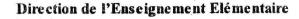
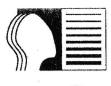


REPUBLIQUE DU SENEGAL Un Peuple - Un But - Une Foi

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE









Projet d'Amélioration des Apprentissages en Mathématiques à l'Elémentaire(PAAME)

Elaboré par l'Equipe du PAAME

Octobre 2016

TABLES DES MATIERES

Int	troduction	1
Í.	PARTIE THEORIQUE	2
	1. Notion de nombre	
	2. Préparation matérielle pour l'acquisition du nombre	
	3. Informations didactiques	11
II.	PARTIE PRATIQUE.	13
	1. Orientations d'ordre méthodologique pour l'élaboration de fiches	13
	2. Quelques techniques d'étude de l'addition et de la soustraction	
	3. Synthèse des cas d'erreurs récurrentes d'un échantillon d'élèves ayant subi les tes	
	l'étude de base	30
SO	DURCES DOCUMENTAIRES	36

INTRODUCTION

Le présent module sur la numération a été conçu en réponse aux difficultés issues du traitement des résultats de l'étude de base¹. Celle-ci a été initiée par le PAAME pour mesurer le niveau de performance des apprenants, l'aptitude des enseignants à conduire des leçons de mathématiques et le niveau de fonctionnement des organes de gestion (CGE et UCGE).

L'étude a permis d'établir une situation de référence en analysant les résultats des apprenants et la pratique des enseignants, principalement à la première étape.

Concernant le niveau de performance des apprenants sur la numération au CP, l'analyse des résultats de l'étude de base a mis en évidence des difficultés portant sur la découverte du nombre, l'écriture du nombre en lettres et en chiffres, la composition, la décomposition l'utilisation des signes de comparaison et l'étude des opérations.

En outre, l'analyse des résultats de la pratique de classe montre que les enseignants du CP éprouvent de réelles difficultés à planifier correctement leurs leçons mais aussi à mettre en œuvre avec efficacité des activités d'enseignement-apprentissage en mathématiques, particulièrement en numération.

Face à ces difficultés, le projet envisage de contribuer à l'amélioration de la mise en œuvre des activités d'enseignement apprentissage en numération à travers un module, dont l'objectif général est d'améliorer la mise en œuvre des situations d'enseignement/apprentissage en numération.

Il s'agira précisément de :

- renforcer les connaissances de base des enseignants sur la numération ;
- proposer des indications pour l'élaboration de fiches ;
- partager des cas d'erreurs à partir de productions d'élèves ;
- renforcer les compétences des enseignants dans la conduite des leçons de numération.

Ce module s'articule autour de deux parties :

• une partie théorique qui comprend :

- o des contenus sur la numération ;
- o un rappel de quelques principes directeurs liés à l'enseignement des mathématiques à l'élémentaire ;
- o une démarche pour l'étude du nombre à la première étape.

• une partie pratique qui comporte :

- o des orientations méthodologiques pour l'élaboration de fiches pour la première étape ;
- o quelques techniques pour l'étude de l'addition et de la soustraction ;
- o une synthèse de cas d'erreurs récurrentes d'un échantillon d'élèves ayant subi les épreuves de l'étude de base et des pistes d'amélioration pouvant être envisagées.

¹ Voir Rapport étude de base.

I. PARTIE THEORIQUE

1. NOTION DE NOMBRE

1.1. Le concept de nombre

- O Un nombre est une idée qui permet de se représenter ou d'imaginer une quantité.
- o Il aide à quantifier.
- O Un nombre ne représente pas une quantité, il ne l'exprime pas.
- O Un nombre est un élément qui appartient à l'un des ensembles suivants :
 - L'ensemble des entiers naturels noté IN, composé d'entiers naturels

$$.IN = \{0,1,2,3,4,5,...\}$$

L'ensemble des entiers relatifs noté Z, composé d'entiers positifs et négatifs

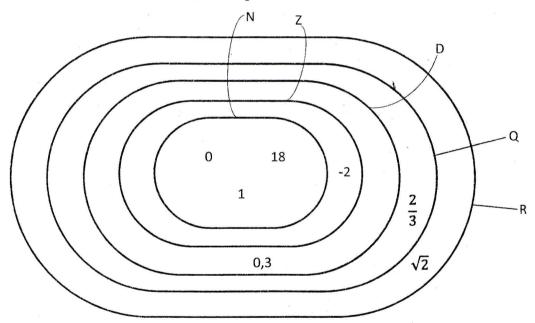
$$Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 3, 4, 5 \dots\}$$

- L'ensemble des nombres décimaux relatifs noté ID, composé des décimaux arithmétiques et de leurs opposés
- $ID = \{....-4,5; -3; -2,045; -1; 2,5; 3; 4,008\}$
- L'ensemble des nombres rationnels noté Q, composé d'éléments de la forme : $\frac{a}{b}$ avec a et b des entiers relatifs et b non nul

Q=
$$\left\{...,-7; -5; -\frac{2}{7}; 3; 0; 1; \frac{1}{3}; 4,5\right\}$$

L'ensemble des nombres réels noté IR, composés de rationnels et d'irrationnels Exemples 2; 3; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{3}$; π sont des nombres réels

Ces ensembles s'emboitent comme l'indique le dessin ci-dessous



L'ensemble IN est contenu dans Z, qui est contenu dans ID, qui lui aussi est dans Q qui à son tour aussi est contenu dans IR. On écrit : $IN \subset Z \subset ID \subset Q \subset IR$

Au niveau de la première étape, nous nous intéressons essentiellement au nombre entier naturel qui est par définition le cardinal d'un ensemble fini.

Le nombre entier naturel peut être envisagé sous son aspect cardinal comme la propriété commune à toutes les collections concrètes d'objets qui contiendrait le même nombre d'objets.

L'ensemble de tous les cardinaux est ordonné. C'est l'aspect ordinal.

1.2. Les situations où interviennent les nombres

Dans la vie courante, les nombres interviennent dans quatre types de situations :

- La désignation

Le nombre est employé comme un nom ou une étiquette (la ligne N°5 par exemple).

- Le rangement

Le nombre permet de repérer les objets désignés les uns par rapport aux autres (exemple : la troisième table de la dernière rangée).

- La quantification

Le nombre constitue une réponse à la question « combien ? » ; on distingue le dénombrement réalisé).

- Le calcul

Le nombre permet de déterminer le résultat des opérations effectuées (par exemple, quantifier

1.3. Compréhension du nombre

La compréhension du nombre nécessite de la part de l'élève la possibilité de l'abstraction, de l'engendrement et de la sériation.

L'abstraction: C'est d'abord la possibilité de découper dans l'univers perçu des éléments semblables entre lesquels pourra s'établir la correspondance un à un et les mises en relation (des citrons, des enfants, des arbres...)

Il s'agit pour l'enfant de comprendre par exemple que le nombre 2, ce n'est pas 2 cailloux, 2 capsules, 2 tables, 2 élèves mais une propriété commune à tous les ensembles qui ont deux éléments.

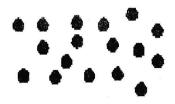
- L'engendrement: Concevoir la collection « 3 » ce n'est pas seulement la voir comme une réalité distincte mais en comprendre la production selon les combinaisons possibles (1+1+1=3; 2+1=3; 1+2=3). Mais la compréhension de cette opération suppose que l'esprit conçoive l'égalité possible de collections visuelles différentes.
- La sériation: Elle consiste à ordonner une série d'objets en fonction de leur différence:
- par ordre de taille, de poids, d'intensité (bruits et son), de couleurs, de rugosité, etc.. Ce qui permettra d'introduire les notions « plus que »; « moins que » .
- par ordre chronologique (approche du nombre ordinal).

 Il est important que l'enfant comprenne que le nombre « 3 » est à la fois plus grand que « 2 » et plus petit que « 4 ».

La différence entre deux mesures ou trouver une grandeur à l'aide de deux autres grandeurs).

1.4. Système de numération à base 10

1.4.1. Règle des groupements



Considérons les objets éparpillés suivants :

Ils peuvent être groupés par : 2; 3; 4; 5 ...; 10. Si on choisit de grouper ces objets deux par deux, on parle alors de base deux. On peut aussi faire des groupements de trois par trois, et on parle de base trois ..., des groupements de 10 par 10 et on parle de base dix.

Pour le présent module, nous allons nous intéresser essentiellement aux groupements 10 par 10.

Notre système de numération est de type positionnel et à base 10 : la position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre exprime la puissance de 10 et le nombre de fois qu'elle intervient. L'absence d'une puissance est notée par 0.

NB : Par convention $10^1 = 10 \text{ et } 10^0 = 1$

Exemples: $25 = (2 \times 10^{1}) + (5 \times 10^{0})$

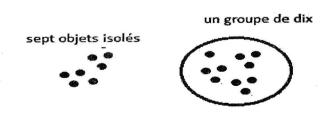
 $308 = (3 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$

$$1256 = (1 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (6 \times 10^0)$$

La valeur du nombre écrit dépend à la fois des symboles et de leur position dans l'écriture de ce nombre.

Exemple: Avec les symboles (chiffres) 9; 2 et 1 on peut écrire les nombres suivants: 921;912;219; 291;192 et 129 qui n'ont pas évidemment les mêmes valeurs.

Comme nous sommes dans la base 10, il faut procéder donc à des groupements de 10 en entourant des ensembles de 10 objets. Pour notre exemple on a un seul groupe de 10 et 7 objets isolés.



1.4.2. Règle de position

- Cette règle nous impose de ranger les objets des différents dans l'ordre des puissances successives de la base de la droite vers la gauche. Ceci permet d'obtenir le tableau ci-dessous.

Unités d'ordre 1 (dizaines)	Unités d'ordre 0 (unités)
1	7

Ainsi en base dix, le nombre d'objets (🍨) s'écrit : 17 et se lit : dix-sept

$$17 = (1 \times 10^1) + (7 \times 10^0)$$

1.5. Passage au tableau de numération

Ce tableau simplifié donne :

d	u
1	7

On lit 7 unités(u) et 1 dizaine(d)

A partir du tableau de numération, il est bon d'entraîner les élèves à lire rapidement des nombres, découvrir et retenir que les chiffres1-2-3-4-5-6-7-8-9 dans la colonne des unités se prononcent « Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf » parce que considérés comme des unités par rapport à la numération décimale. Par contre, ces mêmes chiffres placés dans la colonne des dizaines se prononcent « dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, soixante dix. » parce que considérés comme des unités d'ordre 1.

On voit bien que les zéro ne sont pas utiles pour lire les nombres puisque c'est la place dans le tableau qui détermine la lecture et la valeur.

Avec les unités d'ordre 2, on peut avoir le tableau suivant :

С	d	u
± 1	0	0

On lit 0 unité(u) 0 dizaine(d) et 1 centaine (c)

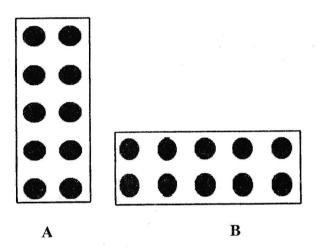
Il est bon ici de rappeler que notre système de numération, contrairement à la numération romaine (qui était limitée), est une numération basée sur le **positionnement des chiffres**. Cette numération qui nous est venu des arabes est très performante puisqu'avec dix chiffres on pet écrire une infinité de nombres. Son principe : la position d'un chiffre sonne la valeur du nombre qu'il représente et chaque position entraîne une lecture différente. Ceci est fondamental et il faut que les élèves de CP comprennent que, **selon sa place**, **un chiffre ne se prononce pas de la même façon et ne représente pas la même valeur** (le nombre). D'où l'importance, la nécessité de l'utilisation du tableau de numération.

Cette étape est une des plus difficile même si pour nous elle paraît simple voir évidente. On va passer à l'usage de la symbolique et donc à l'abstraction. Ici, les objets (bâtonnets, bonbons, capsules, cailloux) auront disparu et il n'en restera que des signes. C'est à ce moment qu'on fait des mathématiques. Faire de la manipulation, ce n'est pas faire des mathématiques. On fait des mathématiques, quand on utilise la langue, les signes, les chiffres et les nombres, c'est-à-dire les outils mathématiques.

1.6. Quelques obstacles à l'acquisition du nombre :

• Nombre-mesure

La principale difficulté se situe au niveau de la conservation des quantités et donc du nombre mesure. Piaget et ses disciples ont mené sur ce sujet des études approfondies mettant en évidence le problème provenant de la contradiction entre les apparences et les faits.



Si l'enfant ne « voit » qu'une seule dimension des contenants, ici la longueur l'amène à dire Que A contient moins d'objets que B.

• Oralité du nombre :

Notre numération orale n'est pas positionnelle. Elle est additive et multiplicative avec de nombreuses exceptions. Quand on lit un nombre, on n'entend pas ce qu'on écrit et on n'écrit pas ce qu'on entend.

L'élève écrit les nombres en chiffres à partir de leur désignation orale : 609 pour soixanteneuf (juxtaposition de 60 et de 9).

• Difficulté d'écriture du nombre en chiffre (numération de position)

Ici l'élève ne prend pas en compte la position des chiffres dans l'écriture des nombres : les nombres 21 ou 12 sont perçus comme étant identiques à l'écriture.

• Difficulté d'écriture du nombre (passage de l'unité à la dizaine)

La procédure qui utilise les paquets de dix puis de cent est source de difficultés basées en particulier sur le sens que l'on donne à ces paquets et au lien entre ceux-ci et l'écriture chiffrée des nombres.

L'élève ne comprend pas toujours le passage à la dizaine : il a du mal à passer de l'unité à la dizaine et à comprendre la représentation d'un paquet de dix unités par le chiffre 1, à comprendre que « 1 peut valoir 10 ou 100...).

• Difficulté à manipuler le nombre : décomposer, recomposer de différentes façons

Il s'agira de travailler toutes les combinaisons relatives à la décomposition et à la recomposition d'un nombre en vue d'écrire le nombre sous toutes ses formes.

1.7. Les cinq aspects du nombre

La maitrise du nombre nécessite l'étude des cinq aspects suivants :

- > Aspect cardinal : Le cardinal d'un ensemble fini est le nombre d'éléments de cet ensemble.
- > Aspect ordinal : Il indique le rang d'un élément dans une série.
- > Aspect écriture en chiffres et en lettres du nombre : L'apprenant doit écrire en chiffres et en lettres le nombre étudié.
- > Aspect lecture du nombre : Travailler la lecture des nombres.
- Aspect groupement ou base de numération : notre système utilise la base dix et ceci correspond au fait que l'on effectue un groupement par dix éléments selon la règle suivante : une unité de l'ordre supérieur équivaut à dix unités de l'ordre précédent.

1.8. Notion d'ordre /comparaison de nombres entiers

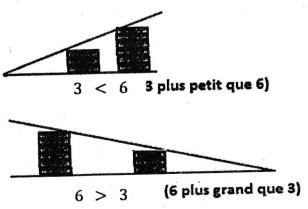
On utilise les signes > et < pour comparer des chiffres ou des nombres.

Le signe > signifie que le nombre situé à gauche de > est plus grand (ou supérieur) que celui situé à droite de >.

Le signe < signifie que le nombre situé à gauche de < est plus petit (ou inférieur) que celui situé à droite de <

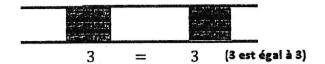
Le signe = signifie que les deux nombres sont égaux.

Précédemment, on a défini un nombre entier naturel comme le cardinal d'un ensemble fini. On peut utiliser des objets de même taille pour visualiser les signes <; >; = (voir figures cidessous)

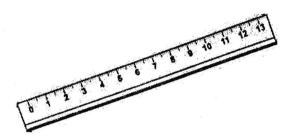


Ces deux figures peuvent permettre aux élèves de mieux comprendre le sens des < et >

Quand on a le même nombre d'objets de même taille, la figure se présente comme suit :



Une fois le sens de ces signes compris, on pourra se servir de la règle graduée pour dire qu'entre deux nombres donnés sur la règle, celui situé à gauche est plus petit que celui de la droite comme l'illustre la règle graduée ci-dessous.

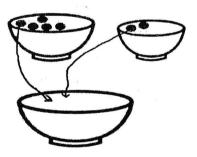


1.9. Composer /décomposer un nombre entier

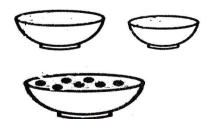
1.9.1. Composer un nombre

Composer un nombre c'est aller des parties vers l'ensemble tout entier

<u>Exemple</u>: Tu as trois assiettes. L'une contient cinq oranges et l'autre deux. On prend toutes les oranges contenues dans ces deux assiettes pour les mettre dans une troisième assiette vide



Après avoir vidé les deux assiettes de leur contenu, on aura sept oranges dans la troisième assiette.



Cette manipulation s'appelle « composition de 7 à partir de 5 et 2 »

1.9.2. Décomposer un nombre entier

Décomposer un nombre, c'est partir de l'ensemble vers des parties

Exemple: Une assiette contient sept oranges. Tu dois les distribuer dans deux assiettes

Il s'agit ici donc de décomposer le nombre 7



On pourra laisser les élèves faire toutes les distributions possibles. Pour ce faire, on peut conduire les élèves à manipuler en distribuant à chacun sept pierres qu'ils doivent partager en deux sous collections.





Une distribution possible

Cette manipulation s'appelle « décomposition de 7 par 4 et 3 »

NB: Souvent, la composition et la décomposition sont abordées en même temps à travers l'écriture additive du nombre qui est une forme qui ne comprend que des nombres et des signes + (au moins un).

Exemple:

5+9=14 (composition), et 14=3+4+7 (décomposition) sont des écritures additives du nombre 14

2. PREPARATION MATERIELLE POUR L'ACQUISITION DU NOMBRE :

Plusieurs matériels permettent de travailler les mots nombres. En guise d'exemples, des illustrations suivantes sont données.

2.1. Cartons comportant les mots nombres nécessaires pour compter jusqu'à 100

On peut en faire l'inventaire avec les élèves et réaliser les cartons utiles.

Exemple:

Dix

Trente

Cent

2.2. Cartons Montessori

Ces cartons facilitent la liaison entre l'écriture du nombre en chiffre et sa lecture.

Ce matériel est constitué de :

10 cartons de

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

9 cartons de



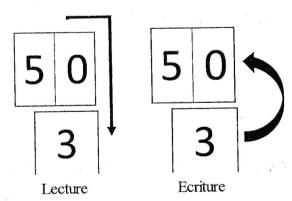
1 carton de

100

Etc.

Ils s'utilisent en se superposant et en commençant par le plus long.

Ils se placent ainsi:



pour permettre la lecture du nombre et se superposent pour permettre son écriture.

2.3. Autres matériels

Le travail de l'algorithme numérique écrit sur la bande horizontale ne suffit pas. Les informations prises en compte par les enfants ne sont pas de la même nature suivant le matériel utilisé. Le tableau des nombres met l'accent sur l'organisation en dizaines. La bande verticale met particulièrement en évidence la répétition des chiffres des unités, des dizaines et des centaines.

C'est pourquoi, il est nécessaire de diversifier les présentations de l'algorithme numérique écrit en chiffres pour convenir à tous les enfants.

Il est nécessaire de laisser un affichage permanent bien choisi, concernant l'algorithme numériques écrit en chiffres. Cet affichage pourra être déplacé ou modifié au cours de l'année. Introduite dès le début de l'année, la bande horizontale jusqu'à 100 au CP peut être affichée en permanence.

						-		-	40	44	12	143	44	15	16	17	18	19
4	2	3	A	5	6	7	8	9	10	77	12	13	14	. 10				
	22	00	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
21	22	23	24	23	20	41		-				=0	# A	EE	56	57	58	59
44	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	20	01		-
41	46	70								74	72	73	74	75	76	77	78	79
64	62	63	64	65	66	67	68	69	70	/1	12	13	1 **	10				
UI	V.	00						-	00	04	03	02	94	95	96	97	98	99
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	34	30	30	<u> </u>		

3. INFORMATIONS DIDACTIQUES

3.1. Rappel de quelques principes directeurs liés à l'enseignement des mathématiques

Quelle que soit l'approche, les principes suivants doivent être pris en compte :

Le principe dynamique

C'est un principe qui fait appel à l'activité: activité manuelle et intellectuelle et une participation réelle de l'enfant; il s'agira pour l'élève d'agir pour découvrir la connaissance. C'est par sa propre exploration et non par des références à l'expérience d'autrui que l'enfant construira la connaissance.

Le principe de progression

Il faut aller du concret à l'abstraction en passant par le semi-concret.

Le principe de constructivité

L'analyse et la pensée intuitive précédent toujours l'analyse et la pensée réflexive, il faut laisser l'enfant se heurter à la difficulté ; procéder par essais erreurs et rectifications.

Le principe de variabilité perceptuelle

Il faut varier le matériel, les couleurs, les formes, les positions et la matière utilisée pour confectionner le matériel. La variété du matériel permet à l'enfant d'abstraire le concept mathématique.

Le principe de variabilité mathématique

Il consiste à varier le plus possible les paramètres dans les situations mathématiques proposées pour ne pas confiner dans un mode de raisonnement identifiant la notion à son aspect figuratif. La variabilité à ce niveau facilite l'acquisition des notions mathématiques.

NB: Ce principe concerne surtout la 2ème et la 3ème étape.

3.2. Démarche pour l'étude des nombres

La démarche suivante peut être suivie :

3.2.1. Appropriation du matériel (présentation et essai d'utilisation)

Il s'agit d'un moment de familiarisation des élèves avec le matériel qu'ils auront à manipuler. Pour ce faire, le matériel leur sera présenté et ils le manipuleront effectivement. Au besoin, on pourra procéder à une démonstration relative à son mode d'utilisation.

3.2.2. Activités libres (observation, manipulation schématisation et verbalisation)

Dans cette phase d'apprentissage, les élèves sont appelés, sur la base de consignes précises, à s'exécuter individuellement et/ ou en groupes et à noter les résultats obtenus. Ils auront aussi à verbaliser et à schématiser les résultats au tableau au moment du compte-rendu.

3.2.3. Activités dirigées (analyse des procédures et des résultats et synthèse)

A ce niveau intervient la réflexion sous la conduite du maître qui pourra procéder à

- une analyse des résultats ;
- un renforcement et
- une synthèse.

Cette phase d'enseignement sert donc à mieux structurer, par des explications et des synthèses, les résultats obtenus auparavant par les élèves.

3.2.4. Evaluation

Cette partie comprend: le réinvestissement immédiat des acquis; le transfert dans des situations nouvelles. Ce transfert permet de retourner à l'expérience des élèves à leur vécu.

Pour mettre en œuvre cette démarche, l'enseignant s'attachera également à créer un environnement favorable aux apprentissages en plaçant les élèves dans des situations familières impliquant le dénombrement, le rangement, le codage ou l'organisation d'objets ou d'êtres vivants ainsi que la mise en œuvre d'opérations arithmétiques (addition et soustraction).

II. PARTIE PRATIQUE

1. ORIENTATIONS METHODOLOGIQUES POUR L'ELABORATION DE FICHES

1.1. Proposition d'activités

Pour mettre en œuvre la démarche préconisée, l'enseignant s'attachera également à créer un environnement favorable aux apprentissages en plaçant les élèves dans des situations familières impliquant le dénombrement, le rangement, le codage ou l'organisation d'objets ou d'être vivants ainsi que la mise en œuvre d'opérations arithmétiques (addition et soustraction)

ACTIVITÉS	SITUATIONS
Dénombrement :	Situations de la vie quotidienne ou occasionnelles:
Comptage et détermination du nombre	l'appel des élèves; constitution d'équipes; jeu de cartes;
d'éléments d'une collection d'objets	jeux avec des dés (connaissance globale); comptines
·	orales; les jeux de doigts.
Rangement:	
Détermination d'une position dans une	
série; le mot rangement évoque l'idée	d'identification de positions
de rang, de succession, d'ordre.	d Melinication de positions
Codage:	Situations de lecture / écriture de nombres : identification
C'est la fixation par un symbole du	des numéros de l'équine notionale ou de l'équine legale
cardinal d'un ensemble; il s'agit de l'aspect écriture des nombres	de foot ; lecture de calendrier ; usage de la bande
r aspect ecritare des nombres	numérique
Organisation:	
	Jeux d'échange ; score de jeux ; utilisation de l'abaque
groupements par 10.	Jeux a cenange, score de jeux; unisation de l'abaque
Broaponions pur 10.	

1.2. Indications pour l'élaboration de fiches

1.2.1. Découverte d'un nombre

Généralement, le nombre est découvert à partir de l'itération de l'unité. Tout élément de la suite régulière des nombres entiers, sauf le nombre un, est obtenu en ajoutant une unité à l'élément qui précède.

Par exemple si on se propose de découvrir le nombre 7.

Nous ne devons pas perdre de vue qu'il faut essentiellement respecter la progression qui conduit l'enfant de l'observation et de la manipulation d'un ensemble d'objets concrets à l'écriture du symbole qui désigne le nombre d'éléments de cet ensemble.

✓ Par rapport à l'appropriation du matériel et au contrôle des prérequis

Préparer le matériel didactique (craies, ardoises, stylos, bâtonnets, capsules, cailloux, bande numérique).

Comme nous devons partir du nombre 6 pour faire découvrir le nombre 7, il est nécessaire de vérifier quelques prérequis sur ce nombre 6 (aspect cardinal, aspect ordinal, écriture en chiffre et en lettres).

✓ Par rapport aux activités libres

Le maitre peut proposer la situation suivante :

Ali achète six oranges. Le vendeur lui offre une orange.

Combien d'oranges a-t-il maintenant ?

Pour exploiter cette situation, on demande aux élèves de bien réfléchir. L'enseignant (e) peut faire appel à deux élèves pour simuler la situation devant leurs camarades.

L'enseignant peut demander à chaque élève selon le matériel dont il dispose de faire une collection de six objets et d'en ajouter un et demande de déterminer le nombre total d'objets.

L'enseignant veillera au respect du principe de progression en faisant manipuler, schématiser et symboliser

Les élèves s'exécutent individuellement puis en groupe.

On fait remarquer aux élèves que 7 est obtenu en ajoutant 1 à 6 et on écrit : 7 = 6 + 1.

✓ Par rapport aux activités dirigées

Le maitre demande aux élèves d'exposer leurs résultats au tableau.

Organise les échanges.

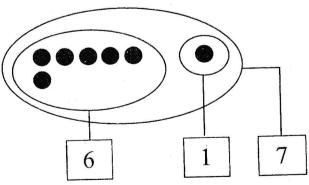
Fait retenir les bonnes réponses.

NB: Comme dans toute schématisation, les images réelles (objets concrets) sont remplacées, en général par des points (●).

-

Ainsi la schématisation de la situation donnée est la suivante :

Schématisation/symbolisation



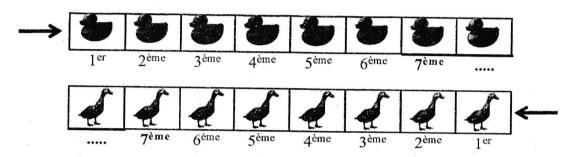
L'enseignant peut demander à un élève de venir écrire 7 dans la bande numérique accrochée quelque part dans la classe.

Aspect cardinal

L'enseignant fait compter et décompter les bâtonnets, les capsules ou les cailloux qui représentent les oranges d'Ali.

Aspect ordinal

L'enseignant range des objets et demande aux élèves d'indiquer le septième. Il (elle) imaginera des activités pour mettre en pratique l'aspect ordinal (septième élève dans un rang, septième jour de la semaine, septième mois de l'année...)



Aspect lecture

Fait lire le nombre 7

Aspect écriture

Fait écrire en chiffre (ardoise, cahier, tableau) puis en lettres le nombre 7

✓ Par rapport à l'évaluation

Proposer des exercices dans les cahiers.

Exemples : dictée de nombre, Rangement par ordre croissant, exercices à trous

1.2.2. Composition et décomposition d'un nombre.

L'étude du nombre se prolonge par les activités de composition, décomposition, aujourd'hui connu sous le nom d'écritures additives, multiplicatives, dans le guide du CEB.

1.2.1.1. Composition du nombre 7

✓ Par rapport à l'appropriation du matériel et au contrôle des prérequis

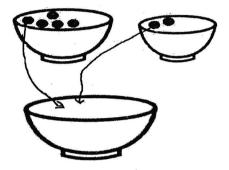
Préparer le matériel didactique (craies, ardoises, stylos, bâtonnets, capsules, cailloux, bande numérique).

Après la découverte du nombre 7, il est nécessaire de vérifier quelques prérequis sur ce nombre 7 (aspect cardinal, aspect ordinal, écriture en chiffre et en lettres).

✓ Par rapport aux activités libres

Le maitre peut proposer la situation suivante :

Voici trois assiettes. L'une contient cinq oranges et l'autre deux. On prend toutes les oranges contenues dans ces deux assiettes pour les mettre dans une troisième assiette vide.



Trouve le nombre total d'oranges dans la troisième assiette.

L'enseignant pose des questions de compréhension.

Les élèves s'exécutent individuellement puis en groupe. (Manipulation)

Pour exploiter cette situation, on demande aux élèves de bien réfléchir. L'enseignant (e) peut faire appel à deux élèves pour simuler la situation devant leurs camarades.

✓ Par rapport aux activités dirigées

Le maître demande aux élèves d'exposer leurs résultats au tableau

Confronte les résultats.

Fait analyser les résultats.

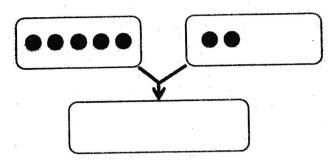
Organise les échanges.

Fait retenir les bonnes réponses.

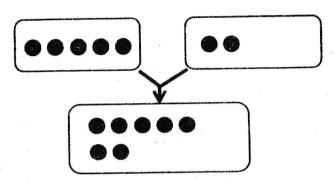
Après manipulation, les élèves verbalisent le résultat (5 oranges et 2 oranges font 7 oranges).

Schématisation

Pour schématiser cette situation, les objets réels (les oranges) peuvent être remplacés par des images et les assiettes par des ensembles. Cela donne le dessin suivant :



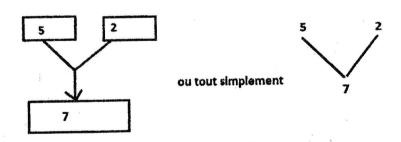
On pourra ensuite demander aux élèves de dessiner le nombre total de ronds dans le cadre vide. Ce qui donne le dessin (la schématisation) suivant :



Symbolis ation

L'enseignant peut demander à un élève de venir écrire 7 dans la bande numérique.

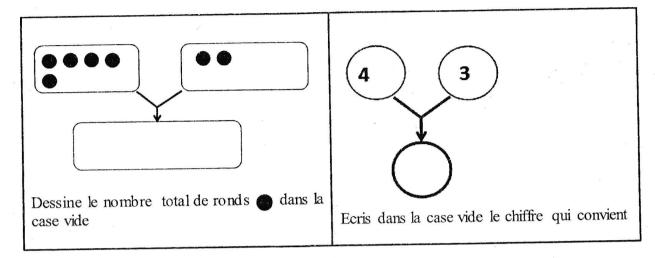
Si on remplace chaque nombre par son symbole (symbolisation) on obtient le dessin suivant



Ces différents dessins sur la schématisation et la symbolisation doivent être bien compris par les enfants.

Evaluation

Mettre la consigne en bas de chaque schéma



1.2.1.2. Décomposition du nombre 7

✓ Par rapport à l'appropriation du matériel et au contrôle des prérequis

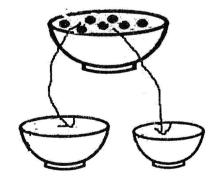
Préparer le matériel didactique (craies, ardoises, stylos, bâtonnets, capsules, cailloux, bande numérique).

Pour faire la décomposition du nombre 7, il est nécessaire de vérifier quelques prérequis sur ce nombre (composition du nombre 7)

✓ Par rapport aux activités libres

Le maitre peut proposer la situation suivante :

Voici une assiette contenant sept oranges. On te demande de les distribuer dans deux autres assiettes.



Trouve les résultats possibles

L'enseignant pose des questions de compréhension.

Laisser les élèves faire toutes les distributions possibles.

Pour ce faire, on peut manipuler en distribuant à chacun sept pierres qu'il doit partager en deux sous collections comme indiqué dans l'exemple ci-dessous





Une distribution possible

Les élèves exécutent la tâche individuellement puis en groupe. (Manipulation)

Pour exploiter cette situation, l'enseignant favorise la réflexion des élèves pour les amener à découvrir le maximum de combinaisons.

✓ Par rapport aux activités dirigées

Le maître demande aux élèves d'exposer leurs résultats au tableau

Fait confronter les résultats

Fait analyser les résultats

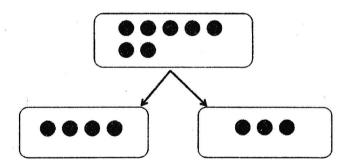
Organise les échanges

Fait retenir les bonnes réponses

Après manipulation, les élèves verbalisent le résultat (7 oranges donnent 4 oranges et 3 oranges)

Schématisation de cette distribution

Pour schématiser cette distribution, les objets réels (les oranges) peuvent être remplacées par des images et les assiettes par des ensembles. Ceci qui donne le dessin suivant :



Symbolisation

Si on remplace chaque nombre par son symbole (symbolisation) on obtient le dessin suivant



Veiller à ce que les enfants comprennent bien la schématisation et la symbolisation

Après avoir fait manipuler et fait découvrir toutes les distributions possibles, faire la synthèse des différentes additions qui en découlent.

7 = 0 + 7	
7 = 1 + 6	
7 = 2 + 5	
7 = 3 + 4	
7 = 4 + 3	
7 = 5 + 2	
7 = 6 + 1	
7 = 7 + 0	

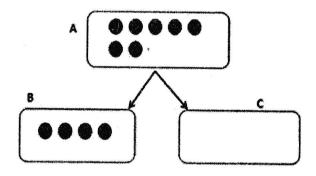
Consolidation

Le maître fait varier les productions en découvrant des combinaisons avec deux signes +

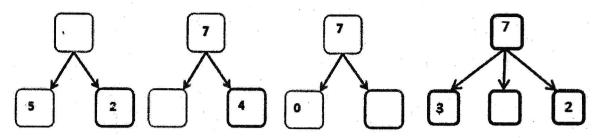
Exemple: 7= 1+2+4

Evaluation

1) Dessine dans le cadre C le nombre de ronds qu'il faut



2) Ecris le nombre qui convient dans le cadre vide



2. QUELQUES TECHNIQUES D'ETUDE DE L'ADDITION ET DE LA SOUSTRACTION

Pour l'étude des opérations, les enfants doivent comprendre le principe positionnel de la numération décimale, la signification des chiffres utilisés dans l'écriture des nombres, les règles d'échange qui les gouvernent ainsi que les propriétés de l'addition (commutativité et associativité).

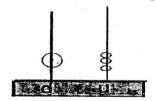
2.1. Addition

2.1.1. Addition sans retenue

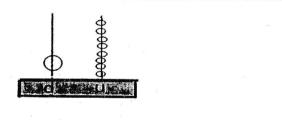
Situation: « Avant de jouer tu as 13 billes. Tu joues et tu gagnes 5 billes. Combien de billes as-tu maintenant? »

➤ <u>Usage de l'abaque</u>

On peut faire usage de l'abaque pour trouver le résultat. Chaque petit anneau représente une unité (bille). Chaque grand anneau représente une dizaine (10 billes). Les 13 billes sont ainsi représentées sur l'abaque.



Après avoir gagné 5 billes, on ajoute 5 petits anneaux; donc au total on a 8 petits anneaux et un grand anneau voir abaque ci-contre. On pourra ensuite demander aux élèves de trouver le nombre associé à la présente situation (réponse attendue : 18).



> Usage du tableau de numération

On peut aussi représenter les 13 billes dans un tableau comme suit :

Unités d'ordre 1(dizaines)		Unités	
	••		
1		3	

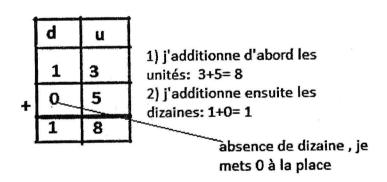
Si on gagne 5 billes (unités), alors en réunissant ces 5 unités aux 3 unités initiales on aura 8 unités simples et une unité d'ordre 1. (Voir tableau ci-dessous)

Unités d'ordre 1 (dizaines)	Unités
1	8

On pourra ensuite demander aux élèves de trouver le nombre associé à la présente situation (réponse attendue : 18)

Ajouter 5 billes aux 13 se traduit par l'opération 13 + 5

On peut poser verticalement cette opération en utilisant un tableau de numération



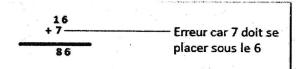
Formalisation de la technique opératoire :

$$13 + 5 = (10 + 3) + 5 = 10 + (3 + 5) = 10 + 8 = 18$$

Le tableau de numération sera abandonné progressivement. Ainsi, l'élève pourra poser verticalement l'opération mais tout en prenant soin de mettre les unités sous unités et les dizaines sous les dizaines.	13 + 05 18
---	------------------

Insister sur le fait qu'on doit toujours commencer par les unités

Insister sur des cas d'erreur de placement comme dans l'exemple ci-contre. Il est important d'insister sur ces genres d'erreurs fréquentes dans les copies d'élèves



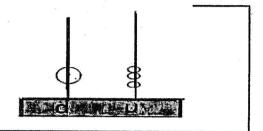
2.1.2 Addition avec une retenue

Situation: « Avant de jouer tu as 13 billes. Tu joues et tu gagnes 8 billes. Combien de billes as-tu maintenant? »

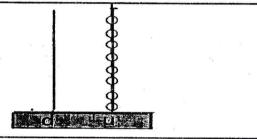
➤ <u>Usage de l'abaque</u>

Il faut amener les enfants à représenter les 13 billes sur un abaque.

On obtient ainsi la représentation ci-contre.



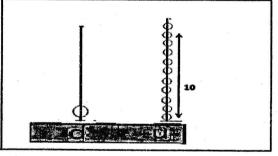
Il faut leur demander ensuite de représenter les 8 billes sur un abaque.



On doit rappeler la règle d'échange entre les anneaux : « 10 petits anneaux s'échangent contre un grand anneau »

On leur demande de regrouper les anneaux par catégories.

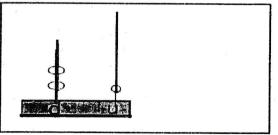
En tout on a 11 petits anneaux et un grand anneau.



La règle d'échange entre les anneaux nous oblige à échanger 10 petits anneaux contre un grand anneau. Finalement on a 2 grands anneaux et un petit anneau.

Demander aux enfants de préciser le nombre associé à cette présente représentation.

(réponse attendue 21)



> Usage du tableau de numération

Unités d'ordre 1 (dizaines)	Unités simples (unités)
Onice de ordine r	••	
1	3	

Gagner 8 billes signifie ajouter 8 unités simples aux 3 unités. Ce qui donne le tableau suivant :

Unités d'ordre 1(dizaines)	Unités simples (unités)
1	11
, L	1 v \ \(\dagger \) \(\dagger

La règle de l'échange « 10 contre 1 » nous oblige à échanger 10 unités par 1 unité d'ordre 1

On obtient le tableau ci-après

	Unités simples (unités)
Unités d'ordre 1 (dizaines)	Oldes Salar
2	1
L	i i a cetto présente représentation (réponse

Demander aux enfants de préciser le nombre associé à cette présente représentation (réponse attendue : 21).

> Usage du tableau de numération

Ī	d	u
Ì	1	3
+	10	8
	2	1

8 +3 =11 . J'écris 1 , je retiens 1 que je place au dessus des dizaines j'ajoute ce chiffre de la retenue aux autres dizaines. On a donc : 1+1=2 et 2+0 = 2

> Quand il ya 10 unités ou plus dans une addition, je dois échanger 10 unités contre 1 dizaine. C'est qu'on appelle 'faire une retenue"

$$13 + 8 = 10 + 3 + 8 = 10 + (3 + 8) = 10 + 11 = (10 + 10) + 1 = 21$$

Progressivement, les enfants abandonneront le tableau de numération pour poser verticalement l'opération comme dans l'exemple cicontre.	1 1 3 + 0 8 2 1	
---	-----------------	--

2.2. SOUSTRACTION

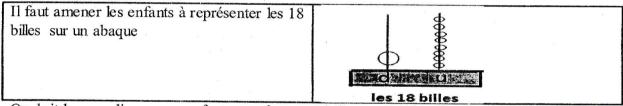
2.2.1. Soustraction sans retenue

Situation: « Tu as 18 billes. Tu donnes les 5 à ton frère.

Combien de billes te reste -t-il ?»

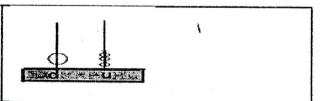
Il est évident que les 5 billes données à son frère vont s'enlever des 18 billes.

➤ <u>Usage de l'abaque</u> :



On doit leur expliquer aux enfants que donner 5 billes revient à enlever 5 petits anneaux des 8.

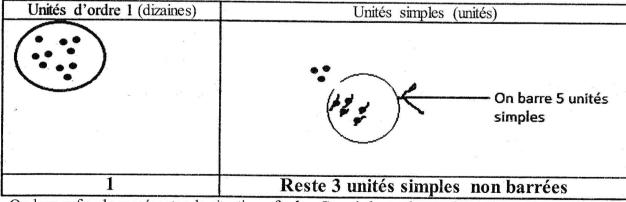
On pourra ensuite leur demander de représenter ce qui reste sur un abaque et de préciser le nombre associé à cette représentation (réponse attendue 13)



Usage du tableau de numération

On demande d'abord aux enfants de représenter les 18 billes dans un tableau

On leur demande ensuite de barrer 5 unités simples

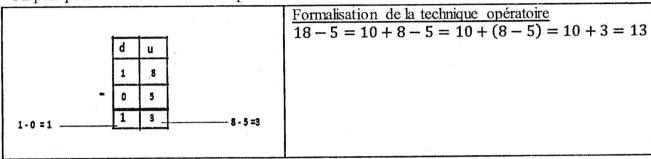


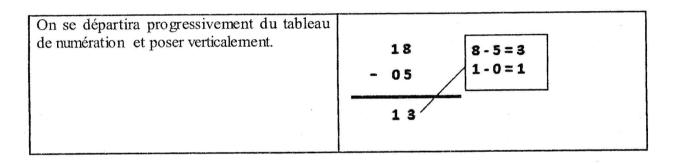
On leur enfin de représenter la situation finale. Ce qui donne la représentation suivante :

Unités d'ordre 1 (dizaines)	Unités simples (unités)
1	3

On leur fait remarquer que le nombre associé à cette représentation est 13.

On peut poser verticalement cette opération dans un tableau de numération.



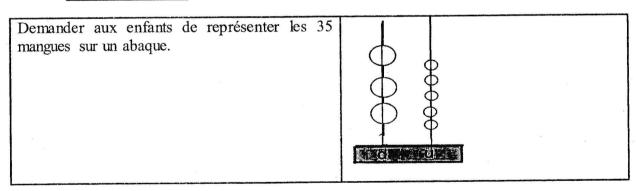


2.2.2. Soustraction avec une retenue

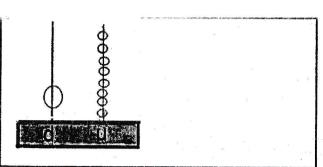
Situation:

« Tu as 35 mangues et tu donnes les 18 à ton frère. Combien de mangues te-reste-t-il ? »

> Usage de l'abaque



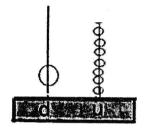
Leur demander ensuite de représenter les 18 mangues sur un autre abaque.



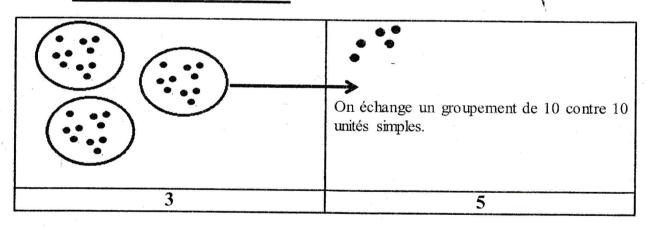
On leur demande ensuite de retrancher suivant les catégories les anneaux représentant les 18 mangues de ceux des 35 mangues.

Il faut amener les enfants à constater qu'on ne peut pas soustraire 8 des 5 petits. Il faut les pousser donc à réfléchir pour les amener à échanger un grand anneau contre 10 petits. On leur fait remarquer que les 35 mangues dans ce cas sont représentées par 2 grands anneaux et 15 petits anneaux.

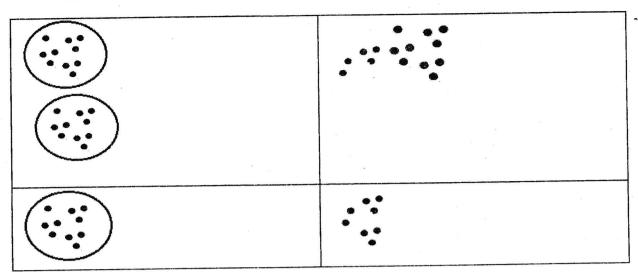
On peut maintenant soustraire 8 petits anneaux des 15 et il reste 7 petits et ensuite soustraire 1 grand anneau des 2 grands restants. Ceci donne finalement 1 grand anneau et 7 petits On leur de représenter cette dernière situation sur un abaque et de préciser le nombre qui lui est associé (réponse attendue 17)



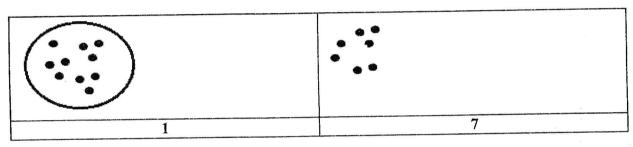
> Usage du tableau de numération



On a donc le tableau ci-dessous.



On doit expliquer aux enfants qu'on doit à partir de ce moment soustraire les éléments de la deuxième ligne à ceux de la première ligne. Ce qui donne le tableau suivant.

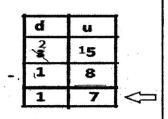


Cette opération posée verticalement sur le tableau de numération donne :

d	u
3	5
1	8
1	7

Pour résoudre cette opération, trois techniques sont à retenir. Elles sont toutes fondées sur des propriétés mathématiques et de procédés pédagogiques différents.

> La technique des échanges



5 - 8 n'est pas possible car 5 est plus petit que 8 je dois échanger 1 dizaine contre 10 unités pour avoir 15 unités. Je barre 3 et j'écris 2 qui est le

Je barre 3 et j'écris 2 qui est le nombre de dizaines qui reste Finalement j'al: 15 - 8 = 7 et 2 -1 =1

Si je dois soustraire plus d'unités que j'en ai, j'échange 1 dizaine contre 10 unités. Cela s'appelle faire un emprunt

Formalisation de la technique opératoire :

$$35 - 18 = (20 + 10 + 5) - (10 + 8) = (20 - 10) + ((10 + 5) - 8) = 10 + (15 - 8) = 10 + 7 = 17$$

> Technique des échanges

Les enfants abandonneront progressivement le tableau de numération et pourront verticalement l'opération comme indiqué dans l'exemple ci-contre.

5 - 8 impossible j'échange 1 dizaine contre 10 unités. J'ai donc 15 unités et 2 dizaines.

15 - 8 = 7

2-1=1

> Technique fondée sur la propriété des différences égales.

Pour tout couple de nombres naturels (a, b) tel que a ≥ b:

$$a - b = (a + 10) - (b + 10)$$

Exemple: 35 - 18

On ajoute 10 unités à 5

On ajoute 1 dizaine à 1

> Technique dite de complémentation :

Elle repose sur la définition même de la différence. En effet, pour calculer

d = a - b, on cherche en réalité d tel que b + d = a exemple: 35 – 18 On pose l'addition 18

+.

35

17

PISTES D'ERREURS RECURRENTES ET

DE

SYNTHESE

D'AMELIORATION POSSIBLES

Les cas présentés ci-dessous, sont tirés de l'étude de base. Ils révélent les difficultés notées en écriture en lettre, en comparaison des nombres, en composition et en décomposition.

Les erreurs récurrentes sont décrites. Des hypothèses sont formulées et enfin des pistes d'amélioration sont proposées.

Ecriture en lettres (69% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

Exercice 2 Heris en lettres les nombres sulvants : 5 : 9

Description de l'erreur

- L'élève a écrit 5 et 9 en chiffres au lieu de les écrire en lettres

Hypothèses sur l'erreur:

-L'élève ne comprend pas la consigne de l'exercice.

Le maître ne fait pas écrire toujours les nombres en lettres aux élèves.

Exercice 2 Ecris en lettres les nombres suivants : 5;9

Description de l'erreur

- L'élève a écrit « caktc » et « napa »

Hypothèses sur l'erreur :

L'élève ne sait pas écrire les nombres 5 et 9 en lettres.

L'élève n'est pas habitué à l'écriture des nombres en lettres.

Le maître ne fait pas régulièrement des dictées de nombres.

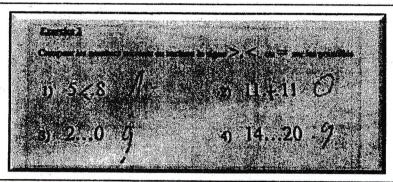
Pistes d'amélioration :

- Il est essentiel que les enseignants fassent écrire aux élèves les nombres en lettres

- Des exercices d'écriture de nombres en lettres doivent être régulièrement proposés aux élèves.

Le maître peut occasionnellement aider les apprenants au cours des activités dans les autres disciplines (orthographe, vocabulaire, production d'écrits, ...).

Comparaison des nombres (41% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

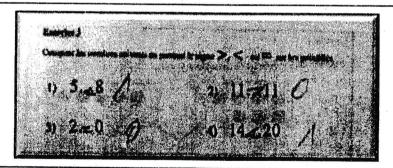


Description de l'erreur

- L'élève a rempli « 11 + 11 » au lieu de « 11 = 11 »
- Il n'y a pas de réponse pour les exercices « 2 ... 0 » et « 14 ...20 »

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas le sens des signes de comparaison.
- L'élève ne comprend pas l'ordre croissant et décroissant des nombres de 0 à 20
- L'enseignant ne donne pas suffisamment d'exercices sur les signes de comparaison.



Description de l'erreur

- L'élève a rempli « $11 \ge 11$ » au lieu de « 11 = 11 » et « 2 = 0 » au lieu de « 2 > 2 »

Hypothèses sur l'erreur:

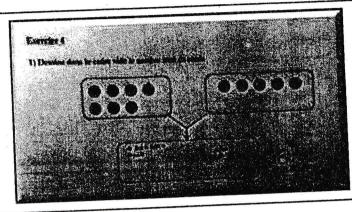
- L'élève ne comprend pas la différence ou le sens des signes de 'plus que (>)' et 'moins que (<)'
- Il ne comprend pas aussi le sens de l'égalité (=)

Pistes d'amélioration:

- Il est essentiel que l'enseignant utilise la bande numérique dans l'étude des nombres.
- Ensuite, ils doivent enseigner le sens des signes de comparaison en utilisant des objets

concrets ou des schémas

- L'enseignant doit donner suffisamment d'exercices sur la comparaison des nombres en
- La composition avec des objets schématisés (47% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

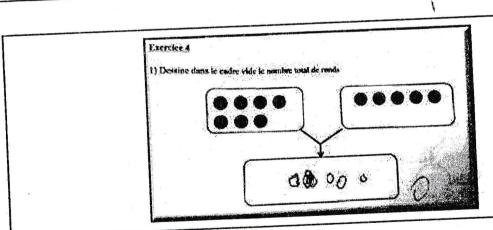


Description de l'erreur

- L'élève a dessiné 8 ronds.
- -Il a dessiné 8 autres ronds qu'il a barrés.

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne sait pas composer un nombre à partir de schéma.
- -L'élève n'a pas l'habitude de compter ou de manipuler les objets.
- -L'enseignant n'a pas familiarisé ses élèves à ce type d'exercice.



Description de l'erreur

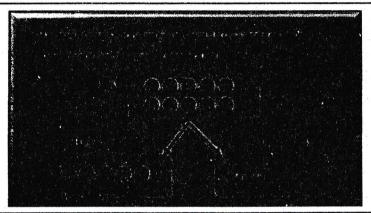
- L'élève a dessiné 5 ronds au lieu de 12 ronds attendu comme bonne réponse.

Hypothèses sur l'erreur :

- L'élève ne comprend pas la consigne.
- L'élève ne sait pas faire la composition d'un nombre.
- L'élève n'a pas l'habitude de compter ou manipuler les objets.
- -L'enseignant n'a pas habitué ses élèves à ce type d'exercice.

Pistes d'amélioration:

- L'enseignant doit bien enseigner la composition des nombres en utilisant des objets concrets et des schémas
- L'enseignant doit donner suffisamment d'exercices relatifs à la composition
- La décomposition avec des objets schématisés (79% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

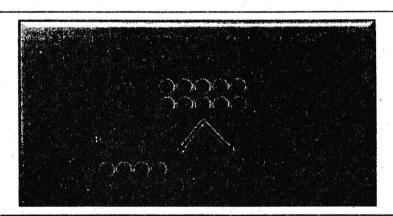


Description de l'erreur

- L'élève a dessiné 5 ronds dans le cadre C au lieu de 6 ronds qui est bonne réponse.

Hypothèses sur l'erreur :

- L'élève ne peut pas faire la décomposition à partir de schémas
- L'élève n'a pas l'habitude de se servir des objets pour compter.



+

Description de l'erreur

- L'élève a composé au lieu de décomposer les ronds du cadre A et B dans le cadre C

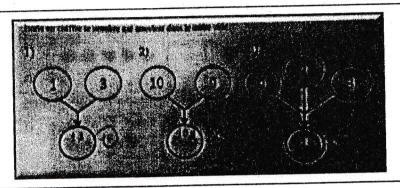
Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas le sens du dessine ou la consigne
- L'élève ne connaît pas le sens de décomposition

Pistes d'amélioration :

- Le maître doit bien enseigner la décomposition des nombres en utilisant des objets concrets et des schémas.
- L'enseignant doit donner plusieurs exercices relatifs à la décomposition.

Composition (42% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)



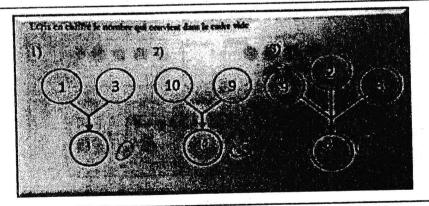
Description de l'erreur

-L'élève a reporté les mêmes chiffres en les juxtaposant dans le cadre vide :1 et 3 ; 10 et 9 ; 9, 2 et 3

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas le sens de la composition.
- L'élève remplit le cadre vide comme s'il renseignait un tableau de numération.

Le maître ne propose pas couramment des exercices similaires.



Description de l'erreur

- L'élève n'a fait que reporter dans le cadre vide un des nombres à composer.

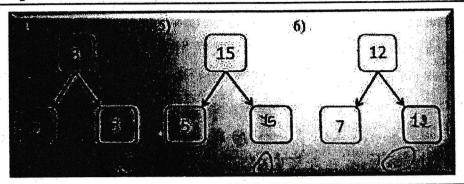
Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas le sens des figures et celui de la composition.
- L'enseignant n'a pas familiarisé les élèves à ce type d'exercice

Pistes d'amélioration:

- Le maître doit enseigner le tableau de numération avant la composition
- Il est essentiel que le maître insiste sur la manipulation et schématisation en enseignant la composition.
- Le maître doit proposer beaucoup d'exercices pour amener les élèves à bien comprendre la composition.

• Décomposition (70% des élèves de l'échantillon n'ont pas réussi)

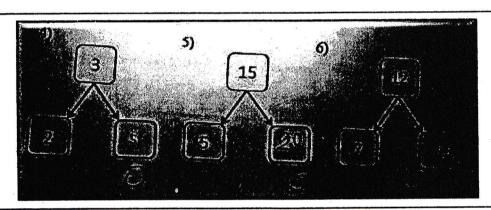


Description de l'erreur

- L'élève a reporté le chiffre à décomposer dans le cadre vide.

Hypothèses sur l'erreur :

- L'élève ne comprend pas le sens des figures et celui de la décomposition.
- L'enseignant n'étudie pas suffisamment la décomposition avec les élèves.



Description de l'erreur

- L'élève a fait une composition au lieu de faire une décomposition.

Hypothèses sur l'erreur:

- L'élève ne comprend pas la différence entre la composition et la décomposition.
- Il n'est pas habitué à ce type d'exercice.

L'enseignant n'a pas étudié suffisamment la décomposition et n'a pas habitué l'élève à ce type d'exercice.

Pistes d'amélioration :

- Le maître doit bien enseigner la décomposition des nombres en utilisant des objets concrets et des schémas
- Le maître doit amener les élèves à faire plusieurs exercices de décomposition des nombres.

SOURCES DOCUMENTAIRES

<u>Guide pédagogique du CEB révisé</u>, Enseignement élémentaire, 1^{ere} étape CI-CP, MEN/SENEGAL 2014.

Collection « Outils pour le maître » (Numération) MEN/SENEGAL, 1995

Manuel de l'élève «Mari, Madi et les mathématiques » (Guide d'utilisation 1 ere étape CI-CP) EENAS, 2013

- « Mari, Madi et les mathématiques » 1 ere étape CI EENAS, 2013
- « Mari, Madi et les mathématiques » 1 ere étape CP EENAS, 2013
- « Mari, Madi et les mathématiques » (Guide d'utilisation 1ere étape CI-CP) EENAS, 2013
- « Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa! » Première étape CI Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1
- « Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa! » Première étape CP Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1
- « **Découvrir les mathématiques avec Fama et Issa!** » Guide d'utilisation Première étape CI- CP Fermon éditions/Hachette Livre International, Mai 2014 Edition n°1

Synthèse documentaire réalisée par l'ETN du PAAME