaux.

2. Propriétés

Un nombre décimal comprend deux tranches (groupes) de chiffres séparées par une virgule. La partie avant (à gauche de) la virgule est la partie entière. De la droite vers la gauche, elle comprend les unités suivantes : unités simples, dizaines simples, centaines simples, … unité de mille, …

La partie du nombre située après (à droite de) la virgule est la partie décimale. De la gauche vers la droite, elle comprend les unités suivantes : les dixièmes, les centièmes, les millièmes,… sont les unités décimales du 1°, 2°, 3°, … ordre.

Exemple : dans le nombre 57 306,892 ; 57 306 est la partie entière et la tranche 892 est la partie décimale.

La partie entière du nombre 57 306, 892 comprend donc 5 dizaines de mille ; 7 unités de mille ; 3 centaines simples ; 6 unités simples

La partie décimale de ce nombre comprend :

- ✓ 8 dixièmes ou 8 unités décimales du 1° ordre
- ✓ 9 centièmes ou 9 unités décimales du 2° ordre
- ✓ millièmes ou 2 unités décimales du 3° ordre.

Après les millièmes on a :

- les dix millièmes ou unités décimales du 4° ordre ;
- cent millièmes ou unité décimales du 5° ordre ;
- millionièmes ou unités décimales de 6° ordre etc.

3. Lecture

Pour lire un nombre décimal on lit d'abord la partie entière puis la partie décimale que l'on fait suivre de la terminaison « *ième* ».

57 306,892 se lit cinquante-sept mille trois cent six unités huit cent quatre-vingt-douze millièmes. Cependant on lit plus souvent cinquante sept mille trois cent six virgule huit cent quatre-vingt-douze.

4. Ecriture des nombres décimaux

Pour écrire un nombre décimal en chiffres :

- on écrit d'abord la partie entière ;
- on place la virgule ;
- on écrit la partie décimale (attention à l'espace entre les classes d'unités).

Attention ! Dans l'écriture en lettres, il ne faut pas oublier le mot virgule.

- 3,222 s'écrit :
  - ✓ Trois virgule deux cent vingt-deux.
  - ✓ Trois unités deux cent vingt-deux millièmes.
  - ✓ Trois mille deux cent vingt-deux millièmes.
- 19,009 s'écrit :
  - ✓ Dix-neuf virgule zéro zéro neuf.
  - ✓ Dix-neuf unités neuf millièmes.
  - ✓ Dix-neuf mille neuf millièmes.

Dans le tableau 57 306,892 s'écrit :

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples			Unités décimales		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	1° dixièmes	2° centièmes	3° millièmes
							5	7	3	0	6,	8	9	2

Remarque:

On ne change pas la valeur d'un nombre décimal en écrivant des zéro à la droite de ce nombre mais on change son écriture.

1,78 = 1,780 = 1,7800 = …

Tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'un nombre décimal. Il suffit alors de placer une virgule à la droite de ce nombre et d'écrire à la droite de cette virgule le nombre de zéro nécessaires pour la partie décimale.

258 642 = 258 642,0 = 258 642,000 = 258 642,…

Lorsque la nature des objets est précisée par le nombre on dit que c'est un nombre concret. Lorsque la nature des objets n'est pas précisée on dit que c'est un nombre abstrait.

Exemple : 200 F ; 8 kg ; 500 ; 1 000 ; 10 000 ;

III. OPERATIONS SUR LES NOMBRES

1. L'addition

- **Propriétés de l'addition**

- on ne change pas la somme de deux termes lorsqu'on change l'ordre des termes de cette somme (***commutativité***)

$$5+3 = 3+5 = 8$$

- La somme de trois nombres ne change pas quand on ajoute le troisième à la somme des deux premiers ou si on ajoute le premier à la somme des deux derniers. (***associativité***)

$$(3+4)+5 = 3 + (4 + 5)$$
$$7 \quad +5 = 3 + \ 9$$
$$12 = 12$$

- **Addition et soustraction des nombres décimaux**

Règle : Pour faire la somme ou la soustraction de deux nombres décimaux, les virgules doivent être alignées jusqu'au résultat. Ainsi, la partie décimale est sous la partie décimale et la partie entière sous la partie entière.

Les virgules des termes se trouvent toujours dans la colonne des virgules.

On commence l'opération par les unités les plus à la droite. Il ne faut pas oublier les retenues. La virgule du résultat se trouve toujours dans la colonne des virgules.

```
   794,32          158,8
+    0,897       -  69,193
=  795,217       =  89,607
```

2. La multiplication

- **Propriétés de la multiplication**

- On ne change pas le produit de deux nombres quand on change l'ordre des facteurs de ce produit. ***(Commutativité)***

$$2 \text{ x } 4 = 4 \text{ x } 2 = 8$$

- Le produit de trois nombres ne change pas quand on remplace deux facteurs par leur produit (***associativité***)

$$2 \text{ x } 4 \text{ x } 3 = 8 \text{ x } 3 = 6 \text{ x } 4 = 2 \text{ x } 12 = 24$$

- Le produit de tout nombre entier par 1 est ce nombre.

$$75 \text{ x } 1 = 1 \text{ x } 75 = 75$$

- Le produit de tout nombre entier par zéro est zéro

$$75 \text{ x } 0 = 0 \text{ x } 75 = 0$$

- Lorsqu'on multiplie les termes d'une égalité par un même nombre on obtient une nouvelle égalité.

$$2 + 5 = 7$$

Alors $(2 + 5) \text{ x } 4 = 7 \text{ x } 4 = 28$

- Pour multiplier une somme par un nombre on peut multiplier chaque terme de cette somme par ce nombre et additionner les produits obtenus. (***Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition).***

$$25 \times (45 + 98) = 45 \times 25 + 98 \times 25$$
$$= 1\,125 + 2450 = 3575$$

- Pour multiplier un nombre entier par une différence on peut multiplier chaque terme de cette différence par ce nombre et soustraire le second produit du premier lorsque l'opération est possible. (***Distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction).***

$$25 \times (98-45) = 25 \times 98 - 25 \times 45 = 2\,450 - 1\,125 = 1\,325$$

- Le produit de plusieurs facteurs ne dépend pas de l'ordre de ces facteurs.

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \ldots = 4 \times 2 \times 3 \times 6 \times 5 \times \ldots = \ldots.$$

- Dans une suite d'opérations (+, -, x) on effectue d'abord la multiplication avant de faire les autres opérations. (***Priorité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction).***

$$4\,500 + 25 \times 63 + 1\,258 \times 35 = 4500 + 1\,575 + 44\,030 = 50\,105$$

- Pour multiplier un nombre entier par 10, 100, 1 000,…, on écrit 1, 2, 3 … zéros à la droite de ce nombre.

$$238 \times 100 = 23\,800$$

- **Produit d'un nombre entier par un nombre décimal**

Règle : Pour multiplier un nombre entier par un nombre décimal, on fait l'opération sans tenir compte de la virgule du facteur décimal.

Ensuite, en commençant par la droite, on sépare le produit obtenu par une virgule d'autant d'unités décimales (chiffres décimaux) qu'il y en a dans le facteur décimal.

$$\begin{array}{rrl} \longrightarrow & 4{,}257 & \text{3 unités décimales} \\ & \times\ \underline{25\quad} & \\ & 21\,285 & \\ & \underline{8514\quad} & \\ \longrightarrow & = 106{,}\mathit{425} & \text{3 unités décimales} \end{array}$$

- **Produit de deux nombres décimaux**

Règle : Pour multiplier deux nombres décimaux on effectue l'opération sans tenir compte des virgules des facteurs.

Ensuite, en commençant par la droite, on sépare le produit obtenu par une virgule d'autant d'unités décimales (chiffres décimaux) contenues dans les facteurs.

$$\begin{array}{rl} 4{,}\mathit{256} & \text{3 unités décimales} \\ \times\ \underline{3{,}\mathit{52}} & \text{+2 unités décimales} \\ 8512 & \\ 21280 & \\ \underline{12768} & \\ = 14{,}98112 & \text{= 5 unités décimales} \end{array}$$

- **Multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1000**

Règle 1 : Pour multiplier un nombre décimal par 10, 100, 100,… on déplace la virgule de ce nombre de 1, 2, 3,… rangs vers la droite.

4,2578 x 1 000 = 4 257,8

Règle 2 : S'il n'y a pas assez d'unités décimales (chiffres au terme décimal), on écrit des zéros à la droite de ce nombre pour compléter les rangs de déplacement.

2,28 x 1000 = 2 280

Remarque :

Lorsque la partie décimale des facteurs est terminée par des zéros, on peut rayer ces zéros avant de commencer l'opération.

4,2500 x 2,38 = 4,25 x 2,38

Lorsqu'un des facteurs est inférieur à l'unité le produit obtenu est inférieur à l'autre facteur.

42,5 x 0,75 = 31,875 0,75 < 1 alors 31,875< 42,5

3. La division

- **Définition**

La division est l'opération qui permet de rechercher combien de fois un nombre appelé **dividende (D)** contient un autre appelé **diviseur (d).** Le résultat de la division est le **quotient (q).** Le signe de la division est noté **:** ce qui se lit : … divisé par … ; quotient de …. par …,

On a donc D = d x q

Ce qui signifie D : d = q

Ainsi on a 6 144 = 64 x 96 c'est-à-dire que 6 144 : 64 = 96

- **Division des nombres entiers**

Règle : Pour rechercher le quotient d'un nombre entier par un nombre entier, on sépare au dividende, à partir de la gauche une tranche de chiffre formant un nombre égal ou supérieur au diviseur. On recherche le premier chiffre du quotient, puis on continue l'opération en abaissant un à un tous les chiffres du dividende.

Disposition pratique

$$\begin{array}{r|l} 22656 & 96 \\ \cline{2-2} 345 & 236 \\ 576 & \\ 00 & \end{array}$$

- ***Les différentes sortes de quotients***

Quotient exact :

Lorsque le reste d'une division est zéro et le quotient un nombre entier, on dit que c'est un quotient exact. On a alors D = d x q c'est-à-dire D : d = q

6 144 = 64 x 96 alors 6 144 : 64 = 96

Quotient approché :

Lorsque le reste d'une division est différent de zéro, on dit que le quotient est approché. On a alors D = d x q + r (avec r < d) d'où (D-r) : d = q

6 161 = 64 x 96 + 17 alors (6 161 -17) : 64 = 96

Quotient entier :

On appelle quotient entier de deux nombres le plus grand nombre entier dont le produit par le diviseur est contenu dans le dividende. (Le reste de cette opération doit être plus petit que le diviseur). 31 = 4 x 7 + 3 on a donc 31 : 4 = 7 et reste 3

7 est le quotient entier de la division de 31 par 4.

Quotient décimal :

Lorsque le reste de la division est différent de zéro, on place une virgule à la droite de la partie déjà obtenue du quotient, puis on écrit un zéro à la droite du reste et on continue l'opération. Le quotient ainsi obtenu est un quotient décimal. Il peut être exact ou approché.

786	24
066	32,75
180	
120	
00	

Cas particuliers :

a) Lorsqu'un dividende partiel est plus petit que le diviseur, on écrit un zéro à la droite de la partie déjà obtenue du quotient, puis on abaisse à la droite de ce dividende partiel trop petit le chiffre suivant du dividende et on continue l'opération.

6 528	16
012	408
128	
00	

b) Lorsque le diviseur et le dividende sont terminés par des zéros on raye au diviseur et au dividende le même nombre de zéros et on effectue la division avec les unités du diviseur différentes des zéros rayés.

6 52 8~~00~~	1 6~~00~~		6 528	16
12				
	408	donne	12	408
128			128	
00			00	

c) Lorsque le diviseur est plus grand que le dividende, on écrit un zéro au quotient et on place une virgule à la droite de ce zéro et on continue l'opération après avoir écrit un zéro à la droite du dividende trop petit.

42	56
420	0,75
280	
00	

- **Division des nombres décimaux**

Quotient d'un nombre décimal par un nombre entier

Pour diviser un nombre décimal par un nombre entier, on divise d'abord la partie entière du dividende, puis on place la virgule à la droite du quotient obtenu avant d'abaisser le premier chiffre décimal du dividende.

256,52	44
365	5,83
132	
00	

Quotient d'un nombre entier par un nombre décimal

Pour diviser un nombre entier par un nombre décimal :

- ✓ on rend le diviseur entier en supprimant sa virgule ;
- ✓ on écrit à la droite du dividende autant de zéros qu'il y a de chiffres décimaux au diviseur.
- ✓ On effectue l'opération comme dans le cas des nombre entiers.

42	0,56		4200	56
280	75		280	75
00				

Quotient d'un nombre décimal par un nombre décimal

Pour diviser un nombre décimal par un nombre décimal :

- ✓ on supprime la virgule du diviseur,
- ✓ on déplace vers la droite de la virgule du dividende d'autant de rangs qu'il y avait de chiffres décimaux au diviseur.
- ✓ on écrit des zéro à la droite du dividende si cela est nécessaire pour compléter les rangs de déplacement de la virgule.
- ✓ on effectue l'opération comme dans le cas d'un diviseur entier

2565,20	0,44		256520	44
		donne	365	5830
			132	
			000	

Quotient d'un nombre entier par 10, 100, 1000…

Pour diviser un nombre entier par 10, 100, 1000, …, on sépare par une virgule à partir de la droite de ce nombre 1, 2, 3…, unités décimales (chiffres décimaux).

Si ce nombre est terminé par des zéros on supprime à la droite de ce nombre 1, 2, 3…, zéros.

S'il n'y a pas assez de zéros au dividende on place une virgule de telle sorte que le nombre des unités décimales soit égal au nombre de zéros du diviseur.

On peut supprimer les zéros du quotient obtenu.

Quotient d'un nombre décimal par 10, 100, 1000…

Pour diviser un nombre décimal par 10, 100, 1 000…, on déplace sa virgule de 1, 2, 3… rangs vers la gauche.

S'il n'y a pas assez de chiffres à la gauche de ce nombre, on y écrit des zéros pour pouvoir placer la virgule à son rang.

- **Critères (Caractères) de divisibilité**

On peut dans certains cas reconnaître qu'un nombre est divisible par un autre sans faire l'opération. La règle à utiliser s'appelle caractère de divisibilité.

a) Un nombre est divisible par 2 s'il est terminé par : 0, 2, 4, 6, 8, on dit que c'est un nombre pair.

b) Un nombre est divisible par 3 ou 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ou 9.

c) Un nombre est divisible par 5 s'il est terminé par 0 ou 5.

- **Remarques : quotient de deux nombres à une décimale donnée**

Le quotient de deux nombres entiers ou décimaux n'est pas en général égal à un nombre décimal. Il y a intérêt à pouvoir calculer des valeurs décimales approchées de ce quotient.

a) On appelle quotient entier ou quotient approché à une unité près par défaut ou par excès de deux nombres entiers ou décimaux le plus grand nombre entier dont le produit par le diviseur est contenu dans le dividende.

Exemple : 7 est le quotient approché à une unité près par défaut du quotient de 37 par 5

8 est le quotient approché à une unité près par excès du quotient de 37 par 5.

b) Le quotient approché à un dixième, un centième, un millième,… près par défaut de deux nombres entiers ou décimaux est le plus grand nombre décimal ayant un, deux, trois… chiffres décimaux dont le produit par le diviseur est contenu dans le dividende.

Exemple : 6, 16 est le quotient approché à 1/100 près par défaut de quotient de 37 par 6.

6, 17 est le quotient approché à 1/100 près par excès du quotient de 37 par 6.

4. Preuve par 9 sur les 4 opérations

- **Preuve de l'addition**

a) 1ère preuve : on fait la preuve d'une addition en comptant de bas en haut ; on doit trouver le même résultat qu'en comptant de haut en bas.

b) 2ème preuve par 9 : on totalise tous les chiffres des nombres de l'addition en retranchant 9 chaque fois que la somme obtenue est supérieure ou égale à 9.

Exemple : ***125 + 275 + 85 = 485***

125
\+ ***275*** } la somme des chiffres de ces nombres est 8 (1+2+5+2+7+5+8+5 = 35 ; 3 +5 = 8)
+ 85
= 485 → la somme des chiffres de ce nombre (résultat) aussi est 8.

Donc l'addition est exacte.

- **Preuve de la soustraction**

a) 1ère preuve : en ajoutant le reste au petit nombre, on doit retrouver le grand nombre : exemple : 610 - 485 = 125, on a : 485 + 125 = 610

b) 2ème preuve : on fait d'abord le total des chiffres du grand nombre : 6+1+0 = 7, puis le total des chiffres du petit nombre et du reste : 1+2+5+4+8+5=25 ; (2+5) = 7

610 → la somme des chiffres de ce nombre est 7
-125 }
= ***485*** } la somme des chiffres de ces nombres aussi est 7 donc l'opération est exacte.

- **Preuve de la multiplication**

Règle : pour faire la preuve de la multiplication :

1) On trace deux lignes obliques en croix
2) On additionne les chiffres du multiplicande en retranchant 9 chaque fois que la somme obtenue est supérieure ou égale à 9

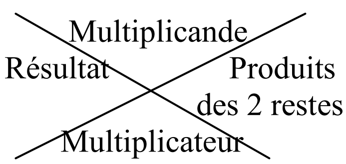
   On dit : 2 + 8 = 10 ; 10 – 9 = 1 ; 1 + 7 = 8 ; 8 + 5 = 13 ; 13 – 9 = 4

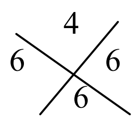
   On écrit 4 dans l'angle réservé au multiplicande
3) On fait de même pour le multiplicateur. On écrit 6 dans l'angle réservé au multiplicateur.
4) On fait le produit de 4 par 6 : 4 x 6 = 24 … 2 + 4 = 6

   On trouve 6 que l'on écrit dans l'angle de droite
5) On additionne les chiffres du produit. On trouve 6 que l'on écrit dans l'angle de gauche.

Les 2 chiffres écrits à droite et à gauche étant égaux, la multiplication est presque certainement exacte.

287,5
x 26,7
=20125
17250
5750 .
7676,25





- **Preuve de la division**

Pour faire la preuve par 9 de la division :

1) On trace deux lignes obliques en croix, comme pour la preuve par 9 de la multiplication.
2) On additionne les chiffres du diviseur

   4+5=9…0+6=6
3) On fait la somme des chiffres du quotient :

   1+8 = 9…0+7 = 7…7+1 = 8.
4) On fait le produit de 6 par 8 auquel on ajoute le reste :

   6 x 8 = 48 : 4+8 = 12… 1+2 = 3 ; 3+2 = 5…5 +0 =5 ; 5+4 =9 = 0
5) On fait la somme des chiffres du dividende :

   8+5 =13…1+3 =4 ; 4+3 =7…7+4 = 11…11+7=18…1+8=9=0

Les 2 chiffres écrits à droite et à gauche étant égaux, la division est presque certainement exacte.

85,347	4,56
3974	18,71
3267	
0750	
294	

$$\begin{array}{ccc} & \text{Diviseur (d)} & \\ \text{Dividende} & \times & \text{(d x q) + reste} \\ & \text{quotient (q)} & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 6 & \\ 0 & \times & 0 \\ & 8 & \end{array}$$

- **Contre-exemple**

Dans les opérations suivantes une erreur a été commise. Faites la preuve par 9 et expliquez pourquoi la preuve ne met pas l'erreur en évidence.

$$\begin{array}{r} 396 \\ \times\ \underline{48} \\ 3168 \\ \underline{1584\ \ } \\ 4752 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & 0 & \\ 0 & \times & 0 \\ & 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}18 \\ \times\ \underline{5{,}3} \\ 1854 \\ \underline{3090\ \ } \\ 32754 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & 6 & \\ 3 & \times & 3 \\ & 8 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 825 \\ \times\ \underline{206} \\ 4950 \\ \underline{1650\ \ .} \\ 21450 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & 6 & \\ 3 & \times & 3 \\ & 8 & \end{array}$$

5. La règle de trois

- **Notion de la règle**

Exercice résolu : Maman a payé 14 mètres de tissu à 9 450 francs les 9 mètres.

Quelle somme a-t-elle dépensée ?

Le prix d'achat d'un mètre de tissu est de :

9 450F : 9 = 1 050 F

La dépense totale est de :

1 050 F x 14 = 14 700 F.

Disposition pratique **:** Ces deux opérations peuvent se faire en une seule

Avec 9 450 F on a 9 m de tissu

Combien de francs faut-il pour 14 m de tissu ?

$$\left\{\begin{array}{lcl} 9\,450\text{ F} & \longrightarrow & 9\text{ m} \\ ? & \longrightarrow & 14\text{ m}\end{array}\right.$$

Pour 1 m on aura : $\frac{9\,450\text{ F}}{9} = 1\,050\text{ F}$

Pour 14 m on aura : 1 050 F x 14 = 14 700 F

On pouvait directement calculer la valeur des 14 m de tissu en faisant :

$$\frac{9\,450\text{ F}}{9} \times 14 = 14\,700\text{ F}$$

Cette règle de calcul est appelée la règle de trois. Elle a pour but de trouver un quatrième nombre connaissant trois autres.

Le premier terme de la règle de trois est toujours exprimé dans la même unité que le résultat recherché.

La première ligne donne la clé de la règle de trois. L'unité recherchée (celle du résultat) est la seule qui est exprimée une seule fois.

- **Simplification de la règle de trois**

Il est conseillé de toujours simplifier les termes d'une règle de trois avant d'effectuer l'opération. $\frac{9\,450}{18} \times 14 = \frac{1\,050}{2} \times 14 = \frac{1\,050}{1} \times 7 = 7\,350$

Lorsque la simplification n'est pas possible, on effectue d'abord la multiplication avant d'effectuer la division.

PARTIE II : LES FRACTIONS

I. NOTION DE FRACTION

1. Exemple pratique:

Mamadou a 2 oranges.

Partageons chaque orange en 4 parties égales.

Chacune de ces parties est appelée un quart. Lorsque nous prenons 2, 3, 4, 5… parts nous avons deux quarts, trois quarts ; quatre quarts, cinq quarts,…

On écrit alors ¼, 2/4 ; ¾ ; 4/4 ; 5/4 …

¼, 2/4, ¾, 5/4 … sont aussi des nombres. En effet on a :

¼ = 0,25 ; 2/4 = 0,50 ; ¾ = 0,75 ; 4/4 = 1 ; 5/4 = 1,25

Les nombres ¼ ; 2/4 ; ¾ ; 4/4 ; 5/4,… sont appelés des fractions.

2. Définition

Une fraction est une partie d'une unité ou d'un ensemble d'objets partagés en parties égales. Ainsi dans la fraction 3/4, 3 est le **numérateur** et 4 est le **dénominateur**.

Le **dénominateur** indique en combien de parties égales l'unité a été partagée.

Le **numérateur** indique combien de parties égales ont été prises.

Pour lire une faction on lit d'abord le numérateur puis le dénominateur que l'on fait suivre de la terminaison « *ième* » ; sauf pour les demis (/2) ; les tiers (/3) et les quarts (/4).

3. Fractions décimales

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10 ; 100 ; 1000 ; …

49/10 ; 175/10 ; 582/100… sont des fractions décimales.

Les fractions ordinaires sont celles dont le dénominateur est différent de 10, 100, 1000, …

¼ ; 6/15 ; 79/313 … sont des fractions ordinaires.

4. Ecriture d'une fraction ordinaire en fraction décimale

Certaines fractions ordinaires peuvent s'écrire sous la forme de fractions décimales. Pour écrire une fraction ordinaire sous forme de fraction décimale :

- On divise le numérateur par le dénominateur.
- On multiplie le quotient obtenu par le dénominateur de la fraction décimale désirée et on écrit le produit obtenu sur ce dénominateur.

  ¾ = 0,75 = 75/100.

II. OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

1. Comparaison des fractions

- **Fraction et unité**

Une fraction est plus grande que l'unité lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur. 5/4 > 1 car 5 > 4

Une fraction est égale à l'unité lorsque ses termes sont égaux 5/5 = 1 car 5=5

Une fraction est plus petite que l'unité lorsque son numérateur est plus petit que son dénominateur 4/5 < 1 car 4 < 5.

- **Fractions ayant le même dénominateur**

Pour comparer des fractions ayant les mêmes dénominateurs, on compare leurs numérateurs. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

7/12 > 5/12 car 7 > 5

- **Fractions ayant les mêmes numérateurs**

Pour comparer des fractions ayant les mêmes numérateurs, on compare les dénominateurs et la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

12/5 > 12/7 car 5 < 7.

- **Fraction ayant des dénominateurs différents**

Pour comparer des fractions ayant des dénominateurs différents, on les réduit d'abord au même dénominateur, puis on compare les nouveaux numérateurs.

8/7 > 5/12 car 96/84 > 35/84.

2. Réduction des fractions au même dénominateur

Réduire des fractions à un même dénominateur c'est trouver un dénominateur commun à ces fractions.

Pour réduire des fractions au même dénominateur, on multiplie les termes de chaque fraction par les dénominateurs des autres. Le produit des dénominateurs de ces fractions est alors appelé dénominateur commun à ces fractions.

Le dénominateur commun de 5/12 et 8/7 est : 12 x 7 = 84

On a donc 5/12 = $\frac{5 \times 7}{12 \times 7}$ = 35/84 et 8/7 = 8 x 12/7 x 12 = 96/84.

3. Simplification des fractions

Lorsqu'on divise les termes d'une fraction par les mêmes diviseurs, on dit que l'on simplifie cette fraction.

84/96 84 :2/96 : 2 = 42/48 = 42 : 2/48 : 2 = 21/24 = 21 : 3/24 : 3= 7/8

Une fraction qui ne peut être simplifiée est dite irréductible. Ces termes n'admettent que 1 comme diviseur commun. On dit que ces termes sont premiers entre eux.

La fraction 91/113 est une fraction irréductible.

4. Addition et soustraction des fractions

- **Fractions ayant les mêmes dénominateurs**

Pour faire la somme ou la différence des fractions ayant le même dénominateur, on additionne ou on soustrait les numérateurs en conservant le dénominateur. On simplifie la fraction obtenue si cela est possible.

5/12 + 3/12 = (5 + 3) /12 = 8/12.   8/12 = 8 : 4 /12 : 4 = 2/3

- **Fractions ayant des dénominateurs différents**

Pour additionner ou soustraire des fractions ayant des dénominateurs différents ;

- on les réduit au même dénominateur ;
- on additionne ou on soustrait les nouveaux numérateurs ;
- on simplifie la fraction obtenue si cela est possible.

8/7 + 5/12 = 96/84 + 35/84 = (96 + 35) /84

5. Multiplication des fractions

- **Produit d'un nombre entier par une fraction.**

Pour multiplier un nombre entier par une fraction, on multiplie seulement le numérateur de cette fraction par ce nombre entier.
On simplifie la fraction obtenue si cela est possible.
7 x 9/21 = (7 x 9) /21 = 63/21 = 3

- **Produit de deux fractions.**

Pour multiplier des fractions on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. On simplifie la fraction obtenue si cela est possible.
15/7 x 21/25 = (15 x 21)/ (7 x 25) = 315/175 = 9/5

6. Division des fractions

- **Inverse d'une fraction.**

On appelle inverse d'une fraction, la fraction obtenue en remplaçant le numérateur de la première par son dénominateur et son dénominateur par son numérateur
Si 3 et 4 sont deux nombres entiers, non nuls, la fraction 4/3 est l'inverse de la fraction ¾.

Ainsi, l'inverse de 75/328 est 328/75.

- **Quotient d'une fraction par un nombre entier.**

Pour diviser une fraction par un nombre entier, on multiplie son dénominateur par le nombre et l'on conserve le numérateur. On simplifie la fraction obtenue si cela est possible.
Exemple : ¾ : 5 = ¾ x 5 = 3/20.

- **Quotient d'un nombre entier par une fraction.**

Pour diviser un nombre entier par une fraction on le multiplie par l'inverse de la fraction.
5 : ¾ = 5 x 4/3 = 20/3

- **Quotient de deux fractions**

Pour diviser une fraction par une autre, on multiplie la première fraction par l'inverse de la seconde.
Exemple : ¾ : 6/5 = (3/4) x (5/6) = (3 x 5) / (4 x 6) = 15/24 = 5/8

7. Fraction et nombre décimale

Certaines fractions peuvent « *s'écrire sous la forme de nombres décimaux* ».
Pour écrire une fraction sous la forme d'un nombre décimal, on divise son numérateur par son dénominateur. Le quotient obtenu est un représentant de la fraction considérée comme une valeur approchée.
0,66 est une valeur approchée à 1/100 près par défaut de la fraction 2/3.

III. APPLICATION DES FRACTIONS

1. Prendre une fraction d'une grandeur.

Pour calculer une fraction d'une grandeur on multiplie cette grandeur par le numérateur de la fraction et on divise le produit obtenu par le dénominateur de la fraction.
Les 5/9 de 432 m valent :

$$\frac{432 \text{ m} \times 5}{9} = 240 \text{ m}$$

2. Calculer une grandeur connaissant la valeur d'une de ses fractions

Pour calculer une grandeur dont on connaît une des fractions, on multiplie cette partie connue de la grandeur par l'inverse de la fraction.

Problème : Les 3/5 d'une somme valent 2 250 F. Quel est le montant de cette somme
Le montant de cette somme est de $\frac{2\,250 \text{ F} \times 5}{3} = 3\,750 \text{ F}$

3. Calcul de la fraction d'une grandeur

Pour calculer la fraction que représente une partie connue d'une grandeur donnée, on divise cette partie connue par la grandeur et on simplifie la fraction obtenue.
Problème : J'ai dépensé 2 250 F. Je possédais avant d'aller au marché 3 750 F. Quelle fraction de la somme totale ai-je dépensée ?
La fraction de la somme que j'ai dépensée est de : $\frac{2\,250 \text{ F}}{3\,750 \text{ F}} = \frac{3}{5}$

4. Les pourcentages

- **Définition**

Un pourcentage est une fraction décimale dont le dénominateur est 100.

Problème **:** Un commerçant a gagné 9 000 francs sur une marchandise qu'il a payée à 45 000 francs.

Quelle fraction du P.A représente ce bénéfice ?

La fraction du prix d'achat que représente ce bénéfice est de : 9 000 F/ 45 000 F = 1/5.

On a 1/5 = 0,2 soit 2/10 ou 20/100.

20 francs représentent le bénéfice réalisé par le commerçant sur une marchandise qu'il aurait payée à 100 francs. La fraction 20/100 est un pourcentage. On le note 20% et on lit « *vingt pour cent* ».

Remarque : On utilise le tant pour mille dans certains calculs (statistiques). On note alors …‰.

- **Opérations sur les pourcentages.**

Calcul du pourcentage d'une grandeur :

Règle : Pour calculer le pourcentage d'une grandeur, on multiplie cette grandeur par une fraction décimale correspondante au pourcentage ou par le nombre décimal égal au pourcentage.

Ainsi, pour prendre les 6% d'une somme on multiplie cette somme par la fraction 6/100 ou par le nombre décimal 0,06.

Problème ***:*** Le traitement brut mensuel d'un employé est de 72 800 F. On lui retient 21% pour la pension de retraite. Quel est le montant de cette retenue ?

Sur 100 F on retient 21 F $\longrightarrow$ sur 72 800 F on retient …?... F

Le montant de cette retenue est de 72 800 F x 21/100 = 15 288 F

On obtient le même résultat en multipliant la somme par le nombre décimal correspondant à la fraction 21/100 c'est-à-dire par le nombre 0,21.

Le montant de la retenue est de 72 800 F x 0,21 = 15 288 F

Calcul de la quantité soumise à un pourcentage

Règle *:* Pour calculer une quantité soumise à un pourcentage et dont on connaît un pourcentage, on divise cette quantité par le pourcentage connu.

Problème ***:*** Le blé donne 80% de sa masse en farine. Quelle quantité de blé donne 60 kg de farine ?

Pour avoir 80 kg de farine il faut 100 kg de blé

Pour avoir 60 kg de farine il faut …... kg de blé

La masse de blé qui donne 60 kg de farine est de :

60 kg : 80/100 = 75 kg.

On obtient le même résultat en divisant la grandeur connue par la valeur décimale du pourcentage.

On a 80% = 80/100 = 0,8

La masse de blé qui donne 60 kg de farine est de 60 kg : 0,8 = 75 kg.

Calcul du pourcentage :

Règle: Pour calculer un pourcentage correspondant à une valeur connue d'une grandeur donnée, on divise la valeur connue par cette grandeur. On obtient un nombre décimal que l'on transforme en fraction décimale puis en pourcentage.

Problème : Un commerçant fait une remise de 9 680 francs sur une marchandise vendue à 88 000 francs. Quel pourcentage du PV représente cette remise.

Le pourcentage du prix de vente que représente cette remise est de :

9 680 F : 88 000 F = 0,11 = 11%.

5. Les échelles

On représente souvent les objets en réduction c'est-à dire par des dessins, des photos ou des modèles plus petits. On obtient ainsi des plans et des cartes. Les dimensions des dessins et les longueurs réelles correspondantes sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est l'échelle numérique.

L'échelle numérique est une fraction qui représente le quotient exact d'une longueur mesurée sur le dessin par la longueur réelle correspondante.

Ainsi si les longueurs réelles ont été divisées par 100 000 on dit que l'échelle numérique est 1/100 000. Ce qui signifie que 1cm sur le dessin vaut 100 000 cm sur le terrain soit 1000 m ou 1 km.

Une longueur de 5 km sera représentée par 1/100 000 x 5 = 0,00005 km soit 5 cm.

Remarque :

Les représentations peuvent être faites en grandeur nature : échelle 1 ou en agrandissement échelle 2,3,… Dans le cas du microscope, on parle de grossissement. On écrit alors x 100, x 40 000…

En règle générale on a :

Distance réelle = longueur sur la carte : par l'échelle (longueur sur la carte multipliée par l'inverse de l'échelle).

Distance sur la carte = longueur réelle x l'échelle.

Distance réelle	Distance sur le dessin	Distance sur le dessin	Distance réelle

X échelle

: par échelle

PARTIE III : LES PARTAGES INEGAUX

I. ON CONNAIT LES SOMMES OU LA DIFFERENCE DES NOMBRES

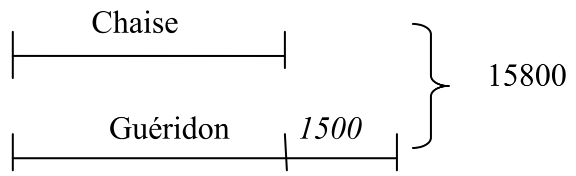
Exercice résolu *: un guéridon et une chaise coûtent ensemble 15 800 francs. Sachant que le guéridon vaut 1 500 francs de plus que la chaise, calculer le prix de chaque meuble.*

La résolution de ces problèmes comporte toujours trois étapes qui sont :

- le dessin
- la résolution
- la vérification

1. Première méthode

- **Graphique**



- **Résolution**

En retranchant 1 500 F de la valeur totale des deux meubles on obtient le prix de deux chaises.

Prix de deux chaises : 15 800 F – 1 500 F = 14 300 F

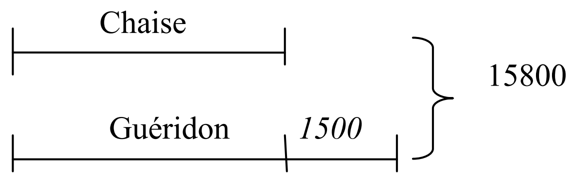
Prix d'une chaise : 14 300 F : 2 = 7 150 F

Prix du guéridon : 7 150 F + 1 500 F = 8 650 F

- **Vérification** : 7 150 F + 8 650 F = 15 800 F

2. Deuxième méthode

- **Graphique**



- **Résolution**

En ajoutant 1 500 F au prix des deux meubles, on obtient le prix de deux guéridons

Prix d'un guéridon : $\frac{15\,800\text{ F} + 1\,500\text{ F}}{2} = 8\,650\text{ F}$

Prix de la chaise : 8 650 F – 1 500 F = 7 150 F

3. Règles :

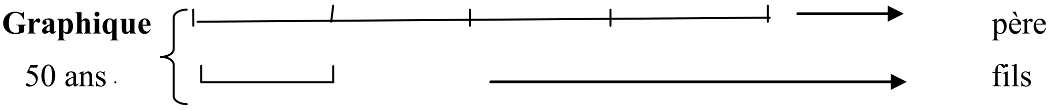
Etant donné la somme ou la différence de deux nombres :

- On obtient le plus petit des deux nombres en retranchant la différence de la somme et en divisant le résultat par deux.
- On obtient le plus grand nombre en ajoutant la différence à la somme et en divisant le résultat par deux.

II. L'UN DES NOMBRES EST UN MULTIPLE OU UNE FRACTION DE L'AUTRE

Exercice 1 *: un père est 4 fois plus âgé que son fils. La somme de leurs âges est de 50 ans. Quel est l'âge de chacun ?*

- **Graphique**



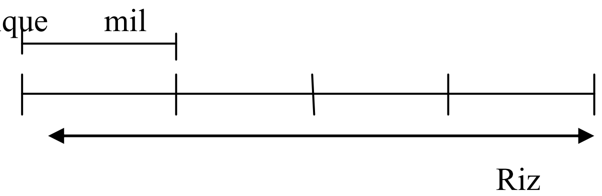
- **Résolution** : l'âge du fils est de : 50 ans : 5 = 10 ans

  L'âge du père est de : 10 ans x 4 = 40 ans
- **Vérification** : 40 ans + 10 ans = 50 ans

Exercice 2: *Un paysan donne du mil et 12 150 francs contre du riz.*

Sachant que le riz coûte 4 fois plus cher que le mil, calculer le prix de chaque denrée.

Graphique



- **Résolution**

  Valeur du mil : 12 150 F : 3 = 4 050 F

  Valeur du riz : 4 050 F x 4 = 16 200 F
- **Règle** : Pour partager une grandeur en parties proportionnelles à 3, 5, 6 …, on partage (divise) cette grandeur en 3 + 5 + 6 … parts égales. La grandeur de chaque part est égale au produit de ce partage par le coefficient de proportionnalité.

III. LES PARTAGES PROPORTIONNELS

Exemple : Entre leur jardin, Salifou et Karim font installer une pompe. Prix de la pompe : 7 500F. Ils partagent la dépense proportionnellement à la surface de leurs jardins.

Surface du jardin de Salifou : 800 m^2 et celle de Karim 1 200 m^2

Solution :

Surface totale : 800 m^2 + 1 200 m^2 = 2 000 m^2

Part de Salifou : $\frac{7\,500 \text{ F} \times 800}{2\,000} = 3\,000$ F.

Part de Karim : <u>7 500 F x 1 200</u> = 4 500 F

2 000

- **Vérification** : 3 000 F + 4 500 F = 7 500 F
- **Règle** : Les problèmes des partages proportionnels se ramènent à des calculs de règle de trois.

Problème : partagez 40 F proportionnellement aux nombres 2, 3 et 5.

Solution : 2 + 3 + 5 = 10 parts

Valeur des parts $\frac{40 \text{ F} \times 2}{10} = 8$ F $\frac{40 \text{ F} \times 3}{10} = 12$ F

$\frac{40 \text{ F} \times 5}{10} = 20$ F

Vérification : 8 F + 12 F + 20 F = 40 F

Règle : Pour résoudre un problème de partages proportionnels :

- on fait la somme des nombres ou des grandeurs qui servent de base au partage.
- on calcule chaque part à l'aide d'une règle de trois dont le diviseur est la somme trouvée précédemment.

Attention : Il ne faut pas oublier la vérification.

PARTIE IV : LES NOMBRES COMPLEXES

I. LES MESURES DU TEMPS

1. Les unités de mesure du temps

L'unité de mesure de temps est l'heure (h).

Ses multiples sont : le jour, la semaine, le mois, le trimestre, le semestre, l'année….

Ses sous-multiples sont : la minute, (min. ou mn) et la seconde (s). En dessous de la seconde on utilise pour les périodes très courtes : les dixièmes de seconde, les centièmes de seconde, la milliseconde (ms), la microseconde (µs)…

On distingue ; l'année civile qui vaut 365 jours ou 366 jours pour l'année bissextile. L'année commerciale qui vaut 360 jours.

L'année astronomique vaut 365 jours ¼. Le jour astronomique vaut 23 heures 56 mn 23 s.

L'année peut être divisée en bimestres, trimestres et semestres…

Une année comprend 12 mois de 30 ou 31 jours sauf le mois de février qui a 28 ou 29 jours.

Il y a 52 semaines dans une année.

Remarques : Dans les calculs lorsque le mois n'est pas désigné par son nom, on le considère comme un mois de 30 jours.

Pour déterminer le nombre de jours entre deux dates, on ne compte pas le premier jour mais on compte le dernier jour.

2. Ecriture des nombres complexes.

Le jour comprend 24 heures.

L'heure vaut 60 minutes.

La minute est égale 60 secondes.

Ces unités ne vont pas de 10 en 10 : ce ne sont pas des unités décimales. Elles ne sont pas séparées par des virgules. On les appelle des nombres complexes ou des nombres sexagésimaux (base 60).

Dans l'écriture d'un nombre complexe, chaque unité est suivie de son symbole.

II. OPERATIONS SUR LES NOMBRES COMPLEXES

1. Conversion et extraction de nombres complexes.

- **Conversion d'un nombre complexe en un nombre entier.**

On peut écrire les nombres complexes exprimant des heures, des minutes et des secondes sous la forme de nombres entiers n'exprimant que des secondes. Ainsi pour convertir 2h 45min 8s en secondes, on écrit :

2 h = 1 min x 60 x 2 = 120 min = 1 s x 60 x 120 = 7 200 s

45 min = 1 s x 60 x 45 = 2 700 s

8 s = 1 s x 8 = 8 s

= 9 908 s

On pourrait aussi procéder de la manière suivante ;

2 h =	1 s x 3 600 x 2	= 7 200 s
45 min =	1 s x 60 x 45 =	2 700 s
8 s =	1 s x 8	= 8 s
		9 908 s

- **Conversion d'un nombre entier en un nombre complexe** (extraction des nombres complexes).

Convertir 7 285 secondes en heures, minutes et secondes.

7 285 s = 1 min x 7285 : 60 = 121 min et il reste 25 s

121 min = 1 h x 121 : 60 = 2 h et il reste 1 min.

On a donc 7 285 s = 2 h 1 min 25 s.

Disposition pratique

$$
\begin{array}{r|l}
7285\text{ s} & 60 \\ \cline{2-2}
128 & \\
85 & \\
\mathbf{25\ s} & \begin{array}{r|l} 121\text{ mn} & 60 \\ \cline{2-2} \mathbf{1\ mn} & \mathbf{2\ h} \end{array}
\end{array}
$$

Règle 1 **:** On divise le nombre entier par 60 pour déterminer le nombre de minutes qu'il contient, puis on extrait les heures contenues dans les minutes. On ajoute aux heures obtenues les restes des divisions faites pour l'extraction des minutes et des heures.

On peut aussi procéder de la manière suivante :

- Recherche des heures

  7 285 s = 1 h x 7 285 : 3 600 = 2 h et il reste 85 s

- Recherche des minutes

  85 s = 1 min x 85 : 60 = 1 min et il reste 25 s

  On a donc 7 285 s = 2 h 1 min 25 s.

Règle 2 : On extrait les heures contenues dans le nombre total de secondes puis on extrait les minutes contenues dans le reste de la première division. Le reste de cette division est le nombre de secondes du nombre complexe recherché.

2. Addition des nombres complexes

Pour additionner les nombres complexes, on dispose les unités correspondantes les unes sous les autres. On additionne séparément les secondes, les minutes, les heures…

Si le total des secondes vaut ou dépasse 60, on extrait les minutes contenues dans ce total et on reporte ces minutes extraites dans la colonne des minutes et on ajoute ensemble ces minutes extraites aux minutes de cette colonne.

Si la somme des minutes vaut ou dépasse 60, on extrait les heures contenues dans ce total et on reporte ces heures extraites dans la colonne des heures. On totalise les heures et on extrait les jours contenus dans ce total lorsqu'il vaut ou dépasse 24 heures et on reporte ces jours extraits dans la colonne des jours.

9 h 55 mn 45 s + 7 h 25 mn 32 s = 16 h 80 mn 77 s = 17 h 21 mn 17 s

$$\begin{array}{rl} & 9 \text{ h } 55 \text{ mn } 45 \text{ s} \\ + & \underline{7 \text{ h } 25 \text{ mn } 32 \text{ s}} \\ & 16 \text{ h } 80 \text{ mn } 77 \text{ s} \quad = 17 \text{ h } 21 \text{ mn } 17 \text{ s} \end{array}$$

3. Soustraction des nombres complexes

Pour faire la différence des nombres complexes :

- On écrit les unités correspondantes les unes au-dessous des autres. On a autant de soustractions que d'unités.
- Si l'une des soustractions n'est pas possible, on transforme une des unités de l'ordre immédiatement supérieur en 60 unités plus petites que l'on ajoute au nombre trop petit de la soustraction impossible.

Exemple: 11 h 25 mn 19 s – 8 h 37 mn 28 s =

10 h 84 mn 79 s – 8 h 37 mn 28 s = 2 h 47 mn 51 s

ou

$$\begin{array}{rlcrl} & 11 \text{ h } 25 \text{ mn } 19 \text{ s} & \longrightarrow & & 10 \text{ h } 84 \text{ mn } 79 \text{ s} \\ - & & & - & \\ & 8 \text{ h } 37 \text{ mn } 28 \text{ s} & & & \underline{8 \text{ h } 37 \text{ mn } 28 \text{ s}} \\ & & & = & 2 \text{ h } 47 \text{ mn } 51 \text{ s} \end{array}$$

4. Multiplication des nombres complexes

Pour multiplier un nombre complexe par un nombre entier :

- ✓ d'abord, on multiplie séparément les secondes, les minutes, les heures, les jours… par ce nombre entier ;
- ✓ ensuite, on extrait les jours des heures, les heures des minutes, les minutes des secondes ;
- ✓ enfin, on ajoute ensemble les unités de la même espèce.

$$3\text{ h }44\text{ mn }33\text{ s} \times 4 = 12\text{ h }176\text{ mn }132\text{ s}$$
$$= 14\text{ h }58\text{ mn }12\text{ s}$$

```
     3 h 44 mn 33 s
X         4       .
  12 h 176 mn 132 s ——→        14 h 58 mn 12 s
```

5. Division des nombres complexes

Pour diviser un nombre complexe par un nombre entier :

- ✓ On commence l'opération par les unités les plus grandes, puis on transforme le premier reste obtenu en unités de l'ordre immédiatement inférieur que l'on ajoute à ces unités.
- ✓ On continue l'opération jusqu'aux secondes.

$$9\text{ h }45\text{ mn }10\text{ s} : 4 = 2\text{ h }26\text{ mn }17\text{ s}$$

```
 9 h 45 mn 10 s | 4
   1            |_____________
x 60+45         | 2 h 26 mn 17 s
=105 mn         |
      25        |
       1        |
      x 60+10   |
       = 70 s   |
          30    |
           2    |
```

PARTIE V : LES MOUVEMENTS UNIFORMES

I. GENERALITES SUR LES MOUVEMENTS

1. Le mobile

Un piéton, un cycliste, une voiture,… sur la route ; un avion, un oiseau…, dans le ciel ; un poisson, un bateau…, dans l'eau etc. sont des mobiles ; c'est-à-dire des corps en mouvement par rapport à la terre ferme.

2. La trajectoire

La trajectoire est le chemin suivi par le mobile pendant son déplacement. Elle peut être rectiligne, circulaire, curviligne, hélicoïdale… ou une association et une succession de plusieurs types de trajectoires.

Un mobile dont la trajectoire est réduite à un point est au repos.

3. Mouvement uniforme

Un mouvement est uniforme lorsque les distances parcourues sont proportionnelles aux temps mis à les parcourir.

4. La vitesse :

La vitesse est la distance parcourue pendant l'unité de temps.

L'unité de vitesse s'obtient en faisant le rapport de la distance parcourue par l'unité de temps. On a donc :

Unités	Symboles						
Longueur	**D**	km	km	m	m	cm	cm
Temps	**T**	h	s	h	min	min	S
Vitesse	**V= d/t**	km/h	km/s	m/h	m/min	cm/min	cm/s

La tortue : 2 km/h ; piéton : 5 km/h ; son : 360 m/s ; balle de fusil : 960 m/s ; lumière : 300 000 km/s.

On utilise en navigation le nœud (marin). C'est la vitesse d'un mobile qui parcourt un mille marin par heure soit 1,852 km/h. En aviation on utilise le mach. Soit 330 m/s

II. APPLICATIONS

1. Calcul de la distance :

La distance est la longueur de trajectoire parcourue pendant la durée. La distance parcourue s'obtient par le produit de la vitesse par le temps mis. On a donc :

Distance = vitesse x temps mis $\begin{cases} \text{distance en km} \\ \text{vitesse en km/h} \\ \text{temps en heure} \end{cases}$

Un cycliste roule à la vitesse de 16 km/h pendant 3 heures.

Quelle distance a-t-il parcourue ?

Il a parcouru : 16 km x 3 = 48 km

Lorsque la vitesse est exprimée en minutes, la distance s'obtient alors en faisant le quotient de la vitesse par 60 et le résultat multiplié par le temps mis.

$$\text{Distance} = \frac{\text{Vitesse x temps mis}}{60} \quad \begin{cases} \text{distance en km} \\ \text{vitesse en km/h} \\ \text{Temps mis en minutes} \end{cases}$$

Un camion roule à la vitesse de 75 km/h pendant 2 h 30 mn

Quelle distance a-t-il parcourue ?

La durée de la marche est de : 120 mn + 30 mn = 150 mn

La distance parcourue est de : $\frac{\text{75 km x 150}}{60}$ = 187,5 km

Quand la vitesse est exprimée en secondes, la distance parcourue est alors égale au produit de la vitesse par le temps mis et le tout divisé par 3 600.

$$\text{Distance} = \frac{\text{vitesse x temps mis}}{3\ 600} \quad \begin{cases} \text{Distance en km} \\ \text{Vitesse en km/h} \\ \text{Temps mis en s} \end{cases}$$

En règle générale pour exprimer la distance, il faut exprimer l'unité de vitesse et l'unité de temps.

2. Calcul de la vitesse

Lorsque la distance parcourue est exprimée en km et le temps mis en heures on obtient la vitesse en faisant le rapport de la distance par la durée du parcours.

On a donc **V**itesse = $\frac{\textbf{D}\text{istance}}{\textbf{T}\text{emps}}$

Un automobiliste parcourt 360 km en 4 heures. Quelle est sa vitesse moyenne ?

Sa vitesse est de 360 km : 4 h = 90 km/h

Si la durée est exprimée en heures et en minutes on multiplie par 60 le quotient de la distance et de la durée.

$$\text{Vitesse} = \frac{\text{Distance x 60}}{\text{Temps mis}} \quad \begin{cases} \text{Vitesse en km/h} \\ \text{Distance en km} \\ \text{Temps mis en mn} \end{cases}$$

Un train parcourt 211 km en 1 h 7 mn. Quelle est sa vitesse moyenne ?

$$\text{Sa vitesse est de } \frac{\text{211 km x 60}}{67} = \text{188,95 km}$$

Si la durée est exprimée en secondes on a :

$$\text{Vitesse} = \frac{\text{Distance parcourue x 3 600}}{\text{Temps mis}} \quad \begin{cases} \text{Vitesse en km/h} \\ \text{Distance en km} \\ \text{Temps mis en s} \end{cases}$$

3. Calcul de la durée

Le temps mis pour le parcours s'obtient en faisant le rapport de la distance parcourue par la vitesse moyenne.

$$\text{Temps mis} = \frac{\text{Distance parcourue}}{\text{Vitesse}} \quad \begin{cases} \text{Temps mis en h} \\ \text{Distance en km} \\ \text{Vitesse en km/h} \end{cases}$$

Combien de temps un piéton qui fait 4 km à l'heure mettra-t-il pour parcourir 9,56 kilomètres ?

Pour faire 1 km le piéton met 1 h : 4.

Pour faire 9,56 km, il mettra 9,56 fois plus, soit :

$$\frac{\text{1 h x 9,56}}{4} = \text{2 h 23 mn 24 s}$$

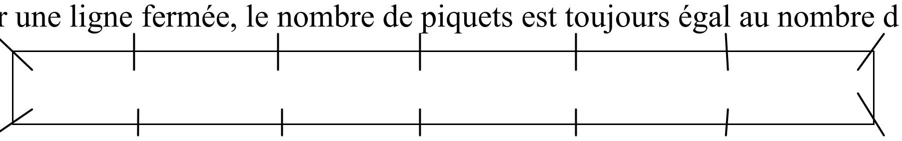
PARTIE VI : ETUDES DES INTERVALLES, DES SURFACES AUGMENTEES OU DIMINUEES

Définition

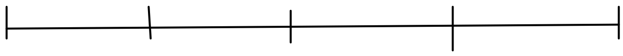
Un intervalle est l'espace, la distance, la longueur qui existe entre des obstacles consécutifs situés sur une ligne fermée ou non. C'est aussi la distance qui existe entre les extrémités d'une grandeur. Chaque intervalle doit être de même longueur.

I. LES DIFFERENTS TYPES D'INTERVALLES

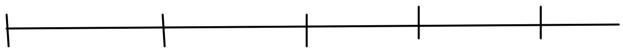
- Sur une ligne fermée, le nombre de piquets est toujours égal au nombre d'intervalles.



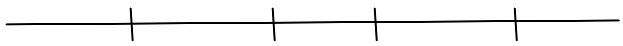
- Sur une ligne ouverte, lorsqu'il y a un obstacle à chaque extrémité, le nombre de piquets est égal au nombre d'intervalles plus un.



- Sur une ligne ouverte lorsqu'il y a un obstacle à une seule extrémité, le nombre de piquets est alors égal au nombre d'intervalles

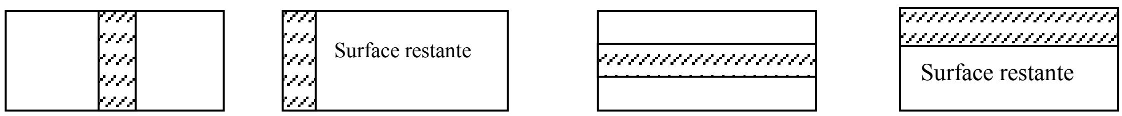


- Sur une ligne ouverte, sans piquets aux deux extrémités le nombre de piquets est égal au nombre d'intervalles moins un



II. SURFACES DIMINUEES OU AUGMENTEES

- Observons : les 4 rectangles sont des terrains identiques



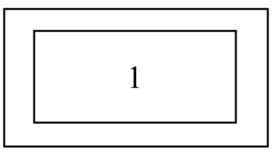
1 2 3 4

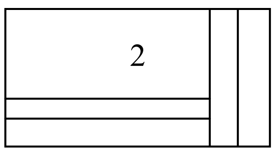
La longueur de l'allée est la même pour les terrains 1 et 2. Il en est de même pour les terrains 3 et 4.

La surface restante ne change pas quand on déplace l'allée.

Retenons : la surface restante est la même mais les calculs sont plus faciles en plaçant l'allée le long d'une dimension du rectangle.

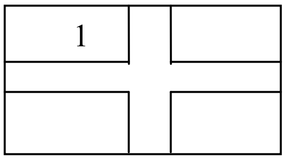
- **Bordures**

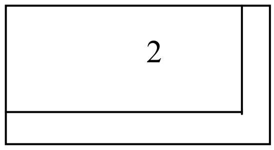




Surface des allées = surface totale – surface restante

- **Allées en croix**





Surface des allées = surface totale - surface restante
Conseil : Faites un croquis et déplacez les allées le long d'une dimension

PARTIE VII : L'EPARGNE

I. GENERALITES

Les ressources d'une famille sont : le salaire, hebdomadaire, quotidien, mensuel…, la paie, la solde, la pension, les bénéfices, les récoltes …

Les dépenses d'une famille sont : le loyer, l'eau, l'électricité, la nourriture, les produits d'entretien, l'habillement…, sont les dépenses obligatoires.

La pharmacie est une dépense imprévue.

L'alcool, le tabac…, sont des dépenses inutiles.

La différence entre les ressources et les dépenses donne les économies quand les dépenses sont inférieures aux recettes. Elles peuvent être prêtées à une institution financière. On dit alors que c'est un capital. Il rapporte par an un supplément (intérêt).

Lorsque les dépenses sont plus grandes que les ressources, on a des dettes.

La somme rapportée par 100 francs placés est le taux de placement. Ce taux est un pourcentage. Le bénéfice total rapporté par le capital en une année est l'intérêt annuel.

L'année commerciale compte 360 jours car tous les mois ont 30 jours.

En résumé : Le capital est la somme prêtée

L'intérêt est le loyer de la somme prêtée

Le taux est l'intérêt de 100 F pendant un an (360 jours)

Le temps est la durée du prêt.

II. OPERATIONS SUR L'EPARGNE

1. Calcul de l'intérêt

$$\text{Intérêt} = \text{capital x taux}$$

Lorsque l'intérêt est compté d'une date à une autre on ne compte pas le premier jour, mais on compte le dernier jour (voir nombres complexes).

a) Si le temps de placement est compté en mois alors on a

$$\text{Intérêt} = \frac{\text{Intérêt annuel x nombre de mois}}{12} = \frac{\text{Capital x taux x durée}}{12}$$

b) Si le temps de placement est exprimé en jours alors on a :

$$\text{Intérêt} = \frac{\text{Intérêt annuel x nombre de jours}}{360} = \frac{\text{Capital x taux x durée}}{360}$$

Les calculs d'intérêt se résolvent comme dans la règle de trois.

2. **Calcul du taux :**

$$\text{Taux} = \frac{\text{Intérêt annuel}}{\text{Capital}} = \frac{\text{Intérêt total x 12}}{\text{Durée du placement (mois)}} = \frac{\text{Intérêt total x 360}}{\text{Durée du placement (jours)}}$$

3. **Calcul du capital**

Il faut d'abord calculer l'intérêt annuel

Exercice résolu : Quel est le capital qui en 8 mois, placé au taux de 4% rapporte un intérêt de 320 F ?

L'intérêt annuel est de : $\frac{320 \text{ F x } 12}{8} = 480 \text{ F}$

Le capital est de : $\frac{480 \text{ F x } 100}{4} = 12\,000 \text{ F}$

On en déduit que capital = intérêt annuel : taux

4. **Calcul de la durée du placement**

Exercice résolu : Une somme de 36 000 F placée au taux de 6% a rapporté la somme de 540 F. Quelle est la durée du placement ?

L'intérêt annuel est de 36 000 F x 0,06 = 2 160 F

Pour avoir 2 160 F, il faut 12 mois ou 360 jours. Combien de temps faut-il pour avoir 540 F ?

La durée du prêt est de : $\frac{360 \text{ j x } 540}{2160} = 90 \text{ jours} = 3 \text{ mois}$

DOCUMENTS DE SORTIE

POST TEST

2. *Quelle unité représente chacun des chiffres des nombres suivants :*
   - *27 154 409 ;*
   - *41 297 568*

2- Ecrire en lettres et en chiffres les nombres dont les unités sont :

a) 8 unités de milliards, 9 dizaines de millions, 2 centaines de mille, 6 dizaines de mille et 5 dizaines simples.

b) 8 unités de milliards et 8 unités décimales.

3- Ecrire en toutes lettres les nombres suivants :

a) 4 056 120

b) 5 010 384 061

c) 32 190 000 004

d) 125 475,009

4- Posez et effectuez les opérations suivantes :

a) 912,759 – 789,887 =

b) 334, 098 : 20,7 =

c) 47,508 x 70,086 =

5-Posez et effectuez ces opérations

a) 4/5 + 11/3 – 3/2 =

b) 11/6 x 3/5 =

c) 11/4 : 5/3 =

Comparez les opérations a et b, b et c, a et c.

6- Effectuez ces opérations :

7 h 40 mn 21 s + 3 h 16 mn 45 s + 2 h 4 mn 36 s =

18 h 15 mn 13 s -15 h 43 mn 29 s =

3 h 45 mn x 7 =

1 h 39 mn : 4 =

7- La longueur du jardin de l'école est le triple de sa largeur. Son périmètre est de 240 m. Quelles sont ses dimensions ?

8- Trois agriculteurs font venir de l'engrais qu'ils se partagent comme suit : 6 tonnes ; 2 500 kilogrammes et 3 500 kilogrammes. Sachant que le transport a coûté 36 000 francs, calculer la part de transport que chaque agriculteur doit payer.

9- Un train roule à la vitesse de 18,5 m par seconde. Quelle est sa vitesse en kilomètres par heure ? Il a 222 m de long. Combien de temps met-il pour passer devant un observateur immobile ?

10- Quel est le chemin parcouru au cours d'un labour d'un champ rectangulaire de 118 m de long et 72 m de large si les sillons ont chacun 25 cm de large et sont tracés dans le sens de la longueur ?

-Cette distance est-elle la même si les sillons sont tracés dans le sens de la largeur ?

11- Une personne dispose d'un capital de 300 000 F. Elle le partage en deux parts de telle sorte que l'une dépasse l'autre de 20 000 F. Quel intérêt annuel rapporte chacune de ces parts si la plus grande est placée à un taux de 4% et la plus petite à 5% ?

12- Un jeune instituteur achète une bicyclette neuve à 72 000F. Il paie 1/3 à la livraison et le reste augmenté de 12,5% est payable en 6 mensualités.

c) *Quel est le montant de chaque mensualité ?*
d) *Quel est le prix de revient de la bicyclette ?*

EXERCICES DE CONSOLIDATION

1- Ecrire en chiffres les nombres suivants :

a) *Quatre millions six cent quatre-vingt-quinze mille sept cent huit unités.*
b) *Six cent soixante-quatre mille trois mètres*
c) *Dix milliards vingt-deux millions quarante-six francs.*
d) *Soixante-douze milliards trois cent sept mille quatre-vingt sept*

2- Ecrire en chiffres

Ecrire en chiffres romains les nombre suivants

75 ; 49 ; 2001 ; 238 ; 456 ; 758 ; 800.

3- Expliquez la commutativité et l'associativité de l'addition
-Expliquez la commutativité, l'associativité, de la multiplication, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction, la priorité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

4- Un commerçant de volaille a vendu 15 pintades à 22 500 F. Combien gagnera-t-il en vendant 28 pintades ?

5- Le Directeur de l'école Zaba a acquis une bicyclette neuve en payant 48 000 F au commerçant qui lui reprend sa vielle bicyclette en admettant qu'elle vaut quatre fois moins cher que la neuve.

Quelle est la valeur de la vieille bicyclette ?

Quel est le prix de la bicyclette neuve ?

6- Partager 47 500 francs entre trois personnes de manière que la deuxième personne ait trois fois la part de la première et la troisième 1 360 francs de moins que la deuxième.

7- Un cuisinier dispose de 3 000 francs et décide d'acheter une volaille ; il hésite entre un canard, une poule et une pintade qui coûtent ensemble 6 450 francs. Le canard coûte 1000 francs de plus que la poule qui coûte 200 francs de moins que la pintade.

A-t-il assez d'argent pour payer le canard ?

8- Un commerçant vend deux étoffes de qualité différente. La meilleure qualité vaut 850 francs de plus que la seconde. Il vend 8 mètres de la première qualité et 6 mètres de la seconde à 23 600 francs. A combien a-t-il vendu la première qualité ?

9- Pour se rendre à l'école, Pierre met 18 mn et il effectue 2 250 pas de 0,60 m chacun. Trouver le nombre de pas effectués par minute. La vitesse horaire de Pierre et la distance journalière qu'il parcourt s'il revient chez lui à midi.

10- Un élève est à 8,40 km de l'école. Il effectue le trajet à bicyclette à la vitesse de 24 km/h.

- *a) Quelle est la durée de son trajet ?*
- *b) A quelle heure arrive-t-il à l'école s'il quitte la maison à 7 h ?*
- *c) De combien de temps dispose-t-il avant la rentrée des classes prévue à 7 h 30 mn ?*
- *d) Retardé il ne dispose que de 14 mn pour effectuer le trajet. Quelle vitesse moyenne devra-t-il réaliser s'il ne veut pas être en retard ?*

11- Pour entourer un champ rectangulaire, il a fallu 72 piquets espacés de 4,50 m. Quelle est la surface de ce champ si la longueur dépasse la largeur de 14 m ?

12- Il y a 25 piquets sur la largeur d'un champ et 35 sur sa longueur. Ces piquets sont espacés de 4,25 m.

a) Calculer les dimensions et le périmètre du champ.

b) Il est entouré d'une triple rangée de fil de fer avec deux portes d'entrée de 2,5 m de large pour l'une et 1,75 m pour l'autre. Quelle est la longueur totale du fil de fer ?

13- Un champ rectangulaire mesure 840 m de long sur 480 m de large. Ce champ est traversé par une route parallèle à la longueur. La largeur de cette route est de 10m. Calculer alors la surface cultivable de ce champ.

14- Le 1er juillet on a déposé 72 000 F dans une banque. Le taux d'intérêt est de 4%. En remboursant le capital et l'intérêt la banque donne au bénéficiaire 73 200 F. Quelle est la date du remboursement ?

15- Une personne place les ¾ de son capital à 4% et obtient annuellement 60 000F. Quel est le montant de ce capital ?

16- Une personne achète une maison à crédit à 12 000 000 F. Elle paie 12% de frais divers. Le montant des mensualités est de 45 000 F. Calculer la durée du remboursement.

17- Un cultivateur dispose d'un champ rectangulaire qui mesure 840 m de long sur 480m de large. Ce champ est traversé par une route parallèle à la longueur. La largeur de cette route est de 10m. Calculer l'aire de la surface cultivable de ce champ.

Il exploite un quart de cette surface pour semer du haricot qui lui rapporte 700 kg à l'hectare. Quelle est la production totale ? Cette récolte a été vendue à 250 F le kg. Il décide de placer 60% de ce gain à la caisse d'épargne au taux de 6,5% l'an. Quel bénéfice lui rapportera ce placement au bout de 5 ans ? Le reste de la somme a été partagé entre ses deux fils. La part de l'aîné est deux fois celle du cadet. Quelle est la part de chaque enfant ?

Pour le dépôt de la somme, il a pris un car qui a quitté le village à 7 h. A 8 h, le car est tombé en panne et la réparation a duré trois quarts d'heure. Enfin il arrive à 11 h 15 mn. Quelle a été la durée du voyage ?

A quelle vitesse moyenne horaire le car a-t-il roulé si le village est situé à 150 km.