

## **FORMATION DES FORMATEURS REGIONAUX**

**RENFORCEMENT DES CAPACITES DES FORMATEURS  
REGIONAUX DANS L'ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE  
DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES SELON  
L'APPROCHE ASEI/PDSI**

**LIEU : Centre Nationale de Maintenance (CNM)/Niamey**

**DATE : Du 14 au 28 janvier 2008**

**DISCIPLINE : Mathématiques**

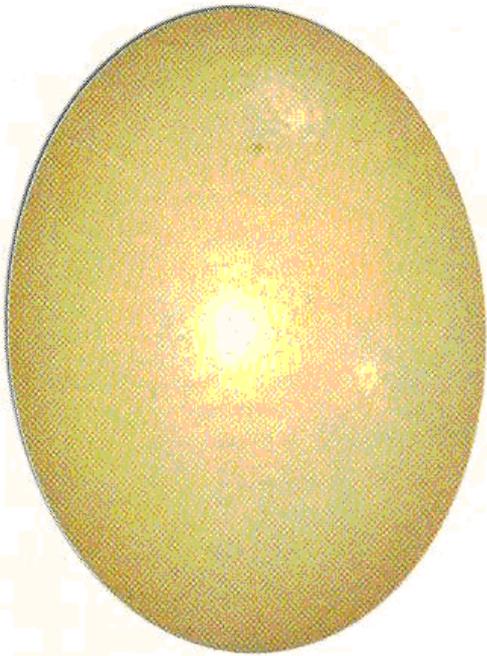
**THEME : Proportionnalité**

**Compilé par :**

**Les formateurs de Mathématiques**

## + PROPORTIONNALITE

□



## JUSTIFICATION

La proportionnalité est un thème autour duquel peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Une bonne maîtrise par les élèves des connaissances relatives à ce thème est fondamentale, eu égard à ces nombreuses applications. Dans la vie courante on l'utilise dans le commerce, dans l'artisanat etc ....

### But:

Renforcer les capacités des participants dans l'enseignement/apprentissage de la proportionnalité au collège.

### OBJECTIFS

- Identifier les difficultés liées à l'enseignement/apprentissage de la proportionnalité.
- Proposer des solutions aux difficultés rencontrées.
- Résoudre quelques problèmes de proportionnalité
- Préparer un plan de leçon.

## PLAN DE TRAVAIL

### Introduction

I Notions sur la proportionnalité

1) Définition

2) Domaines d'application

3) Différents aspects

II Les difficultés dans l'enseignement/apprentissage de la proportionnalité et re médiation

III Résolution des problèmes de proportionnalité

Conclusion.

Plan de leçon ASEI-PDSI

## INTRODUCTION

On entend souvent parler de proportions en mathématique mais aussi dans le langage courant.

La proportionnalité couvre plusieurs domaines suffisamment vastes.

L'enseignement/apprentissage de la proportionnalité présente beaucoup de difficultés aux élèves et aux enseignants dont le passage d'un domaine à un autre, est une source de difficulté. Comment remédier à ces difficultés?

### I Notions sur la proportionnalité

#### 1) DEFINITION.

On dit que deux suites de nombres sont proportionnelles quand on peut passer de l'une à l'autre en multipliant ou en divisant par le même nombre.

Les nombres réels  $a, b, c, d$  pris dans cet ordre sont en proportion si et seulement si on a l'égalité  $a/b=c/d$  (avec  $b$  et  $d$  non nuls)

Les deux termes  $a$  et  $d$  sont appelés les extrêmes de la proportion et les termes  $b$  et  $c$  sont les moyens.

#### 2) DOMAINES D'APPLICATIONS

La proportionnalité intervient dans l'étude de plusieurs notions:

Périmètre; Masse et volume; Pourcentage- échelle; Vitesse- durée; Le prix; fonction linéaire ; Problème divers; fractions; Vitesse, le théorème de Thalès

Les triangles semblables. Les agrandissements et réductions

### 3) DIFFERENTS ASPECTS DE LA PROPORTIONNALITE

La proportionnalité peut être envisagée dans trois cadres différents qui souvent peuvent être mis en interaction à savoir le cadre des grandeurs, le cadre numérique et le cadre graphique.

Dans le cadre **des grandeurs** la proportionnalité met en relation les grandeurs (masse et prix ; masse et longueur; périmètre et dimensions ou distance et durée etc....)

Dans le cadre **numérique** on s'intéresse uniquement aux relations entre les nombres.

Dans le cadre **graphique** il s'agit d'une représentation de la relation de proportionnalité entre les grandeurs où entre les nombres dans un système d'axes gradués.

En physique dans certains cas la proportionnalité à un caractère expérimental.

Dans nos programmes l'évolution de l'enseignement de la proportionnalité se fait comme suit les tableaux de proportionnalités, les règles de trois, les fonctions linéaires.

### II Difficultés dans l'enseignement/apprentissage de la proportionnalité et ré médiation.

Difficultés	Remédiations
Passer du cadre des grandeurs ou du cadre numérique au cadre graphique ou inversement.	Etablir avec les élèves les liens entre les tableaux de proportionnalité et la notion de fonction linéaire. Lien entre le coefficient de proportionnalité et la pente.
Toute relation est systématiquement considérée par les élèves comme une relation de proportionnalité.	Donner des exemples et contre exemples de proportionnalité
Un mauvais fonctionnement de la règle de trois	Retravailler les propriétés sur des situations variées de proportionnalités. Multiplier les différents cas possible.
Détermination du coefficient de proportionnalité	travailler la règle suivante: des exemples ne suffisent pas pour démontrer une propriété il faut épuiser la liste.

### III Résolution de quelques problèmes divers sur la proportionnalité

1) Le prix des taxis a augmenté de 10%. Le lendemain, suite à la protestation des clients, il est diminué de 10%.

- "Rien n'a donc changé" déclare Abdoulaye
  - "ça va nous coûter plus cher" affirme Mariama
  - " Nous allons y perdre" se désole un chauffeur de taxi.
- Qui a raison?

2) Mes trois perroquets bleus mangent 3 kg de graines en 3 jours;  
Mes cinq perroquets verts mangent 5 kg de graines en 5 jours;  
Mes sept perroquets orange mangent 7 kg de graines en 7 jours.  
Quels sont les oiseaux qui ont le plus d'appétit?

3) Un œuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 œufs de poule. Avec 6 œufs de poule on fait une omelette pour 5 personnes.  
Combien faut-il d'œufs d'autruche pour que 60 personnes mangent de l'omelette.

## Quelques moyens de résolution

Si dans une suite (a, b, c, d) sont les termes d'une proportion, alors le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Leftrightarrow ab' = ba'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Leftrightarrow \frac{b'}{a'} = \frac{b}{a}$$

Dans un tableau de proportionnalité on peut:

1. En multipliant tous les termes d'une suite de nombres proportionnel par une même quantité k on obtient une suite de nombres proportionnelles à la première. Autrement dit

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

Le nombre constant k est le coefficient de proportionnalité.

Ex: le prix du riz est proportionnel à la quantité.

2. Multiplier ou diviser une colonne par un même nombre
3. Additionner, soustraire ou faire des combinaisons

Toutes les procédures de résolution utilisable peuvent être reliées à des propriétés de la fonction linéaire qui sont d'abord utilisée de façon implicite

## II Quatrième proportionnelle, règle de trois

Le nombre non nul x, tel que a, b, c, x soient en proportion  $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{x}\right)$  s'appelle la quatrième proportionnelle. On la détermine par une règle de trois.

EXEMPLE : Pour que 3, 5, 12, x forment une proportion :

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{x} \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{3} = 20$$

**APPLICATION.** Un salarié a droit à 35 jours de vacances par année de 365 jours. Il a seulement travaillé 200 jours. Quelle est la durée de ses congés ?

Soit x cette durée : 365, 35, 200, x sont en proportion, donc :

$$\frac{365}{35} = \frac{200}{x} \Rightarrow 365x = 7000 \Rightarrow x = \frac{7000}{365} = 19 \text{ jours}$$

## IIII Moyenne proportionnelle

C'est le nombre positif x tel que a, x, x, b forment une proportion :

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = \sqrt{ab} \text{ avec a et b de même signe.}$$

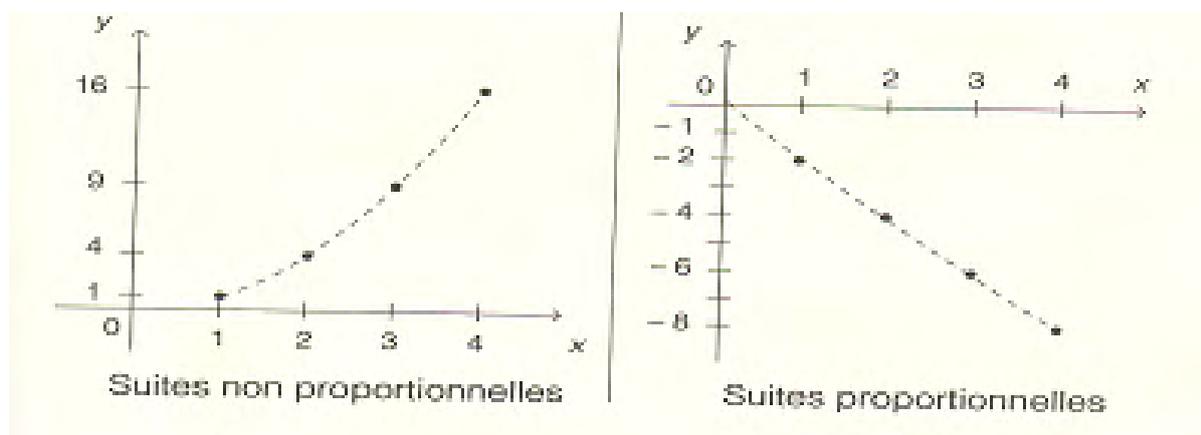
## IV Graphique

Deux suites de nombres (a, b, c, d) et (a', b', c', d') sont proportionnelles si et seulement si les points de coordonnées (a, a') (b, b') (c, c') (d, d') sont alignés avec l'origine d'un repère (les coordonnées des points ne sont pas nulles).

### EXEMPLES :

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

x	1	2	3	4
y	-2	-4	-6	-8



### Exemple de résolution de quelques problèmes de proportionnalité

#### Partage proportionnel

Les charges d'un petit immeuble s'élèvent à 15 750 F. On décide de les répartir proportionnellement aux surfaces habitables sont : 15m<sup>2</sup>, 30 m<sup>2</sup>, 55 m<sup>2</sup>, 75 m<sup>2</sup>.  
Quel est le montant incombant à chaque locataire ?

Si a, b, c, d sont les montants respectifs des charges incombant à chaque locataire, on doit avoir :

$$\frac{15}{a} = \frac{30}{b} = \frac{55}{c} = \frac{75}{d} = \frac{15 + 30 + 55 + 75}{a + b + c + d} = \frac{175}{15750} = \frac{1}{90}$$

Donc :

- $\frac{15}{a} = \frac{1}{90} \Rightarrow 15 \times 90 = a = 1350 F$
- $\frac{30}{b} = \frac{1}{90} \Rightarrow 30 \times 90 = b = 2700 F$
- $\frac{55}{c} = \frac{1}{90} \Rightarrow 55 \times 90 = c = 4950 F$
- $\frac{75}{d} = \frac{1}{90} \Rightarrow 75 \times 90 = d = 6750 F$

Applications

- 1) Les frais de réparation d'un véhicule s'élèvent à 1 350 F hors taxes. La T.V.A est de 18,6% .Quel est le montant de la facture ?  
 . Le coefficient multiplicateur est 1,186. La facture s'élèvera à :  $1\,350 \text{ F} \times 1,186 = 1\,601,10 \text{ F}$ .
- 2) Un article est vendu 960 F, son prix de revient s'élève à 720 F. Quel est le taux du bénéfice sur le prix de vente ?  
 Réponse : le bénéfice est de 240 F.  
 Il représente :  $\frac{240}{960} \times 100 = 25$   
 Le bénéfice est de 25% du prix de vente.
- 3) Une personne a acheté une action 728 F, elle la revend un an plus tard 600F. Quel est le taux de baisse sur le prix d'achat ?  
 Réponse : appelons t ce taux. On a :  
 $728 \times (1 - t) = 600 \Rightarrow 1 - t = \frac{600}{728} \Rightarrow t = 1 - \frac{600}{728} \approx 0,1758$   
 soit une baisse de 17,58%.
- 4) Une entreprise a augmenté les salaires de ses employés. De quelle façon ?

<b>Ancien salaire</b>	4 000	6 000	6 500	7 000	9 000
<b>Nouveau salaire</b>	4 600	6 900	7 475	8 050	10 350

On remarque que :

$$\frac{4600}{4000} = \frac{6900}{6000} = \frac{7475}{6500} = \frac{8050}{7000} = \frac{10350}{9000} = 1,15 .$$

L'augmentation est uniforme, elle est de 15%.

### 5) Taux proportionnels

- On appelle taux proportionnels, des taux d'intérêts proportionnels à la durée du placement. C'est le cas lorsqu'un capital est placé à intérêts simples. Par exemple : 10 000 F placés à 7% d'intérêts simples rapportent (intérêts seuls) :
  - au bout d'un an :  $10\,000 \times \frac{7}{100}$
  - au bout de 2 ans :  $10\,000 \times \frac{7}{100} \times 2$  etc.

Conclusion:

Ainsi la proportionnalité constitue une partie importante des mathématiques. Son enseignement/apprentissage aide à la transmission des connaissances sur les intérêts, le budget ...etc.

Elle doit être d'une attention soutenue par les enseignants.

## Exemple de plan de leçon ASEI

**Thème** : Organisation des données

**Sous- thème** : La proportionnalité

**Titre de la leçon**: Suites proportionnelles

Classe :6<sup>ième</sup> Effectifs: 70

Durée:55mn

### **Justification**

. Nous sommes confrontés tous les jours à des situations de proportionnalité dans nos achats, à la cuisine etc...

Dans la gestion d'une famille on pourrait prévoir la consommation mensuelle à partir de la consommation quotidienne.

### **Objectifs**

Reconnaître si deux suites de nombres sont proportionnelles.

Déterminer le coefficient de proportionnalité.

Déterminer un terme manquant dans l'une des suites d'un tableau de proportionnalité.

### **Pré requis:**

Les opérations sur les nombres.

### **Matériels didactiques :**

Feuilles de papier, bics, crayons de papier, fiches d'activités élèves.

Etapas/ Durée	Activités d'apprentissages		Points d'apprentissages	Observation
	Activités professeurs	Activités élèves		
Introduction <b>Etape1</b> Contrôle des pré requis (5mn)  <b>Motivation</b> <b>(5mn)</b>	Le professeur donne l'énoncé suivant: Compléter les égalités suivantes: $15 = 5 \times \dots$ $25 = \frac{75}{\dots}$ ...  Recette de gâteaux pour 4 personnes 400g de farine 250g de beurre 3 œufs 150g de sucre ... Comment préparer un gâteau pour 12	les élèves cherchent  Les élèves proposent le principe.	Révision des opérations	

<p><b>Etape 2 (25mn)</b> <b>Développement</b></p>	<p>personnes.</p> <p>Le professeur organise la classe en groupe de 10 élèves et distribue les activités. Et demande aux élèves de chercher l'activité 1.</p>	<p>Les élèves cherchent</p>	<p>Notion de suites proportionnelles</p>	
<p><b>Synthèse</b></p>	<p>Activité 2 le professeur demande aux élèves de chercher l'activité 2</p>	<p>Les élèves répondent</p>	<p>Définition de suites proportionnelles</p>	
<p><b>(10mn)</b></p>	<p>Comment passe – t-on de la première ligne à la deuxième</p>	<p>Les élèves recopient</p>	<p>Un tableau de nombre est un tableau de proportionnalité si on peut passer d'une ligne à une autre en multipliant ou en divisant par un même nombre .</p>	
<p><b>Etape (10mn)</b> <b>Evaluation</b></p>	<p>Résumé</p> <p>Exercices d'application voir fiche d'activités élève</p>	<p>Les élèves cherchent</p>	<p>Ce nombre est le coefficient de proportionnalité</p>	

**Trace écrite**  
**Activité 1.**

<b>Longueur du côté d'un carré</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>8</b>
<b>périmètre</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>32</b>

Ce tableau est un tableau de proportionnalité .Les quotients sont tous égaux:

$$\frac{8}{2} = \frac{20}{5} = \frac{35}{7} = \frac{40}{10} = 4.$$

4 est le quotient de proportionnalité.

**Activité 2**

Longueur du coté d'un carré	2	7	8	10
Aire	4	49	64	100

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité. Les quotients ne sont pas égaux :  $\frac{4}{2} \neq \frac{49}{7}$ .

Définition

Un tableau de nombre est un tableau de proportionnalité lorsqu'on passe de la première ligne à la deuxième ligne en multipliant par le même nombre .

Ce nombre s' appelle coefficient de proportionnalité

**Fiche d'activités élève**

**Activité I**

1) L'unité étant le cm compléter le tableau suivant:

Longueur de côté du carré	1	2		6		10	8		13
périmètre			20		36			48	
$\frac{\text{périmètre}}{\text{longueur}}$									

2) Comment passe-t-on de la première ligne à la deuxième?

**Activité II**

L'unité étant le cm compléter le tableau suivant:

Longueur du côté du carré	1	2	3	4	5	6	7
Aire							
$\frac{\text{aire}}{\text{mesure de la longueur du coté}}$							

Par quel procédé trouve-t-on les nombres de la deuxième ligne.

**Activité III** exercices d'application

Exercice 1

On suppose que les ingrédients pour faire un gâteau sont proportionnels au nombre de personne.

- 1) Déterminer le coefficient de proportionnalité.
- 2) Compléter le tableau

Ingrédients pour 4 personnes	400g de farine	250g de beurre	3 oeufs	150g de sucre
Ingrédients pour 12 personnes				

- 3) Combien d'œufs faut-il pour 36 personnes?
- 4) 600g de farine correspond à un gâteau pour combien de personnes?

### Tâche 1

Dans l'enseignement des mathématiques au collège donner des thèmes dans lesquels intervient la proportionnalité.

Donner des difficultés liées à l'enseignement /apprentissage de la proportionnalité au collège.  
Pour les difficultés identifiées proposer des solutions

### Tâche 2

Résolution de quelques problèmes.

1) Le prix des taxis a augmenté de 10%. Le lendemain, suite à la protestation des clients, il est diminué de 10%.

- "Rien n'a donc changé" déclare Abdoulaye

- "ça va nous coûter plus cher" affirme Mariama

- " Nous allons y perdre" se désole un chauffeur de taxi.

Qui a raison?

2) Mes trois perroquets bleus mangent 3 kg de graines en 3 jours;

Mes cinq perroquets verts mangent 5 kg de graines en 5 jours;

Mes sept perroquets orange mangent 7 kg de graines en 7 jours.

Quels sont les oiseaux qui ont le plus d'appétit?

3) Un œuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 œufs de poule.

Avec 6 œufs de poule on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faut-il d'œufs d'autruche pour que 60 personnes mangent de l'omelette.

- 1) Résoudre ces exercices puis les reformuler pour les adapter au contexte.
- 2) À quel niveau du collège peut-on les administrer?

### Tâche 3

1) Les charges d'un petit immeuble s'élèvent à 15 750 F. On décide de les répartir proportionnellement aux surfaces habitables suivantes : 15m<sup>2</sup>, 30 m<sup>2</sup>, 55 m<sup>2</sup>, 75 m<sup>2</sup>.

Quel est le montant incombant à chaque locataire ?

2) Les frais de réparation d'un véhicule s'élèvent à 1 3 500F hors taxes. La T.V.A est de 18, 6% .Quel est le montant de la facture ?

3) Une entreprise a augmenté les salaires de ses employés suivant le tableau ci-dessous.

De quelle façon a-t-il opéré?

Ancien salaire	40 000	60 000	65 000	70 000	90 000
Nouveau salaire	46 000	69 000	74 750	80 500	103500

Après la résolution de ces activités donner les différents moyens de résolution de la proportionnalité au collège.

## Tâche 4

Préparer le scénario d'une leçon en vous basant sur l'approche ASEI /PDSI.

### **BiBLiographie**

Mise à Niveau Mathématiques :C.Larcher M .Pariante DESK Laval MAI 91 Collection n 58  
EDITION

College\_mathématiques\_projet de document d'accompagnement\_proportionnalité\_page4  
Direction de l Enseignement scolaire\_ bureau du contenu des enseignements  
[http://www.ilemaths5.proportionnalité\\_cours.php](http://www.ilemaths5.proportionnalité_cours.php)  
LES Difficultés

### **Exemple de plan de leçon ASEI**

Thème : Application

Sous- thème :.Proportionnalité

Titre de la leçon Suites proportionnelles

Classe :6<sup>ième</sup> M<sub>10</sub>

Durée:55mn

### **Justification**

. Nous sommes confrontée tous les jours à des situations de proportionnalité dans nos achats, dans le commerce et la cuisine

La proportionnalité est un : thème majeur de l'enseignement des mathématique d'où la nécessité de l'étudier.

### **Objectifs**

Reconnaître si deux suites de nombres sont proportionnelles.

### **Pré requis:**

Calculs avec les nombres décimaux périmètre et aire du carré

### **Matériels didactiques :**

Feuilles de papier, bics, crayons de papier, fiches activités élèves.

Etapas Durée	Activités d'apprentissages		Points d'apprentissages	Obs
	Activités professeurs	Activités élèves		
<p><b>Introduction</b></p> <p><b>Etape1</b> Contrôle des prérequis (5mn)</p> <p><b>Etape 2</b> <b>Motivation</b> (5mn)</p> <p><b>Etape 3</b> <b>Déroulement</b></p> <p><b>Etape 4</b></p>	<p>Le professeur trace deux carrés de dimensions 5 et 3 et 3,5 demande de calculer l'aire et le périmètre de chaque figure</p> <p>Recette de gâteaux pour 4 personnes 400g de farine 250g de beurre 3 œufs 150g de sucre ... Comment préparer un gâteau pour 12 personnes.</p> <p>Le professeur organise la classe en groupe de 10 élèves et distribue les activités. Et demande aux élèves de chercher l'activité 1.</p> <p>Activité 2 l'exemple de recette le professeur demande aux élèves de compléter le tableau</p>	<p>les élèves cherchent</p> <p>Les élèves discutent et proposent des solutions oralement</p> <p>Les élèves exécutent</p> <p>Les élèves cherchent</p>	<p>Révision du calcul de l'aire du carré</p> <p>Reconnaître une situation de proportionnalité</p>	

<b>Etape 5</b> <b>Synthèse</b>	Comment passe t'on de la première ligne à la deuxième	Les élèves répondent	Définir la proportionnalité	
<b>Etape 6</b>	Résumé	Les élèves recopient		
<b>Etape 7</b> <b>Evaluation</b>	Exercice d'application	Les élèves cherchent		

## RESUME

Quand il existe un opérateur multiplicatif qui permet de passer d'une première suite de nombres à une seconde suite de nombres on dit que ces suites sont proportionnelles.

:

.

