

# Titre : NOMBRES RATIONNELS

## Compétences exigibles

---

- Écrire un nombre rationnel sous plusieurs formes.
- Connaître l'opposé d'un nombre rationnel.
- Additionner et soustraire des nombres rationnels.
- Reconnaître un nombre rationnel.
- Calculer le produit de nombres rationnels.
- Déterminer l'inverse d'un nombre rationnel non nul.
- Calculer le quotient d'un nombre rationnel par un nombre rationnel non nul.
- Calculer la puissance entière d'un nombre rationnel.
- Connaître et utiliser les propriétés des puissances de dix dans un calcul
- Connaître et utiliser les propriétés de la valeur absolue d'un nombre rationnel.
- Connaître et utiliser la condition d'égalité de deux nombres rationnels.
- Connaître et utiliser la compatibilité de l'addition et de l'égalité des nombres rationnels.

- Connaître et utiliser la compatibilité de la multiplication et de l'inégalité des nombres rationnels.
- Trouver une approximation décimale d'un nombre rationnel au dixième, au centième, ou au millième par défaut ou par excès.

## PLAN

- I) Définitions
- II) Différentes écritures d'un rationnel
  - 1) Simplification d'un rationnel.
  - 2) Signe d'un rationnel.
- III) Opérations dans  $\mathbb{Q}$ 
  - 1) Addition et soustraction
    - a) Règle
    - b) Exemples
  - 2) Multiplication et Division
    - a) Produit de deux ou plusieurs nombres rationnels
    - b) Inverse d'un nombre rationnel
    - c) Quotient d'un rationnel par un nombre rationnel
- IV) Puissance :
  - 1) Puissance d'un nombre rationnel
    - a) Définition
    - b) Propriétés
  - 2) Les puissances de dix
    - a) Propriétés :
    - b) Ecriture décimale d'une puissance de 10 :
    - c) Autre écriture d'un nombre décimal :
    - d) Ecriture scientifique d'un nombre décimal :
    - e) Calculs avec les puissances de dix :
- V) Valeur absolue d'un nombre rationnel
  - 1) Définitions
  - 2) Propriétés :
- VI) Comparaison de deux nombres rationnels
  - 1) Condition d'égalité de rationnels
  - 2) Inégalité de deux nombres rationnels
  - 3) Egalité et opérations

- 4) Inégalités et opérations :
- VII) Approximation décimale d'un rationnel
- 1) Exemples :
  - 2) Arrondi :

<b>Activités</b>	<b>Trace écrite</b>
<p><b>Activité 1 :</b> Cite tous les nombres décimaux relatifs qui sont dans cette liste :</p> <p><math>12,6 ; -5,9 ; -5 ; -\frac{5}{2} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{5} ; \frac{22}{7}</math></p> <p>Quels sont les nombres qui ne sont pas des décimaux relatifs. Comment s'écrivent-ils ?</p> <p><b>Activité 2 :</b> Peut-on écrire les nombres décimaux suivants sous la forme <math>\frac{a}{b}</math> avec <math>a \in \mathbb{Z}</math> et <math>b \in \mathbb{Z}^*</math></p> <p><math>12,5 ; -9,72 ; -0,541 ; 6 ;</math> Que peut-on en conclure ?</p>	<p><b>I. Définition</b></p> <p>Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme <math>\frac{a}{b}</math> avec <math>a \in \mathbb{Z}</math> et <math>b \in \mathbb{Z}^*</math></p> <p>L'ensemble des nombres rationnels est noté <math>\mathbb{Q}</math></p> <p><b>Exemples :</b> <math>-\frac{15}{2} ; \frac{5}{16} ; \frac{-1}{51} ; \frac{22}{-7}</math> sont des nombres rationnels.</p> <p><math>12,5 ; -0,541 ; 6</math> sont aussi des nombres rationnels car</p> <p><math>12,5 = \frac{125}{10} ; -0,541 = \frac{541}{100} ; 6 = \frac{6}{1}</math>.</p> <p><b>Conséquence :</b> <math>\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}</math></p>
<p><b>Activité 3 :</b></p> <p>Comparer <math>\frac{5}{2}</math> avec <math>\frac{10}{4}</math> et <math>\frac{15}{6}</math></p> <p>Compléter <math>\frac{10}{4} = \frac{5 \times \cdot}{2 \times \cdot}</math>     <math>\frac{15}{6} = \frac{5 \times \cdot}{2 \times \cdot}</math></p>	<p><b>II. Différentes écritures d'un rationnel</b></p> <p><b>1. Simplification :</b></p> <p><math>a, b</math> et <math>c</math> étant des entiers relatifs avec <math>b \neq 0</math> et <math>c \neq 0</math>, on a : <math>\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}</math></p> <p><math>\frac{a}{b}</math> et <math>\frac{a \times c}{b \times c}</math> sont deux écritures d'un même nombre rationnel.</p>

<p><b>Attention :</b> Faire comprendre aux élèves qu'une fraction est un rationnel positif.</p>	<p><math>\frac{a}{b}</math> est une simplification de <math>\frac{a \times c}{b \times c}</math></p> <p><b>Remarque :</b> Si le pgcd de a et b est 1 on dit que <math>\frac{a}{b}</math> est une fraction irréductible. Rendre une fraction irréductible c'est trouver une fraction irréductible qui lui est égale.</p> <p><b>Exemples :</b> <math>\frac{5}{2}</math> est une simplification de <math>\frac{10}{4}</math> et <math>\frac{15}{6}</math> car <math>\frac{10}{4} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2}</math> et <math>\frac{15}{6} = \frac{5 \times 3}{2 \times 3}</math></p> <p><b>2. Signe d'un rationnel</b> Soient a, b deux entiers naturels on a : <math>\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}</math> <math>\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}</math></p> <p>Les nombres <math>\frac{a}{b}</math> et <math>-\frac{a}{b}</math> sont opposés</p> <p><b>Exemples :</b> <math>\frac{6}{-5} = \frac{-6}{5} = -\frac{6}{5}</math> <math>\frac{5}{7} = \frac{-5}{-7}</math></p> <p>L'opposé de <math>\frac{7}{13}</math> est <math>-\frac{7}{13}</math></p>
<p>Faire une révision avec les élèves sur le calcul avec les fractions</p>	<p><b>III. Opérations dans Q</b></p> <p><b>1. Addition et soustraction</b></p> <p>a. <b>Règle :</b> Pour calculer la somme ou la différence de deux nombres rationnels, on commence par écrire ces rationnels avec un même dénominateur, puis on applique les règles suivantes :</p>

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

a, b et c sont des entiers avec  $b \neq 0$

**b. Exemples :**

► Les deux fractions ont même dénominateur

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \quad ; \quad \frac{9}{10} - \frac{16}{10} = -\frac{7}{10}$$

► On peut simplifier une des fractions

$$\frac{14}{21} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$-\frac{6}{15} - \frac{12}{45} = -\frac{6}{15} - \frac{4}{15} = -\frac{10}{15} = -\frac{2}{3}$$

► L'un des dénominateurs est un multiple de l'autre

$$\frac{7}{5} + \frac{11}{10} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} + \frac{11}{10} = \frac{14}{10} + \frac{11}{10} = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{21} - \frac{2}{3} = \frac{4}{21} - \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{4}{21} - \frac{14}{21} = -\frac{10}{21}$$

► L'un des termes de l'opération est un entier

$$-2 + \frac{3}{4} = \frac{-2 \times 4}{1 \times 4} + \frac{3}{4} = \frac{-8+3}{4} = \frac{-5}{4}$$

$$3 - \frac{1}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} - \frac{1}{5} = \frac{15-1}{5} = \frac{14}{5}$$

► Le pgdc des dénominateurs est 1

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{11} = \frac{5 \times 11}{8 \times 11} + \frac{3 \times 8}{11 \times 8} = \frac{55+24}{88} = \frac{79}{88}$$

$$-\frac{17}{5} - \frac{7}{9} = -\frac{17 \times 9}{5 \times 9} - \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{-169-35}{45} = \frac{-204}{45}$$

► Le pgdc des dénominateurs est différent de 1

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{12} = \frac{5 \times 2}{18 \times 2} + \frac{7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{10 + 21}{48} = \frac{31}{48}$$

$$\frac{7}{15} - \frac{2}{21} = \frac{7 \times 7}{15 \times 7} - \frac{2 \times 5}{21 \times 5} = \frac{49 - 10}{105} = \frac{39}{105}$$

► L'un des termes de l'opération est un décimal

$$2,3 + \frac{5}{8} = \frac{23}{10} + \frac{5}{8} = \frac{23 \times 4}{10 \times 4} + \frac{5 \times 5}{8 \times 5} = \frac{92 + 25}{40} = \frac{117}{40}$$

$$\frac{-51}{10} + 0,45 = \frac{-51}{10} + \frac{45}{100} = \frac{-51}{10} + \frac{9}{20} = \frac{-102}{20} + \frac{9}{20} = \frac{-93}{20}$$

► Autres exemples

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{35} + \frac{4}{7} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{3}{35} + \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{14 - 3 + 20}{35} = \frac{31}{35}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{13}{5} - \frac{10}{7} = \frac{5 \times 5 \times 7}{2 \times 5 \times 7} + \frac{13 \times 2 \times 7}{5 \times 2 \times 7} - \frac{10 \times 2 \times 5}{7 \times 2 \times 5} = \frac{175 + 182 - 100}{70} = \frac{257}{70}$$

## 2. Multiplication et Division

a) **Produit de deux rationnels :**

**Règle :**

a, b, c et d sont des entiers avec  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Exemples :**

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{2 \times 4}{5 \times 9} = \frac{8}{45} \quad ; \quad \frac{-5}{12} \times 11 = \frac{-5 \times 11}{12} = \frac{-55}{12}$$

On simplifie si possible avant de calculer

$$\frac{4}{15} \times \frac{12}{8} = \frac{2 \times 2 \times 4 \times 3}{5 \times 3 \times 4 \times 2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{10}{33} \times \frac{15}{14} \times \frac{21}{20} = \frac{2 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7}{11 \times 3 \times 2 \times 7 \times 5 \times 4} = \frac{5 \times 3}{11 \times 4} = \frac{15}{44}$$

**b) Inverse d'un nombre rationnel**

**Définition**

Deux nombres x et y non nuls sont inverses lorsque  $x \times y = 1$

On dit que x est l'inverse de y ou y est l'inverse de x.

**Propriété**

Soient a et b deux entiers relatifs non nuls

on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1 \quad \text{et} \quad a \times \frac{1}{a} = 1$$

Donc l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$  et l'inverse de a est  $\frac{1}{a}$ .

**c) Quotient d'un rationnel par un nombre rationnel non nul :**

**Règle :**

Pour diviser un nombre rationnel x par un rationnel non nul y, on multiplie x par l'inverse de y.

$$\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$$

**Exemples :**

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{-5}{11}} = \frac{7}{2} \times \frac{11}{-5} = \frac{77}{-10}$$

$$\frac{\frac{8}{5}}{\frac{13}{65}} = \frac{8}{5} \times \frac{1}{13} = \frac{8}{65}$$

$$\frac{\frac{-41}{-2}}{\frac{3}{3}} = -41 \times \frac{3}{-2} = \frac{-123}{-2} = \frac{123}{2}$$

**Activité 4 :**

Compléter :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \dots = \frac{a \times \dots}{b \times \dots} = \frac{a^{\dots}}{b^{\dots}}$$

**Activité 5 :**

En utilisant la règle précédente écrire les produits suivants sous la forme d'une seule puissance

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 =$$

**IV. Puissance d'un nombre rationnel :****a. Définition et règle:**

a et b sont deux entiers relatifs non nuls et n est un entier relatif.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

**Remarque**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

**Exemples :**

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

**b. Propriétés :**

Soient a, b, c et d sont nombres entiers relatifs non nuls et m et n deux entiers relatifs.

On a :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \times m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^n$$

**Exemples :**

Ecrire les produits sous la forme d'une seule puissance.

**Activité 6 :**

Calculer  $10^n \times 10^{-n}$ . Que peut-on en déduire ?

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

$$\left(\left(\frac{4}{3}\right)^2\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^8$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^6 \times \left(\frac{4}{7}\right)^6 = \left(\frac{20}{21}\right)^6$$

**Les puissances de dix****a. Propriétés :**

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}; \quad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

**b. Ecriture décimale d'une puissance de 10 :**

$$10^0 = 1$$

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^2 = 100$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^4 = 10000$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

**c. Autre écriture d'un décimal relatif.**

Un nombre décimal relatif est un nombre qui peut s'écrire sous la forme

$$a \times 10^p \quad (a \in \mathbb{Z} \text{ et } p \in \mathbb{Z}).$$

**Exemples :**

$$21,36 = 2136 \times 10^{-2}$$

$$2000 = 2 \times 10^3$$

$$45 = 45 \times 10^0$$

**d. Ecriture scientifique d'un nombre décimal relatif.**

L'écriture scientifique d'un nombre décimal relatif positif est de la forme  $a \times 10^p$  où  $1 \leq a < 10$  et  $p$  un entier relatif.

Si le nombre est négatif on trouve l'écriture scientifique de son opposé, puis on déduit le nombre.

<p><b>Activité 7 :</b></p> $2 \times 10^3 + 6 \times 10^3$ $3 \times 10^{-4} - 14 \times 10^{-4}$ $6 \times 10^3 \times (-4) \times 10^{-4}$ $\frac{25 \times 10^3}{5 \times 10^{-2}}$ <p>Quels propriétés peut-on dégager ?</p>	<p><b>Exemple :</b></p> $2136,9 = 2;1369 \times 10^3$ $0,00045 = 4,5 \times 10^{-4}$ $456 = 4,56 \times 10^2$ $-596,9 = -5,969 \times 10^2$ <p>e. <b>Calcul avec les puissances de dix :</b></p> <p>a et b sont deux nombres décimaux et m et n sont deux entiers relatifs.</p> $a \times 10^n + b \times 10^n = (a + b) \times 10^n$ $a \times 10^n - b \times 10^n = (a - b) \times 10^n$ $a \times 10^n \times b \times 10^m = (a \times b) \times 10^{n+m}$ $\frac{a \times 10^n}{b \times 10^m} = \frac{a}{b} \times 10^{n-m}$ <p><b>Exemples :</b></p> $2,5 \times 10^5 + 6,23 \times 10^5 = (2,5 + 6,23) \times 10^5 = 8,73 \times 10^5$ $0,5 \times 10^{-4} - 1,4 \times 10^{-4} = (0,5 - 1,4) \times 10^{-4} = -0,9 \times 10^{-4}$ $6 \times 10^3 \times (-4,1 \times 10^{-4}) = (-6 \times 4,1) \times 10^{3+(-4)} = -24,6 \times 10^{-1}$ $\frac{2,5 \times 10^3}{5 \times 10^{-2}} = \frac{2,5}{5} \times 10^{3-(-2)} = 0,2 \times 10^5$
<p><b>Activité 8 :</b></p> <p>Rappeler la définition de la valeur absolue vue en 5<sup>e</sup> à partir d'une droite graduée pour dégager la nouvelle définition.</p>	<p><b>V. Valeur absolue d'un nombre rationnel</b></p> <p><b>a. Définition</b></p> <p>On appelle valeur absolue d'un nombre rationnel x, le nombre positif ou nul noté  x  défini par</p> $ x  = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ <p><b>Exemples</b></p> $\left  \frac{5}{9} \right  = \frac{5}{9} \quad \left  -\frac{7}{8} \right  = \frac{7}{8} \quad \left  \frac{-6}{-13} \right  = \frac{6}{13} \quad  0  = 0$ <hr/> <p><b>b. Propriétés</b></p>

**Activité 9 :**

Trouver a dans chaque cas :

$$|a| = 0$$

$$|a| = 2$$

$$|a| = |2|$$

**Activité 10 :**

Comparer  $\frac{12}{10}$  et  $\frac{6}{5}$  ;  $\frac{7}{4}$  et  $\frac{21}{12}$

Comparer  $12 \times 5$  et  $10 \times 6$  ;  $7 \times 12$  et  $4 \times 21$

Que peut-on en déduire ?

**Activité 11 :**

Avant d'annoncer cette règle, on vérifiera d'abord que les règles de comparaison de deux fractions et deux décimaux relatifs vues en cinquième ne sont pas oubliées.

**Activité 12 :**

a et b sont des nombres rationnels on a :

$$|a| = 0 \text{ équivaut à } a = 0$$

$$|a| = b \text{ (avec } b > 0) \text{ équivaut à } a = b \text{ ou } a = -b$$

$$|a| = |b| \text{ équivaut à } a = b \text{ ou } a = -b$$

**VI. Comparaison de deux nombres :****a. Condition d'égalité :**

a, b, c, et d sont des entiers non nuls

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

**Exemples :**

En utilisant la règle précédente dire laquelle des deux égalités est vraie :

$$\frac{42}{28} = \frac{12}{6} ; \frac{7}{8} = \frac{21}{26}$$

**b. Inégalité de deux rationnels :**

a et b sont deux rationnels

$a < b$  équivaut à  $a - b < 0$

**Exemples :**

Comparons  $\frac{7}{6}$  et  $\frac{12}{11}$  ;  $-\frac{4}{9}$  et  $\frac{-1}{6}$

$$\frac{7}{6} - \frac{12}{11} = \frac{77 - 72}{66} = \frac{5}{66} > 0 \text{ donc } \frac{7}{6} > \frac{12}{11}$$

$$-\frac{4}{9} - \frac{-1}{6} = -\frac{4}{9} + \frac{1}{6} = \frac{-8 + 3}{18} = \frac{-5}{18} < 0 \text{ donc } -\frac{4}{9} < \frac{-1}{6}$$

**c. Egalité et opérations :****Règle :**

Lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

Si  $a = b$  alors  $a + c = b + c$  et  $a - c = b - c$

**Règle :**

On vérifiera sur quelques exemples la véracité de ces égalités.

**Remarques :**

Ces propriétés et les suivantes seront surtout utilisées dans les leçons et **équations et inéquations**

**Activité 13 :**

$6 < 9$ , comparer

$6 + 5$  et  $9 + 5$

$6 - 8$  et  $9 - 8$

$6 \times 4$  et  $6 \times 9$

$6 \times (-4)$  et  $9 \times (-4)$

$\frac{6}{3}$  et  $\frac{9}{3}$

$\frac{6}{-3}$  et  $\frac{9}{-3}$

Lorsqu'on multiplie ou on divise un même nombre non nul aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

Si  $a = b$  alors  $a \times c = b \times c$  et  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

**d. Inégalité et opérations**

**Règle :**

Lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle égalité de même sens.

Si  $a < b$  alors  $a + c < b + c$  et  $a - c < b - c$

**Règle :**

- Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre positif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

Si  $a < b$  et  $c > 0$  alors  $a \times c < b \times c$  et  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

- Lorsqu'on multiplie ou on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif non nul, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire.

Si  $a < b$  et  $c < 0$  alors  $a \times c > b \times c$  et  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

**VII. Approximation décimale d'un rationnel**

a. **Exemples :**

$\frac{7}{8} = 0,875$  0,875 est une valeur exacte de  $\frac{7}{8}$

On ne peut pas trouver de valeur exacte pour les nombres comme  $\frac{22}{7}$ , mais on peut les encadrer par des valeurs de plus en plus précises. Par exemples

$3 < \frac{22}{7} < 4$  est un encadrement à une unité près.

3 est une valeur approchée par défaut à une unité près.

4 est une valeur approchée par excès à une unité près.

<p><b>Activité 14 :</b></p> <p>Calculer la valeur décimale des nombres suivants <math>\frac{7}{8}</math> et <math>\frac{22}{7}</math>. Que peut-on en conclure ?</p>	<p><math>3,1 &lt; \frac{22}{7} &lt; 3,2</math> est un encadrement à dixième près (<math>10^{-1}</math> près) ou d'ordre 1.</p> <p>3,1 est une valeur approchée par défaut au dixième près.</p> <p>3,2 est une valeur approchée par excès au dixième près.</p> <p><math>3,14 &lt; \frac{22}{7} &lt; 3,15</math> est un encadrement à dixième près (<math>10^{-2}</math> près) ou d'ordre 2.</p> <p>3,14 est une valeur approchée par défaut au dixième près (<math>10^{-2}</math> près) ou d'ordre 2.</p> <p>3,15 est une valeur approchée par excès au dixième près (<math>10^{-2}</math> près) ou d'ordre 2.</p> <p><b>b. Arrondi :</b></p> <p>L'arrondi d'ordre n d'un rationnel a est la valeur approchés d'ordre n la plus proche de a.</p> <p>Propriété :</p> <p>Pour trouver l'arrondi d'ordre n on calcule la valeur approchée par défaut d'ordre n + 1.</p> <p>Si le chiffre d'ordre n+1 est inférieur à 5 alors l'arrondi est la valeur approchée par défaut d'ordre n sinon l'arrondi est la valeur approchée par excès d'ordre n.</p> <p><b>NB :</b> Pour encadrer un rationnel négatif ; on encadre son opposé à l'aide de la méthode ci-dessus puis on utilise les propriétés de la relation d'ordre dans Q pour déduire son encadrement.</p>
<p><b>Exercices</b></p>	
<p><b>Exercice 1 :</b></p> <p>Préciser dans quels ensembles appartient chacun des nombres suivants :</p> <p><math>2,3 ; \frac{7}{5} ; -6 ; +3 ; -\frac{2}{3} ; \frac{30}{5} ; +72 ; -1,175</math></p> <p><b>Exercice 1 :</b></p>	<p><b>Exercice 7 :</b></p> <p>Compléter avec les puissances de dix :</p> <p><math>34,0049 = 3,40049 \times \dots ; \dots \times 48 = 0,000048 ;</math></p> <p><math>123,45 \times \dots = 123450 ; 990 \times \dots = 0,099</math></p> <p><b>Exercice 8 :</b></p>

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :

1.  $\frac{4}{5}$  ;  $-\frac{3}{5}$  ;  $+\frac{17}{5}$  ;  $\frac{-10}{5}$  ; 0,2 ;  $\frac{1}{5}$

2.  $\frac{7}{3}$  ;  $-\frac{7}{2}$  ;  $\frac{7}{13}$  ;  $\frac{+7}{10}$  ;  $\frac{7}{-4}$  ;  $\frac{7}{2}$  ; 1

3.  $\frac{123}{25}$  ;  $\frac{2}{3}$  ; 1 ; 0 ; -1 ;  $\frac{-16}{3}$  ;  $-\frac{1}{2}$

**Exercice 1 :**

Donner l'inverse puis l'opposé de chacun des nombres rationnels suivants :

$\frac{3}{4}$  ;  $-\frac{7}{11}$  ;  $\frac{13}{-8}$  ; -3 ; 1,8 ; 1 ;  $3^{-1}$  ; 12

**Exercice 2 :**

Rendre irréductibles les nombres suivants :

$-\frac{30}{36}$  ;  $-\frac{27}{18}$  ;  $\frac{15}{-40}$  ;  $\frac{-360}{108}$  ;  $\frac{3^3 \times 5^2}{15^3}$  ;

$\frac{32}{72}$  ;  $\frac{0,042}{250}$  ;  $\frac{0,72}{0,0032}$  ;  $\frac{0,24}{3}$

**Exercice 3 :**

Calculer les sommes suivantes puis rendre irréductibles les résultats obtenus :

a et p désignent deux entiers relatifs, écris les nombres suivants sous la forme  $a \times 10^p$  :

20 000 000 ; 0,0053 ; 0,000 000 37 ; -23 000 ;

-0,123 ;  $\frac{45}{10000}$  ;  $(2 \times 10^{-2})^2$  ;  $0,0004 \times 10^7$

**Exercice 9 :**

Donner l'écriture scientifique et l'écriture ingénieur de chacun des nombres suivants :

0,000 000 45 ; 2 753 000 ; 232,7 ; 13,45 ; -64,3

**Exercice 10 :**

Effectue les calculs ci-dessous :

a =  $0,9 \times 10^{-4} + 32,7 \times 10^{-7}$  ;

b =  $-1,34 \times 10^{-3} + 72 \times 10^{-5}$  ;

c =  $13,7 \times 10^7 + 24 \times 10^5$  ;

d =  $4,8 \times 10^4 \times 6,7 \times 10^3$  ;

e =  $7 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2}$

**Exercice 11:**

Soit les nombres rationnels suivants :  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{4}{9}$  ;  $\frac{11}{13}$  et  $\frac{22}{7}$

Pour chacun des nombres

1. Donner un encadrement d'ordre 2 .
2. Donner une valeur approchée par défaut d'ordre 2 et par excès d'ordre 3

$$A = \frac{1}{3} - \frac{6}{9} + 3; \quad B = \frac{3}{2} + 2,5; \quad C = \frac{13}{4} + \frac{9}{2} - 7;$$

$$D = \frac{7}{9} - \frac{4}{3} + 3; \quad E = 2 - \left( \frac{5}{2} - \frac{11}{6} \right) - \left( \frac{9}{24} - \frac{10}{4} \right) - \frac{5}{7};$$

$$F = \left( -\frac{4}{3} \right) + \left( -\frac{2}{5} \right) - \left( \frac{-3}{2} \right)$$

**Exercice 4 :**

Simplifier puis calculer les produits suivants :

$$G = 3 \times \frac{2}{7} \times \frac{21}{12}; \quad H = \frac{1}{7} \times \frac{8}{15} \times \frac{25}{24} \times \frac{21}{13};$$

$$I = \left( \frac{-15}{7} \right) \times \left( -\frac{14}{25} \right); \quad J = (-2) \times \left( -\frac{38}{21} \right) \times \left( \frac{-7}{4} \right) \times \left( \frac{3}{-8} \right)$$

**Exercice 5 :**

Calculer :

$$A = \frac{\frac{1}{3} - \frac{5}{4}}{\frac{2}{7} + \frac{5}{14}}; \quad B = \frac{1 + \frac{1}{3}}{3} - \frac{5}{2}; \quad C = \left( \frac{2}{5} : \frac{5}{4} \right) \times \left( \frac{5}{8} : 2 \right)$$

**Exercice 6 :**

Dans chacun des cas suivants déterminer la ou les inconnues :

$$\left( \frac{1}{2} \right)^n = \frac{1}{32}; \quad \frac{343}{125} = \left( \frac{7}{5} \right)^m; \quad \left( \frac{a}{b} \right)^t = \frac{1}{625}; \quad \left( \frac{a}{b} \right)^p = \frac{32}{24}$$

3. Donner la troncature d'ordre 3
4. Donner l'arrondi d'ordre 1 et 2.

**Exercice 12 :**

Montrer que  $8^{14} = 9^8$ ;  $32^{12} = 2^{60}$

**Exercice 13 :**

Lors d'un devoir de mathématiques, le professeur donne quatre questions à 1 point chacune, 5 questions à  $\frac{3}{4}$  de point chacune, 20 questions à  $\frac{1}{2}$  point chacune et 9 question à  $\frac{1}{4}$  de point chacune.

1. Sur combien de points est noté ce devoir ?
2. Ali a répondu correctement à 2 questions à 1 point, 3 questions à  $\frac{3}{4}$  de point, 11 questions à  $\frac{1}{2}$  point et 3 questions à  $\frac{1}{4}$  de point. Quelle est sa note ?
3. Mamadou a obtenu 1,5 point à ce devoir. Quelles sont les questions auxquelles il a pu répondre ?

--	--	--