

REPUBLICQUE DU SENEGAL
Un Peuple - Un But - Une Foi

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

Direction de l'Enseignement Élémentaire



Module
NUMERATION ETAPE 2

*Projet d'Amélioration des Apprentissages en Mathématiques à
l'Elémentaire (PAAME)*

Elaboré par l'Equipe du PAAME

Octobre 2016

TABLES DES MATIERES

INTRODUCTION	1
I. PARTIE THEORIQUE.....	2
1. Tableau de numération.....	2
2. Quelques notions sur l'Étude des quatre opérations :.....	3
2.1. Considérations générales.....	3
2.2.1.L'addition.....	3
2.2.2. La soustraction.....	3
2.2.3. La multiplication.....	4
2.2.4. La division.....	4
3. Démarche pour l'Étude des nombres.....	4
3.1. Rappel des principes directeurs.....	4
3.2. Étapes de la démarche.....	4
II. PARTIE PRATIQUE.....	5
1. Indications pour l'étude des techniques opératoires.....	5
1.1 Addition.....	5
1.2. Soustraction.....	8
1.3. Multiplication avec retenue.....	11
1.4. Divison.....	13
2. Synthèse des cas d'erreurs récurrentes et pistes d'amélioration possibles.....	16
SOURCES DOCUMENTAIRES.....	25

INTRODUCTION

Le présent module sur la numération a été conçu en réponse aux difficultés issues du traitement des résultats de l'étude de base¹. Celle-ci a été initiée par le PAAME pour mesurer le niveau de performance des apprenants, l'aptitude des enseignants à conduire des leçons de mathématiques et le niveau de fonctionnement des organes de gestion (CGE et UCGE).

L'étude a permis d'établir une situation de référence en analysant les résultats des apprenants et la pratique des enseignants, principalement à la deuxième étape.

Au CE2, l'analyse des résultats de l'étude de base a révélé des difficultés dans l'utilisation du tableau de numération et la maîtrise des techniques opératoires.

En outre, l'analyse des résultats de la pratique de classe montre que les enseignants du CE2 éprouvent de réelles difficultés à planifier correctement leurs leçons mais aussi à mettre en œuvre avec efficacité des activités d'enseignement-apprentissage en mathématiques, particulièrement en numération.

Face à ces difficultés, le projet envisage de contribuer à l'amélioration de la mise en œuvre des activités d'enseignement apprentissage en numération à travers un module, dont l'objectif général est d'améliorer la mise en œuvre des situations d'enseignement/ apprentissage en numération.

Il s'agira précisément de :

- renforcer les connaissances de base des enseignants sur la numération ;
- partager des cas d'erreurs à partir de productions d'élèves ;
- renforcer les compétences des enseignants dans la conduite des leçons de numération.

Ce module s'articule autour de deux parties :

- **une partie théorique** qui comprend :
 - ✓ des contenus sur la numération ;
 - ✓ une démarche pour l'étude du nombre et les techniques opératoires.
- **une partie pratique** qui comporte :
 - ✓ des indications pour l'étude des techniques opératoires ;
 - ✓ quelques réflexions axées sur les erreurs récurrentes d'un échantillon d'élèves ayant fait les épreuves de l'étude de base.

¹ Voir Rapport étude de base.

I. PARTIE THEORIQUE

1. TABLEAU DE NUMERATION

Le tableau de numération n'est pas souvent bien approprié par la plupart des enfants. Cela se traduit par leurs difficultés à y placer un nombre écrit en chiffres. Inversement, ils éprouvent les mêmes difficultés à écrire en chiffres un nombre dont les nombres d'unités, de dizaines, de centaines... sont donnés.

Au début de la deuxième étape, le tableau de numération sur lequel les enfants auront à travailler est le suivant :

c	d	u

On se propose de placer par exemple les nombres suivants dans ce tableau : 2 ; 18 ; 324 et 205.

On constate que les élèves ont plus de difficultés à placer le nombre 2 dans ce tableau.

Les tableaux remplis ci-contre donnent des résultats possibles pour le placement de 2 dans le tableau de numération

c	d	u	c	d	u	c	d	u
		2		2		2		

bon placement

mauvais placement

mauvais placement

On doit attirer l'attention des enfants sur le fait que quand le nombre est un chiffre, il représente nécessairement le chiffre des unités dans le tableau de numération et donc doit se placer dans la colonne des unités notée u.

De même pour 18, on peut enregistrer les résultats suivants :

bon placement	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> <tr><td> </td><td>1</td><td>8</td></tr> </table>	c	d	u		1	8	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> <tr><td>1</td><td>8</td><td> </td></tr> </table>	c	d	u	1	8		mauvais placement
c	d	u													
	1	8													
c	d	u													
1	8														
	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>8</td></tr> </table>	c	d	u	1		8	<table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><th>c</th><th>d</th><th>u</th></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>18</td></tr> </table>	c	d	u			18	mauvais placement
c	d	u													
1		8													
c	d	u													
		18													
	mauvais placement		mauvais placement												

On doit aussi à ce niveau attirer leur attention sur le fait qu'ici 8 représente le chiffre des unités et 1 celui des dizaines. Par conséquent 8 doit se mettre sous la colonne des unités et

INTRODUCTION

Le présent module sur la numération a été conçu en réponse aux difficultés issues du traitement des résultats de l'étude de base¹. Celle-ci a été initiée par le PAAME pour mesurer le niveau de performance des apprenants, l'aptitude des enseignants à conduire des leçons de mathématiques et le niveau de fonctionnement des organes de gestion (CGE et UCGE).

L'étude a permis d'établir une situation de référence en analysant les résultats des apprenants et la pratique des enseignants, principalement à la deuxième étape.

Au CE2, l'analyse des résultats de l'étude de base a révélé des difficultés dans l'utilisation du tableau de numération et la maîtrise des techniques opératoires.

En outre, l'analyse des résultats de la pratique de classe montre que les enseignants du CE2 éprouvent de réelles difficultés à planifier correctement leurs leçons mais aussi à mettre en œuvre avec efficacité des activités d'enseignement-apprentissage en mathématiques, particulièrement en numération.

Face à ces difficultés, le projet envisage de contribuer à l'amélioration de la mise en œuvre des activités d'enseignement apprentissage en numération à travers un module, dont l'objectif général est d'améliorer la mise en œuvre des situations d'enseignement/ apprentissage en numération.

Il s'agira précisément de :

- renforcer les connaissances de base des enseignants sur la numération ;
- partager des cas d'erreurs à partir de productions d'élèves ;
- renforcer les compétences des enseignants dans la conduite des leçons de numération.

Ce module s'articule autour de deux parties :

- **une partie théorique** qui comprend :
 - ✓ des contenus sur la numération ;
 - ✓ une démarche pour l'étude du nombre et les techniques opératoires.
- **une partie pratique** qui comporte :
 - ✓ des indications pour l'étude des techniques opératoires ;
 - ✓ quelques réflexions axées sur les erreurs récurrentes d'un échantillon d'élèves ayant fait les épreuves de l'étude de base.

¹ Voir Rapport étude de base.

1 sous celle/des dizaines. On doit aussi insister sur la règle d'échange/10 contre un dans la numération à base 10 n'admet pas l'écriture d'un nombre à deux chiffres dans une même colonne.

A la fin de la deuxième étape, le tableau évoluera pour donner celui qui suit :

Classe des milliers			Classe des unités simples		
c	d	u	c	d	u

2. QUELQUES NOTIONS SUR L'ETUDE DES QUATRE OPERATIONS

2.1. Considérations générales

Il est indispensable d'articuler deux pôles : le sens et la technique.

Travailler sur le sens revient à réfléchir sur la situation.

Travailler sur les techniques équivaut à étudier les propriétés, les transformations et les calculs.

La maîtrise du calcul mental est un domaine privilégié dans l'étude des opérations.

Dans ce module, l'accent sera mis sur la maîtrise des techniques opératoires.

a. Les quatre opérations

2.2.1.L'addition

Pour une bonne appropriation du sens, les élèves doivent découvrir qu'on utilise le signe + quand il s'agit de :

- réunir des objets ;
- fractionner une collection pour la dénombrer ;
- avancer sur la droite numérique ;
- ajouter quelque chose.

Concernant les techniques opératoires, les enfants doivent comprendre le principe positionnel de la numération décimale, la signification des chiffres utilisés dans l'écriture des nombres, les règles d'échange qui les gouvernent ainsi que les propriétés de l'addition (commutativité et associativité).

2.2.2. La soustraction

La soustraction est l'une des opérations les plus difficiles à appréhender par de jeunes élèves. Ceux-ci doivent être conduits progressivement à identifier des problèmes de soustraction sans se référer uniquement aux mots inducteurs ou déclencheurs automatiques caractéristiques du genre : combien reste-t-il ?

Au CE quatre types de problèmes sont proposés pour calculer une soustraction :

- o -le calcul de ce qui reste ;

Exemple : Au début du jeu Sidi a 40 billes. Il joue et perd 15 billes.
Combien de billes reste-t-il à Sidi ?

- o le calcul de ce qui manque

Exemple : Sidi a mis 45 billes dans une boîte. Après le jeu il lui reste seulement 13 billes.
Combien de billes manque-t-il ?

- o -le calcul de la différence

Exemple : Sidi et Moussa ont chacun une boîte de billes. Sidi a 70 billes et Moussa en a 100. Moussa a plus de billes que Sidi.

Calcule la différence.

- o -la recherche du complément

Exemple : Dans sa boîte Sidi a des billes de deux couleurs différentes. Il a en tout 70 billes et il a compté 30 billes rouges.

Combien a-t-il de billes d'une autre couleur ?

Trois techniques sont à retenir (la technique des échanges, technique fondée sur la propriété des différences égales, technique de complémentation). Elles sont toutes fondées sur des propriétés mathématiques et de procédés pédagogiques différents.

2.2.3. La multiplication

La multiplication est une procédure supérieure à l'addition réitérée. En effet la situation « 3 paquets de bonbons à 50 F l'un » n'est pas équivalente à « 50 paquets à 3F l'un ». Pourtant le nombre résultant de ces multiplications est le même. Mathématiquement, la multiplication exprime l'équivalence de deux additions répétées : $a \times b = b \times a$ (a additionné à lui-même fois b est équivalent à b additionné à lui-même fois a : $3+3+3+3 = 4+4+4$).

Toute technique opératoire est fondée d'une part sur les règles de la numération (Décomposition d'un nombre en unités, dizaines, centaines...), d'autre part sur les propriétés de l'opération (commutativité, associativité et distributivité par rapport à l'addition).

2.2.4. La division

La division sous-entend :

- Un partage équitable ;
- Un partage complet : on le continue jusqu'à ce que le reste soit inférieur au diviseur.

La division est la seule opération où l'action sur un nombre aboutit à deux autres nombre : le quotient et le reste.

Pour la technique opératoire, il s'agit, a et b étant des nombres entiers naturels connus, de déterminer pratiquement les entiers naturels q et r tels que $a = bq + r$ et $r < b$.

NB : La division n'est l'inverse de la multiplication que lorsque le reste est nul.

3. DEMARCHE POUR L'ETUDE DES NOMBRES

3.1. Rappel des principes directeurs

Les principes énoncés à la première étape restent toujours valables, à savoir : le principe dynamique, le principe de constructivité, le principe de progression et les principes de variabilité (perceptuelle et mathématique).

Les Instructions officielles 691 de janvier 1978, recommandent aux enseignants de « tenir évidemment compte de la plus grande maturité des élèves. En arithmétique, la représentation schématique prendra le pas sur la manipulation ; le matériel devenant vite encombrant et l'enfant maîtrisant la fonction symbolique. Les mécanismes seront montés par la réflexion, l'explication et consolidés par de nombreux exercices. »

3.2. Étapes de la démarche

- o Proposer aux élèves des situations familières qui les obligent à s'appropriier de nouveaux outils.
- o Faire résoudre le problème individuellement puis en groupe.

- Les difficultés rencontrées par les élèves doivent leur permettre de construire les nouveaux savoirs.
- Faire communiquer et analyser les solutions trouvées. Il s'agit des comptes rendus et des échanges sur les stratégies de résolution.
- Faire retenir les solutions correctes
- Faire analyser les solutions retenues en ayant recours à au moins une autre situation similaire pour dégager les invariants dans les situations présentées.
- Faire tirer la ou les règle(s) (synthèse, institutionnalisation).
- Contrôler les acquis.
- Faire réinvestir dans d'autres situations.

Au plan pratique la démarche se présente sous plusieurs variantes parmi lesquelles on peut citer les deux cas suivants :

1^{er} Cas : Faire traiter par chaque élève puis par chaque groupe d'élèves une première situation problème jusqu'à l'étape 4 (Faire communiquer et analyser les solutions trouvées); faire de même avec une deuxième situation problème. Les solutions retenues pour ces deux situations feront l'objet d'une analyse qui débouchera sur une synthèse, laquelle sera soumise à un contrôle avant le transfert.

2^{ème} Cas : Faire traiter des situations équivalentes par des groupes différents (chaque groupe travaillant sur une situation) et organiser ensuite la mise en commun de la communication qui débouche sur une synthèse qui sera soumise elle aussi à un contrôle avant le transfert.

II. PARTIE PRATIQUE

1. INDICATIONS POUR L'ETUDE DES TECHNIQUES OPERATOIRES

1.1 Addition

1^o) Addition sans retenue

Pour récompenser les meilleurs élèves après les compositions du premier semestre, votre école organise une cérémonie de distribution de prix. A cette occasion, le maire de la commune vous donne 124 cahiers de 100 pages et l'Association des parents d'élèves 235 cahiers de 100 pages.

Combien de cahiers de 100 pages avez-vous en tout ?

On doit amener les élèves à poser l'opération : $124 + 235$.

Cependant, il est important de leur rappeler que pour effectuer cette opération en colonne, on doit placer les chiffres qui représentent les mêmes valeurs l'un au dessous de l'autre c'est-à-dire les unités au dessous *des unités*, les dizaines au dessous *des dizaines* et les centaines au dessous *des centaines*.

$$\begin{array}{r}
 \text{c d u} \\
 124 \\
 + 235 \\
 \hline
 359
 \end{array}$$

Pour effectuer cette opération, j'additionne d'abord les chiffres des unités : $4 + 5 = 9$
 J'additionne ensuite les chiffres des dizaines : $2 + 3 = 5$
 J'additionne enfin les chiffres des centaines : $1 + 2 = 3$

2°) Addition avec une retenue

● Une retenue avec les unités

Pour primer les meilleurs élèves après les compositions du premier semestre, le maire de votre commune donne 237 cahiers de 100 pages et l'association des parents d'élèves quant à elle octroie 345 cahiers de 100 pages.

Combien de cahiers avez-vous en tout ?

On amène les élèves à comprendre que pour trouver le nombre total de cahiers on doit poser l'opération : $237 + 345 =$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 237 \\
 + 345 \\
 \hline
 582
 \end{array}$$

$7 + 5 = 12$, j'écris 2 et je retiens 1
 $1 + 3 + 4 = 8$
 $2 + 3 = 5$

Quand il ya 10 unités ou plus dans une addition, on doit échanger 10 unités contre 1 dizaine et cela s'appelle faire une retenue. Cette retenue doit être placée au dessus des dizaines et on doit l'ajouter aux autres dizaines

● Une retenue avec les dizaines

Si le maire avait offert 263 cahiers et l'association des parents d'élèves 354 cahiers.

On aurait en tout : $263 + 354 =$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 263 \\
 + 354 \\
 \hline
 617
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3+4=7 \\
 6+5=11. \text{ J'écris } 1 \text{ et je retiens } 1 \\
 1+2+3=6
 \end{array}$$

Quand il y a 10 dizaines ou plus dans une addition, on doit échanger 10 dizaines contre 1 centaine. Ce chiffre 1 est écrit au dessus centaines.

Dans le calcul, on doit l'additionner aux autres centaines

● Une retenue avec les unités et une retenue avec les centaines

Si le maire avait offert 286 cahiers et l'Association des parents d'élèves 347 cahiers

On aurait en tout $286 + 347 =$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 286 \\
 + 347 \\
 \hline
 633
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6+7=13. \text{ J'écris } 3, \text{ je retiens } 1 \\
 1+8+4=13. \text{ J'écris } 3, \text{ je retiens } 1 \\
 1+2+3=6
 \end{array}$$

Il existe des cas où on doit faire une retenue pour les unités et une retenue pour les dizaines

NB : Si l'un des nombres n'a pas de centaine, on doit conseiller aux élèves d'écrire 0 à la place des centaines pour éviter certaines erreurs liées au placement comme celle qui suit :

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 267 \\
 + 086 \\
 \hline
 353
 \end{array}$$

C'est ce qu'il faut faire

$$\begin{array}{r}
 267 \\
 + 86 \\
 \hline
 1127
 \end{array}$$

Attention , faut pas faire ça .
 On a mis le chiffre des unités
 de 86 qui est 6 au dessous du
 chiffre des dizaines de 267 qui
 est lui aussi égal à 6

1.2. Soustraction

1°) Soustraction sans retenue

Pour la distribution des fournitures scolaires, le directeur s'est trompé en vous donnant 467 cahiers de 50 pages. Vous devez ainsi lui restituer les 234 cahiers de 50 pages qui constituent le surplus.

Combien de cahiers de 50 pages vous reste-t-il ?

On a : $467 - 234 =$

Comme avec l'addition, insister sur le placement : les unités au dessous des unités , les dizaines au dessous des dizaines et les centaines au dessous des centaines

$$\begin{array}{r}
 \text{c du} \\
 467 \\
 - 234 \\
 \hline
 233
 \end{array}$$

$7 - 4 = 3$ $6 - 3 = 3$ $4 - 2 = 2$

2°) Soustraction avec une retenue

● Une retenue avec les unités

On suppose que le directeur a donné 462 cahiers et que les élèves devaient restituer les 235 cahiers.

Dans ce cas, il resterait $462 - 235$ cahiers.

L'opération posée verticalement donne :

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 4\overline{)62} \\
 - 235 \\
 \hline
 227
 \end{array}$$

Je ne peux soustraire 5 de 2.
 J'échange 1 dizaine contre 10 unités,
 ce qui fera en tout 12 unités.
 Je barre 6 pour mettre 5 au dessus,
 qui constitue le nombre de dizaines
 qui reste
 Maintenant on a:
 $12 - 5 = 7;$
 $5 - 3 = 2;$
 $4 - 2 = 2$

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 4\overline{)62} \\
 - 235 \\
 \hline
 227
 \end{array}$$

Je ne peux soustraire 5 de 2.
 J'échange 1 dizaine contre 10 unités,
 ce qui fera en tout 12 unités.
 Je barre 6 pour mettre 5 au dessus,
 qui constitue le nombre de dizaines
 qui reste
 Maintenant on a:
 $12 - 5 = 7;$
 $5 - 3 = 2;$
 $4 - 2 = 2$

Si on doit soustraire plus d'unités que l'on en a, on doit échanger 1 dizaine contre 10 unités; Cela s'appelle "faire un emprunt"

● Une retenue avec les dizaines

On suppose que le directeur a donné 426 cahiers et les élèves devaient restituer les 243 cahiers.

Il resterait dans ce cas $426 - 243$ cahiers

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 4\overline{)26} \\
 - 243 \\
 \hline
 183
 \end{array}$$

$6 - 3 = 3$
 On ne peut pas soustraire 4 de 2
 on échange 1 centaine contre 10 dizaines
 Pour la suite de l'opération on a:
 $12 - 4 = 8$
 $3 - 2 = 1$

● Une retenue avec les dizaines et une retenue avec les centaines

Si le directeur avait donné 432 cahiers et que les 245 devaient être restitués Il resterait $432 - 245$ cahiers

$$\begin{array}{r} 312 \\ - 245 \\ \hline 187 \end{array}$$

On ne peut pas soustraire 5 de 2. J'échange 1 dizaine contre 10 unités. Il reste 2 dizaines que l'on place au dessus de 3 qui est barré on a donc $12 - 5 = 7$
On ne peut pas soustraire 4 de 2; On échange 1 centaine contre 10 dizaines. Il reste 3 centaines que l'on place au dessus de 4 qui est barré
Pour la suite de l'opération on a:
 $12 - 4 = 8$ et $3 - 2 = 1$

Il existe des cas où l'on peut faire un emprunt aux dizaines et un emprunt aux centaines

$$\begin{array}{r} 312 \\ - 245 \\ \hline 187 \end{array}$$

On ne peut pas soustraire 5 de 2. J'échange 1 dizaine contre 10 unités. Il reste 2 dizaines que l'on place au dessus de 3 qui est barré on a donc $12 - 5 = 7$
On ne peut pas soustraire 4 de 2; On échange 1 centaine contre 10 dizaines. Il reste 3 centaines que l'on place au dessus de 4 qui est barré
Pour la suite de l'opération on a:
 $12 - 4 = 8$ et $3 - 2 = 1$

Il existe des cas où l'on peut faire un emprunt aux dizaines et un emprunt aux centaines

Remarque :

On se propose d'effectuer verticalement l'opération : $402 - 37 =$

$$\begin{array}{r} 3910 \\ - 037 \\ \hline 365 \end{array}$$

On ne peut pas soustraire 7 de 2. On ne peut pas non plus échanger pour le moment une dizaine contre 10 unités.
On est obligé d'échanger 1 centaine contre 10 dizaines. Ensuite on échange 1 dizaine contre 10 unités (12 unités au total)
Donc finalement on a: $12 - 7 = 5$;
 $9 - 3 = 6$ et $3 - 0 = 3$

$$10 + 2 = 12$$

Dans la pratique on procède de la manière suivante :

$$\begin{array}{r}
 39 \\
 \cancel{40} \cdot 12 \\
 - 037 \\
 \hline
 365
 \end{array}$$

On échange 1 centaine contre 10 dizaines . Il reste 3 centaines . On barre donc 4 et on écrit 3 au dessus des centaines
 On échange ensuite 1 dizaine contre 10 unités, il reste 9 dizaines . On barre donc 10 et écrit 9 au dessus des dizaines
 On a : $12 - 7 = 5$; $9 - 3 = 6$; $3 - 0 = 3$

1.3. Multiplication avec retenue

Un père donne 145F à chacun de ses trois enfants.

Trouve la somme d'argent qu'il a donnée en tout.

On peut utiliser l'addition pour trouver la somme demandée : $145 + 145 + 145 = 435$.

Ou directement 145×3 .

Le nombre 145 est composé de 5 unités, 4 dizaines et 1 centaine.

Usage du tableau de numération

Le signe de la multiplication est " \times "

NB : La mémorisation des tables de multiplication par les enfants est un préalable pour pouvoir effectuer des opérations faisant appel à la multiplication.

x	c	d	u	3 fois 5 égal 15 , j'écris 5 (sous les unités) et je retiens 1 (dizaine) 3 fois 4 égal 12 (dizaines) 12 plus plus 1 (qui était retenu) égale 13 j'écris 3 (sous les dizaines) et je retiens 1 (centaine) 3 fois 1 égal 3 3 plus 1 égal à 4 et j'écris sous la colonne des centaines	Formalisation de la technique opératoire $ \begin{aligned} 145 \times 3 &= (100 + 40 + 5) \times 3 \\ &= 300 + 120 + 15 \\ &= (300 + 100) + \\ & \quad (20 + 10) + 5 \\ &= 400 + 30 + 5 \\ &= 435 \end{aligned} $
	1	1			
	1	4	5		
	4	3	5		

On abandonnera progressivement le tableau de numération pour poser verticalement l'opération	$ \begin{array}{r} 11 \\ 145 \\ \times \quad 3 \\ \hline 435 \end{array} $	3 fois 5 égale 15 j'écris 5 , je retiens 1 3 fois 4 égale 12 12 plus 1 égale 13 j'écris 3 , je retiens 1 3 fois 1 égale 3 3 plus 1 égale 4
----------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Remarque : On commence toujours par multiplier le multiplicateur par les unités, ensuite les dizaines, les centaines etc. Ceci est dû à la règle d'échange « dix contre un » (Dix unités d'ordre donné constituent une unité de l'ordre immédiatement supérieur).

$145 \times 3 = 435$. Dans cette opération, 145 est le multiplicande, 3 le multiplicateur et 435 le produit.

NB : Des difficultés sont souvent notées quand le multiplicateur comporte 2 chiffres ou plus. Prenons par exemple 154×34 .

Durant cette opération on devra décaler d'un rang vers la gauche à partir du calcul de 3×4 (voir tableau ci-dessous).

	m	c	d	u
		1	5	4
x			3	4
		2	1	6
		4	0	
+		1	2	
	1	5		
	3			
	5	2	3	6

\updownarrow x4
 \updownarrow x3

Pour calculer 3×4 , 3 étant le chiffre des dizaines (dans 34), donc en réalité c'est 30×4 que l'on effectue. Comme $30 \times 4 = 120$, on peut bien écrire 2 sous la colonne des dizaines et 1 sous celle des centaines et laisser un vide sous la colonne des unités.

De même pour le calcul de 3×5 dans cette opération, 3 étant le chiffre des dizaines dans 34 et de même 5 dans 154, c'est donc en réalité 30×50 que l'on effectue. Comme $30 \times 50 = 1500$. On écrit 5 sous la colonne des centaines et 1 sous celle des milliers et on laisse un vide sous les colonnes de dizaines et unités.

Pour le calcul de 3×1 dans la même opération, en réalité il s'agit de calculer 30×100 .

Comme $30 \times 100 = 3000$, on écrit 3 sous la colonne des milliers et on laisse sous les colonnes de centaines, des dizaines et des unités.

Dans la pratique, ces calculs sont condensés pour donner directement ce qui suit :

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 21 \\
 154 \\
 \times 34 \\
 \hline
 616 \\
 + 462 \\
 \hline
 5236
 \end{array}$$

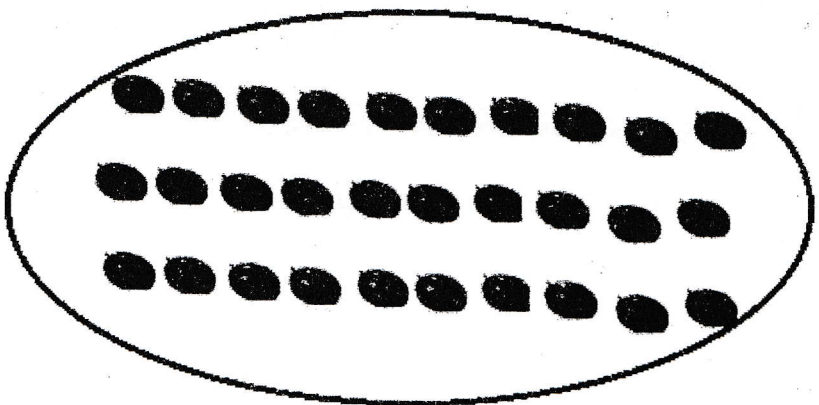
4 fois 4 égale 16, j'écris 6 et je retiens 1 (dizaine)
 4 fois 5 égale 20
 20 plus 1 égale 21, j'écris 1 et je retiens 2
 4 fois 1 égale 4
 4 plus 2 est égale 6

3 fois 4 égale 12, j'écris 2 et je retiens 1
 3 fois 5 égale 15
 15 plus 1 égale à 16, j'écris 6 et je retiens 1
 3 fois 1 égale 3
 3 plus 1 égale à 4

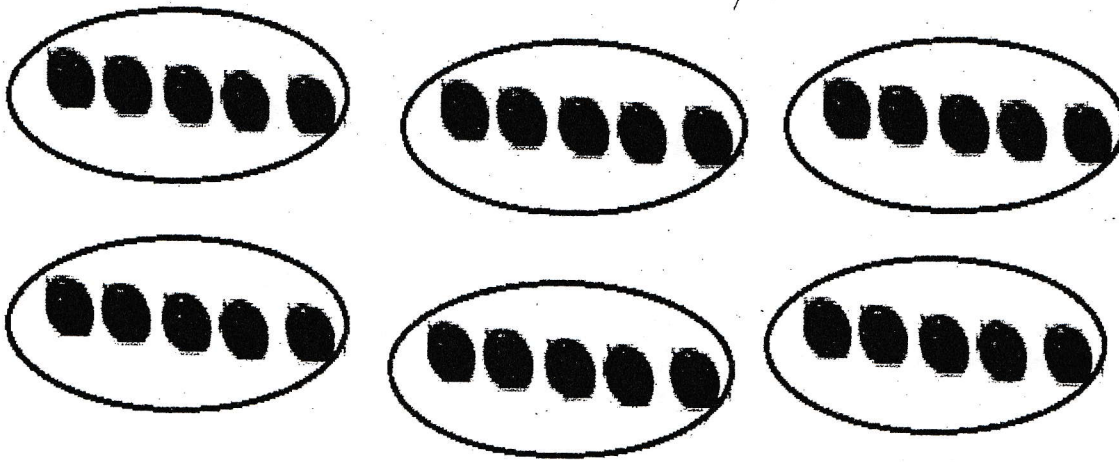
1.4. Divison

1°) Division exacte

Tu as 30 mangues que tu dois mettre dans des sachets. Dans chaque sachet, il y a 5 mangues.
 Donne le nombre de sachets qu'il faut :



L'enseignant peut demander à un élève de procéder au partage équitable des 30 mangues dans les 5 sachets devant ses camarades de classe.



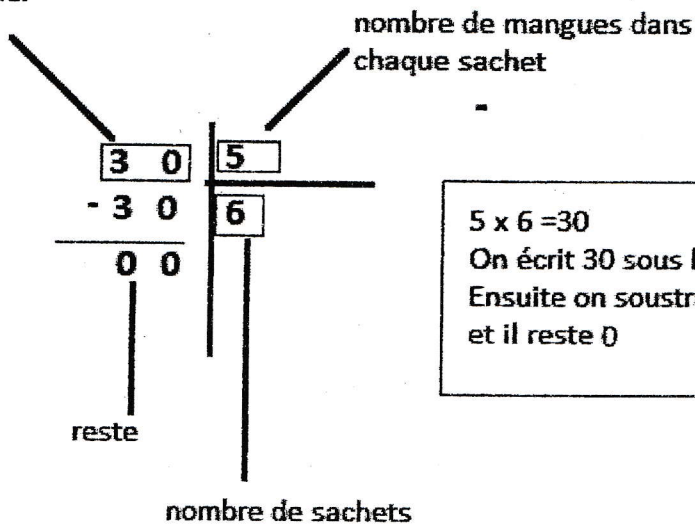
On a au total 6 sachets contenant 5 mangues chacun

Répartir équitablement les 30 mangues dans des sachets de 5 signifie aussi diviser 30 par 5.
 Effectuer la division de 30 par 5 revient à trouver le nombre qui multiplié par 5 donne 30.
 On a $30 \div 5 = 6$. Dans cette opération, 30 est le dividende, 5 le diviseur, 6 le quotient et 0 le reste.

Le dividende est souvent représenté par D ; le diviseur par d et le quotient par q.

L'opération posée verticalement donne :

Les 30 mangues à distribuer



$5 \times 6 = 30$
 On écrit 30 sous le 30
 Ensuite on soustrait 30 de 30
 et il reste 0

Une fois le procédé compris, le résultat de 6×5 c'est-à-dire 30 n'est plus écrit sous le dividende. On le soustrait mentalement de 30 et on écrit le reste sous le dividende comme dans l'exemple ci-dessous.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \hline 0 & 6 \end{array}$$

NB : Si la quantité d'objets à partager est élevée, il est difficile de faire ce partage équitable en n quantités. C'est pour cela qu'il est important que les élèves aient une bonne appropriation de la technique de la division verticale.

dividende

$$\begin{array}{r} 603 \\ -6 \\ \hline 00 \\ -0 \\ \hline 03 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Reste

diviseur

$$\begin{array}{r|l} 3 & \\ \hline 201 & \end{array}$$

quotient

On commence d'abord par le chiffre des centaines. Dans 6 combien de fois 3?
On trouve 2 et $3 \times 2 = 6$
 $6 - 6 = 0$
On abaisse le 0 (colonne dizaine)
Dans 0 combien de fois 3?
0 fois et on a: $3 \times 0 = 0$
 $0 - 0 = 0$
On abaisse 3
Dans 3 combien de fois 3?
1 fois et $3 \times 1 = 3$
 $3 - 3 = 0$

2°) Division avec reste

Situation

« Ta maman doit partager équitablement entre toi et tes deux frères 43 oranges.

Combien d'oranges aura chacun d'entre vous ? »

L'opération posée horizontalement est $43 \div 3$

Dans la pratique, on procède de la manière suivante :

dividende	$ \begin{array}{r} 43 \\ \underline{1 \times 3 = 3} \\ 13 \\ \underline{4 \times 3 = 12} \\ 01 \\ \text{reste} \end{array} $	<div style="text-align: right; margin-bottom: 10px;">diviseur 3</div> <hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">14</div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> </div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">quotient</div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> </div> <div style="text-align: center;">reste</div>	<p>Je divise d'abord les dizaines par 3 Chacun aura 1 dizaine donc 3 dizaines pour les trois. Il reste 1 dizaine et on l'échange contre 10 unités. Puis ces 10 unités ajoutés aux 3 donne 13 unités et on divise donc 13 par 3. Ceci donne 4 et il reste 1 unité</p>
-----------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Dans la pratique on aura la disposition suivante :

$ \begin{array}{r} 43 \\ 13 \\ 1 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 3 \\ 14 \end{array} $	<p>Dans 4 , combien de fois 3? 1 fois $1 \times 3 = 3$ et $4 - 3 = 1$ l'abaisse 3 Dans 13 , combien de fois 3 ? 4 fois $4 \times 3 = 12$ et $13 - 12 = 1$</p>
------------------------------------------------------	-----------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. SYNTHÈSE DE CAS D'ERREURS RÉCURRENTES ET PISTES D'AMÉLIORATION POSSIBLES

Les cas présentés ci-dessous sont tirés de l'étude de base. Ils révèlent les difficultés notées en écriture en chiffres et en lettres, dans l'utilisation du tableau de numération et en techniques opératoires.

Les erreurs récurrentes sont décrites. Des hypothèses sont formulées et enfin des pistes d'amélioration sont proposées.

- /Ecriture en chiffres et en lettres (74.5% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

Exercice 2
Ecris en chiffres et en lettres le nombre composé de 5 centaines, 1 dizaine et 3 unités

1) En chiffres : 5 / 1 / 3

2) En lettre : Cinq / un / trois

Description de l'erreur/constat:

- L'élève a écrit 513 en chiffres en séparant les différents chiffres par des barres.
- A la place de 513 en lettres, l'élève a écrit en lettres les différents chiffres (cinq, un et trois)

Hypothèses sur l'erreur:

- Il ne maîtrise pas le tableau de numération.
- L'enseignant n'a pas donné suffisamment d'exercices sur l'écriture des nombres en chiffre et en lettre.

Exercice 2
Ecris en chiffres et en lettres le nombre composé de 5 centaines, 1 dizaine et 3 unités

1) En chiffres : 9

2) En lettre :

Description de l'erreur/constat:

- L'élève a écrit le chiffre 9 au lieu de 513
- Il n'a pas écrit 513 en lettres.

Hypothèses sur l'erreur:

- Il ne comprend pas le consigne.
- Il a procédé à une addition des chiffres du nombre 513
- L'élève ne maîtrise pas le tableau de numération
- Le maître ne donne pas assez d'exercices sur l'écriture des nombres en chiffres et en lettres.

Exercice 2
Ecris en chiffres et en lettres le nombre composé de 5 centaines, 1 dizaine et 3 unités

1) En chiffres : 5 4 3

2) En lettre : cinq quatre trois

Description de l'erreur/constat:

- Il a écrit cinq tirés. Il n'a pas écrit correctement 513 en lettres

Hypothèses sur l'erreur:

- Les exercices sur l'écriture des nombres en lettre sont insuffisants.
- L'écriture en lettres des chiffres n'est pas effectivement réalisée par l'enseignant

Piste d'amélioration :

- Il est essentiel que les enseignants amènent les élèves à écrire les nombres en chiffres et en lettres
- Ensuite, ils doivent aider les élèves à maîtriser le tableau de numération en utilisant la manipulation et la schématisation
- Les élèves doivent faire toujours des exercices sur l'écriture des nombres en chiffres et en lettres.

● **Tableau de numération (55% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)**

Exercice 1

1) Voici trois nombres : 2 ; 53 et 201

Place chacun de ces nombres dans le tableau de numération ci-contre

Tableau de numération

Centaine	Dizaine	Unité
1	5	2
3	2	5
5	0	1

Description de l'erreur/constat:

- L'élève remplit le tableau en utilisant les trois nombres 2 ; 54 et 201 au hasard.

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas le tableau de numération
- L'enseignant n'a pas abordé le tableau de numération.

Exercice 1

1) Voici trois nombres : 2 ; 53 et 201

Place chacun de ces nombres dans le tableau de numération ci-contre

Tableau de numération

Centaine	Dizaine	Unité
2	5	3
2	0	1

Description de l'erreur/constat:

- L'élève a rempli le nombre 2 et 53 dans la même rangée comme 253

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas bien le tableau de numération
- L'enseignant n'a pas abordé le tableau de numération

Exercice 1

1) Voici trois nombres : 2, 53 et 201.

Place chacun de ces nombres dans le tableau de numération ci-contre.

Tableau de numération

Centaine	Dizaine	Unité
1	2	1
5	3	
2	0	1

Description de l'erreur/constat:

- L'élève a rempli 2 dans la dizaine, 1 dans la centaine et 1 dans les unités avec le nombre 2.
- Il a rempli 5 dans la centaine et 3 dans la dizaine, avec le nombre 53.

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne maîtrise pas le tableau de numération
- Le maître n'a pas fait l'étude du tableau de numération

Piste d'amélioration :

- Le maître doit insister sur l'utilisation du tableau de numération en utilisant la manipulation et la schématisation.
- Les élèves doivent faire suffisamment d'exercices sur le tableau de numération.

● **Techniques opératoires****1. Addition (41% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)****Exercice 3**

Pose et effectue chacune des opérations suivantes :

$$1) 23 + 15 = \begin{array}{r} 23 \\ +15 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$2) 18 + 26 = \begin{array}{r} 18 \\ +26 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$3) 267 + 86 = \begin{array}{r} 267 \\ +86 \\ \hline 353 \end{array}$$

Description de l'erreur/constat:

- L'élève n'a pas placé les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines et les centaines sous les centaines.

Hypothèses sur l'erreur:

- Il ne maîtrise pas le tableau de numération
- il ne peut pas poser correctement une opération

Piste d'amélioration :

- Le maître doit enseigner bien le tableau de numération
- Les élèves doivent effectuer des additions de base avec différents chiffres en faisant attention sur la position des chiffres (les centaines, les dizaines et les unités).

Exercice 3

Pose et effectue chacune des opérations suivantes :

1) $23 + 15 =$

$$\begin{array}{r} + 23 \\ + 15 \\ \hline 38 \end{array}$$

2) $18 + 26 =$

$$\begin{array}{r} + 18 \\ + 26 \\ \hline 44 \end{array}$$

3) $267 + 86 =$

$$\begin{array}{r} 267 \\ + 86 \\ \hline 353 \end{array}$$

Description de l'erreur/constat:

- Il a oublié d'ajouter la retenue dans la colonne des dizaines.

Hypothèses sur l'erreur:

- Il ne sait pas faire l'addition avec retenue
- Le maître ne donne pas suffisamment d'exercices sur l'addition avec retenue.

Piste d'amélioration :

- Il est nécessaire de faire des exercices sur l'addition avec retenue.

Exercice 3

Pose et effectue chacune des opérations suivantes :

1) $23 + 15 =$

$$\begin{array}{r} + 23 \\ + 15 \\ \hline = 38 \end{array}$$

2) $18 + 26 =$

$$\begin{array}{r} + 18 \\ + 26 \\ \hline = 44 \end{array}$$

3) $267 + 86 =$

$$\begin{array}{r} 267 \\ + 86 \\ \hline = 443 \end{array}$$

Description de l'erreur/constat:

- L'élève a fait des erreurs avec retenue.

Hypothèses sur l'erreur :

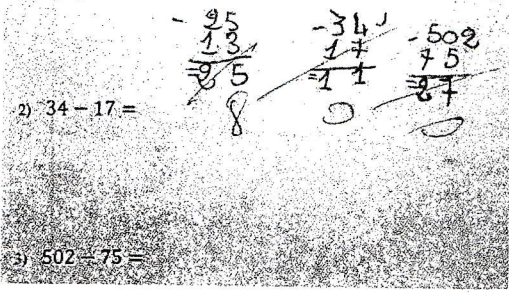
- L'élève ne sait pas faire l'addition avec retenue.
- L'enseignant ne donne pas assez d'exercices sur l'addition avec retenue

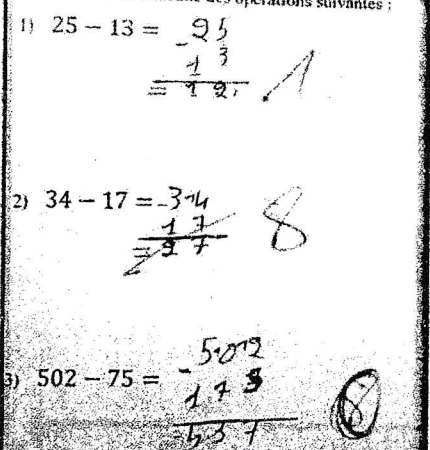
Piste d'amélioration :

- Le maître doit bien enseigner l'addition avec retenue.

L'enseignant doit donner suffisamment d'exercices sur l'addition avec retenue.

2. Soustraction (82% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

<p>Exercice 4 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $25 - 13 =$</p> <p>2) $34 - 17 =$</p> <p>3) $502 - 75 =$</p> 	<p>Description de l'erreur/constat:</p> <ul style="list-style-type: none"> - L'élève n'a réussi aucune opération. Pour 1), l'élève reproduit le premier terme au résultat. Pour 2), l'élève donne un résultat sans relation avec les termes de l'opération. Pour 3) l'élève a mal placé le deuxième terme et n'a pas trouvé le résultat <p>Hypothèses sur l'erreur:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Il ne maîtrise pas le tableau de numération. - Il ne peut pas effectuer des opérations portant sur la soustraction avec retenue
<p>Piste d'amélioration :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Le maître doit aider les apprenants à bien utiliser le tableau de numération. - Le maître doit proposer une batterie d'exercices sur la soustraction aux apprenants. - Les élèves doivent faire plusieurs exercices portant sur la soustraction en utilisant le tableau de numération. 	

<p>Exercice 4 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $25 - 13 =$</p> <p>2) $34 - 17 =$</p> <p>3) $502 - 75 =$</p> 	<p>Description de l'erreur/constat:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pour 2), l'élève n'a pas soustrait une retenue à la dizaine. Pour 3), l'élève a eu des difficultés avec la retenue. <p>Hypothèses sur l'erreur:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Il ne sait pas effectuer une soustraction avec retenue.
<p>Piste d'amélioration :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Le maître doit partir de la manipulation pour aider les enfants à maîtriser la soustraction avec retenue. Le maître doit utiliser le tableau de numération pour aider l'élève à bien effectuer la soustraction avec retenue. - Les élèves doivent faire plusieurs exercices portant sur la soustraction avec retenue. 	

Exercice 4

Pose et effectue chacune des opérations suivantes :

$$1) 25 - 13 = \begin{array}{r} 25 \\ -13 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$2) 34 - 17 = \begin{array}{r} 34 \\ -17 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$3) 502 - 75 = \begin{array}{r} 502 \\ -75 \\ \hline 427 \end{array}$$

Description de l'erreur/constat:

-Pour 2), l'élève a soustrait l'unité du premier terme à celle du deuxième terme pour contourner la difficulté.

Pour 3), le même procédé a été utilisé.

Hypothèses sur l'erreur:

-L'élève ne maîtrise pas la technique de la soustraction avec retenue.

Piste d'amélioration :

- Le maître doit enseigner le sens de soustraction en utilisant des objets concrets et des schémas.
- Les élèves doivent faire plusieurs exercices de soustraction avec retenue.

3. Multiplication (67% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)**Exercice 5**

Pose et effectue chacune des opérations suivantes :

$$1) 8 \times 3 = \begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$2) 86 \times 5 = \begin{array}{r} 86 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$3) 79 \times 4 = \begin{array}{r} 79 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Description de l'erreur/constat:

L'élève ne sait pas effectuer une multiplication.

Hypothèses sur l'erreur:

-L'élève ne maîtrise pas les tables de multiplication.

L'élève ne maîtrise pas la technique de multiplication.

Piste d'amélioration :

- Le maître doit aider les élèves à mémoriser les tables de multiplication.
- Le maître doit aider les élèves à bien maîtriser les techniques de la multiplication.

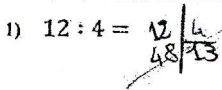
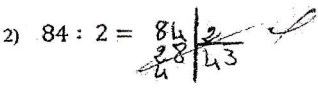
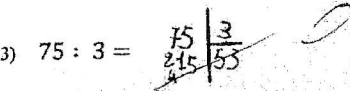
<p>Exercice 5 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $8 \times 3 = 8$ $\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline 88 \end{array}$</p> <p>2) $86 \times 5 = 86$ $\begin{array}{r} 86 \\ \times 5 \\ \hline 430 \end{array}$</p> <p>3) $79 \times 4 = 79$ $\begin{array}{r} 79 \\ \times 4 \\ \hline 316 \end{array}$</p>	<p>Description de l'erreur/constat: L'élève ne sait pas effectuer une multiplication.</p> <p>Hypothèses sur l'erreur: - L'élève ne maîtrise pas la table de multiplication. L'élève cherche uniquement à répondre au maître.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------


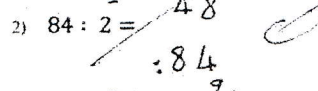
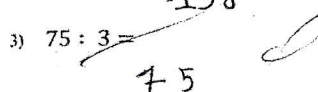
Piste d'amélioration :
- Les élèves doivent faire plusieurs exercices portant sur la technique de la multiplication. L'enseignant doit renforcer les capacités des élèves à maîtriser la technique de la multiplication, avec suffisamment d'exercice.

<p>Exercice 5 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $8 \times 3 = 8$ A $\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline 24 \end{array}$</p> <p>2) $86 \times 5 = 86$ $\begin{array}{r} 86 \\ \times 5 \\ \hline 430 \end{array}$</p> <p>3) $79 \times 4 = 79$ $\begin{array}{r} 79 \\ \times 4 \\ \hline 316 \end{array}$</p>	<p>Description de l'erreur/constat: Pour 2) l'élève a fait la multiplication sans tenir compte de la retenue. Pour 3) l'élève reprend le même procédé.</p> <p>Hypothèses sur l'erreur: - L'élève ne maîtrise pas la multiplication avec retenue. L'enseignant ne donne pas suffisamment d'exercices sur la multiplication avec retenue.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Piste d'amélioration :
-L'enseignant doit amener les élèves à faire beaucoup d'exercices sur la multiplication avec retenue.

4. Division (76% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

<p>Exercice 6 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $12 : 4 =$ </p> <p>2) $84 : 2 =$ </p> <p>3) $75 : 3 =$ </p>	<p>Description de l'erreur/constat: - L'élève n'a réussi aucune opération.</p> <p>Hypothèses sur l'erreur: - Il ne maîtrise pas la technique de la division. - Il ne maîtrise pas la table de multiplication</p>
<p>Piste d'amélioration : - Le maître doit aider les élèves à mémoriser les tables de multiplication. - Les élèves doivent faire plusieurs exercices de division. - Le maître doit bien enseigner la division.</p>	

<p>Exercice 6 Pose et effectue chacune des opérations suivantes :</p> <p>1) $12 : 4 =$ </p> <p>2) $84 : 2 =$ </p> <p>3) $75 : 3 =$ </p>	<p>Description de l'erreur/constat: - L'élève a fait une multiplication à la place de la division.</p> <p>Hypothèses sur l'erreur: - Il ne connaît pas le signe de la division (:). - Le maître n'a pas habitué l'élève à cette manière de présenter la division.</p>
<p>Pistes d'améliorations : - Le maître doit montrer aux élèves la différence entre la multiplication et la division. - Les élèves font plusieurs exercices de multiplication et de division.</p>	

Guide pédagogique du CEB révisé, Enseignement élémentaire, 1^{ère} étape CI-CP, MEN/SENEGAL 2014.

Guide pédagogique du CEB révisé, Enseignement élémentaire, 2^{ème} étape CI-CP, MEN/SENEGAL 2014.

Collection « **Outils pour le maître** » (Numération) MEN/SENEGAL, 1995

Manuel de l'élève « **Mari, Madi et les mathématiques** » (Guide d'utilisation 1^{ère} étape CI-CP) EENAS, 2013

« **Mari, Madi et les mathématiques** » 1^{ère} étape CI EENAS, 2013

« **Mari, Madi et les mathématiques** » 1^{ère} étape CP EENAS, 2013

« **Mari, Madi et les mathématiques** » (Guide d'utilisation 1^{ère} étape CI-CP) EENAS, 2013

« **Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa!** » Première étape CI Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1

« **Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa!** » Première étape CP Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1

« **Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa!** » Guide d'utilisation Première étape CI-CP Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1

Synthèse de documents réalisée par l'ETN du PAAME