REPUBLIQUE DU SENEGAL
Un Peuple - Un But - Une Foi
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

Direction de l'Enseignement Elémentaire

Module 4

Mathématiques 1 :

Constructions Géométriques

Projet de Renforcement de l'Enseignement des Mathématiques, des Sciences et de la Technologie Phase 2 (PREMST2)

Elaboré par l'Equipe du PREMST2

Septembre 2013

Module 4:
Mathématiques 1 :
Constructions géométriques

Compétence
Intégrer les propriétés de figures simples, les techniques d'utilisation des instruments de traçage et les notions de fractions dans des situations d'enseignement apprentissage des mathématiques à l'élémentaire.

Palier de Compétence
Intégrer les propriétés des figures simples et les techniques d'utilisation des instruments de traçage dans des situations de résolution de problèmes de constructions géométriques.

<u>Proposition de planification de votre travail sur le module :</u>

Semaine 1	Semaine 2	Semaine 3	Semaine 4
Introduction Test de positionnement I) Droite, demi-droite, segment II) Définition et utilisation des instruments de traçage III) Utilisation des instruments de vérification IV) Constructions de base Auto-évaluation n°1 Auto-évaluation n°2 Auto-évaluation n°3	V) Le triangle Auto-évaluation n°4 VI) quelques polygones réguliers inscriptibles Auto-évaluation n°5	VII) Transformations planes Auto-évaluation n°6 Auto-évaluation n°7 Auto-évaluation n°8 Conclusion	Elaboration de fiche ASEI Relecture du module Reprise de Test de positionnement

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Les enquêtes menées dans le cadre de l'identification des besoins de formation des enseignants[1] de l'élémentaire ont révélé des difficultés qu'ils éprouvent dans la construction géométrique. Pour contribuer à la résolution de ce problème, le Projet de Renforcement de l'Enseignement des Mathématiques, des Sciences et de la Technologie (PREMST), a mis à leur disposition ce module sur la construction géométrique déroulé lors de la première phase dans la zone pilote. Les résultats de l'évaluation interne de cette phase montrent que 73% des enseignants enquêtés trouvent que les informations tirées du module leur ont permis d'améliorer leur pratique de classe.

L'étude de ce module permettra aux enseignants :

- d'utiliser correctement les instruments de traçage pour faire les constructions de base ;
- de construire les points et droites caractéristiques du triangle qui est la figure géométrique de base ;
- de construire quelques polygones réguliers inscriptibles dans un cercle.
- de construire les symétriques de figures simples par rapport à une droite donnée ou un point.

[1] Dans tout le module, le mot « enseignant » est utilisé aussi bien pour les enseignants que pour les enseignantes.

TEST DE POSITIONNEMENT

Avant d'aborder ce module, réponds en 1h à la série de questions suivantes :

1	Quels sont les instruments de traçage du mathématicien ? Réponse :
2	On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB). Trace la droite passant par C et parallèle à (AB). Réponse :
3	On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB). Trace la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB). Réponse :
4	On donne un segment [AB] . Détermine son milieu. Réponse :
5	On donne un angle $\widehat{AOB}$. Trace sa bissectrice. Réponse :

6	ABC est un triangle. Trace le cercle inscrit à ce triangle Réponse :
7	ABC est un triangle. Trace le cercle circonscrit à ce triangle. Réponse :
8	Construis un triangle équilatéral inscrit dans un cercle. Réponse :
9	On donne une droite (D) et un point M n’appartenant pas à cette droite. Construis le point N symétrique de M par rapport à (D). Réponse :

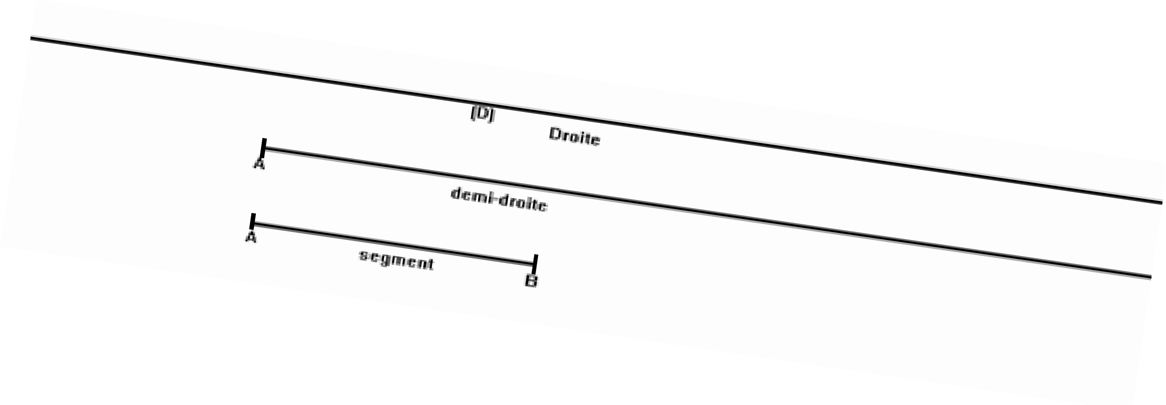
Après avoir étudié le module, tu es invité à relire cette première production pour mesurer l’évolution de tes connaissances.

I. RAPPEL : DROITE, DEMI-DROITE ET SEGMENT

Une droite est illimitée : on peut la prolonger aussi loin que l'on veut dans les deux sens.

Une demi-droite est limitée par un point (son origine) et illimitée de l'autre côté.

Un segment de droite est limité par deux points (ses extrémités).



NB : Une droite ou une demi-droite ou un segment, peut avoir une représentation horizontale, verticale ou oblique.

Rappel important : Postulats d'Euclide

A l'aube du troisième siècle avant Jésus-Christ, les mathématiques grecques sont à leur apogée. C'est à cette époque que vit Euclide. Il aurait enseigné la géométrie à Alexandrie. Euclide nous laisse cependant un ouvrage fondamental en treize livres : les « Eléments ».Il pose les fameux postulats dont le cinquième est resté le postulat d'Euclide :

- Etant donnés deux points A et B, il existe une droite et une seule passant par A et B.
- Tout segment [AB] est prolongeable en une droite passant par A et par B.
- Pour tout point A et tout point B distinct de A, on peut décrire un cercle de centre A et passant par B.
- Tous les angles droits sont égaux entre eux.
- Par un point extérieur à une droite, on peut mener une parallèle et une seule à cette droite.

Notation :

La droite passant par les points A et B est notée (AB).

Le segment d'extrémités A et B est noté [AB].

La demi-droite d'origine A passant par B est notée [AB).

En géométrie euclidienne plane la règle non graduée et le compas sont les seuls instruments de traçage. Les autres (équerre, rapporteur) sont des instruments de vérification.

II. DEFINITION ET UTILISATION DES INSTRUMENTS DE TRAÇAGE

Définition du compas

Un compas est un instrument de construction géométrique qui sert à comparer et à reporter des distances. Il est composé de deux éléments articulés en un point : la pointe sèche et le crayon. Les Grecs attribuaient son invention à Talos, le neveu de Dédale. C'est cette invention, parmi d'autres, qui poussa son oncle jaloux à l'assassiner.

1. **Utilisation du compas**

Le maître doit veiller à la qualité des compas utilisés en classe : compas de préférence en métal avec crayon bien taillé Il doit apprendre aux élèves à « piquer » le compas (enfoncer la pointe sèche dans le papier) et tenir fermement le bras avec la pointe sèche en maintenant l'écartement initial. Le compas doit être un instrument privilégié pour comparer ou reporter des longueurs, chaque fois qu'un mesurage n'est pas indispensable.

2. Définition de la règle

Une règle est un instrument de géométrie, utilisé aussi pour le dessin industriel et la mesure de distances. À proprement parler, une règle sert à tracer des lignes droites. Une règle est généralement en bois, en métal ou en plexiglas. Elle peut être graduée ou non. Les règles modernes comprennent généralement une échelle, avec laquelle des longueurs peuvent être mesurées par comparaison, généralement au millimètre près. Une règle de 20 cm est désignée par le terme « double-décimètre ».

3. Utilisation de la règle non graduée.

Pour tracer une ligne droite, nous apposons la règle sur une surface en joignant certains points avec une arête de la règle; puis nous laissons glisser contre cette arête, la pointe d'un instrument de traçage (crayon, stylo à bille, craie, etc.). De cette façon, la forme du bord est transférée en ligne droite sur la surface.

<u>Remarque :</u>

En géométrie euclidienne une règle fait référence à une règle non graduée. Le report des longueurs s'effectue avec un compas.

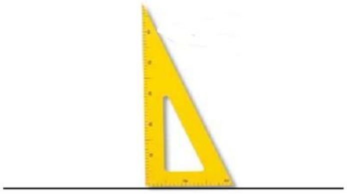
En mathématiques, lorsque nous parlons de constructions géométriques à la règle et au compas, nous faisons référence à une règle sans graduation et sa propre longueur ne peut être utilisée pour effectuer des mesures rudimentaires.

III. UTILISATION DES INSTRUMENTS DE VERIFICATION

1. La Règle graduée

Il faut faire coïncider le trait de la graduation « zéro » avec une extrémité du segment à mesurer.

2. L'équerre



Il faut positionner l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite. Attention il ne faut pas faire coïncider la graduation « zéro » de l'équerre avec la droite. C'est le côté de l'équerre qui doit être posé sur la droite.

3. Le rapporteur

Le maître doit bien veiller à la qualité des rapporteurs utilisés par ses élèves en classe.

Certains rapporteurs en plastique ne possèdent pas de centre et sont donc inutilisables. Il devra amener les élèves à bien positionner la droite joignant les graduations 0° et 180° sur un côté de l'angle et faire glisser le rapporteur sur l'autre côté pour superposer le centre du rapporteur avec le sommet de l'angle.

Remarque : Pour certains instruments (règle non graduée, compas et équerre), voir le module « Matériels didactiques » pour leur confection en cas de nécessité.

IV. CONSTRUCTIONS DE BASE

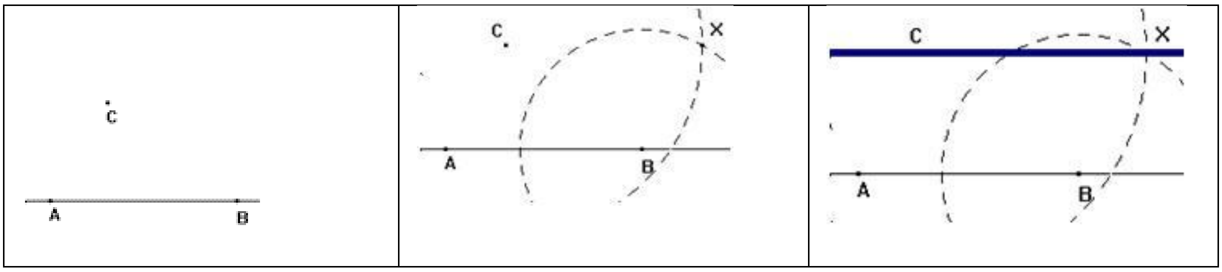
1) **La parallèle à une droite donnée passant par un point n'appartenant pas à cette droite.**

On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à cette droite.

Il est toujours possible de tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C.

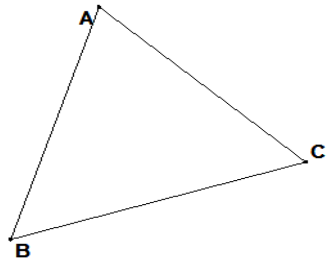
Pour cela on construit le quatrième point X d'un parallélogramme ABXC en traçant un arc de cercle de centre C et de rayon AB et un arc de cercle de centre B et de rayon CA.

La droite (CX) est la parallèle à (AB) passant par C.



AUTO-EVALUATION N° 1

A partir d'un triangle ABC, construis trois parallélogrammes ABCE, ACBF et ABGC.

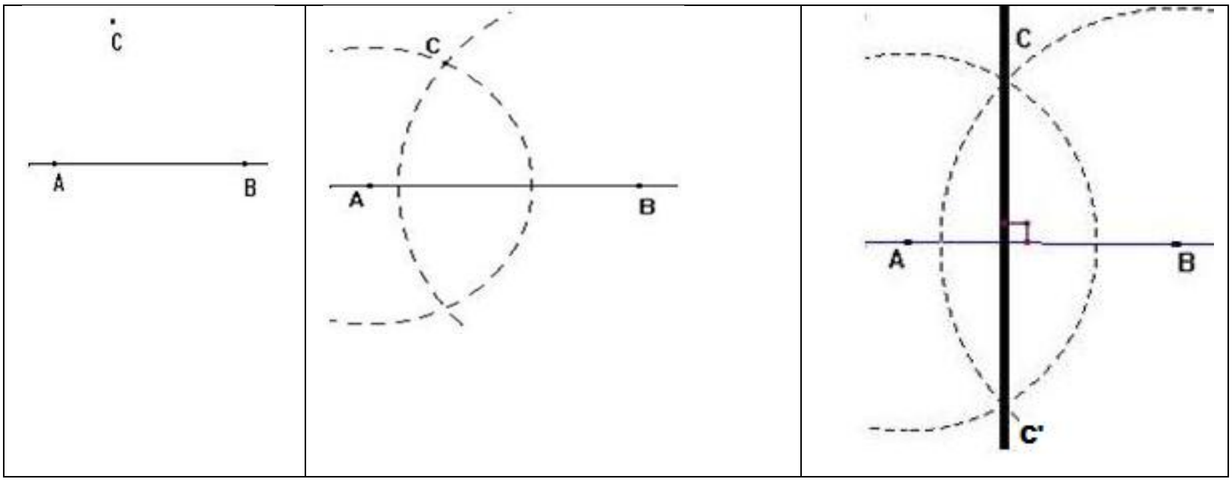


2) La perpendiculaire à une droite donnée passant par un point n'appartenant pas a cette droite.

On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à cette droite.

Il est toujours possible de tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point C.

Pour cela on construit le <u>symétrique</u> C' du point *C* par rapport à la droite *(AB)*. C'est le point d'intersection du cercle centre *A* et de rayon *AC* avec le cercle de centre *B* et de rayon *BC. La droite (CC') est la perpendiculaire à (AB) passant par C*



3) Médiatrice d'un segment

La principale construction de la géométrie est sans doute le tracé de la <u>médiatrice</u> d'un segment.

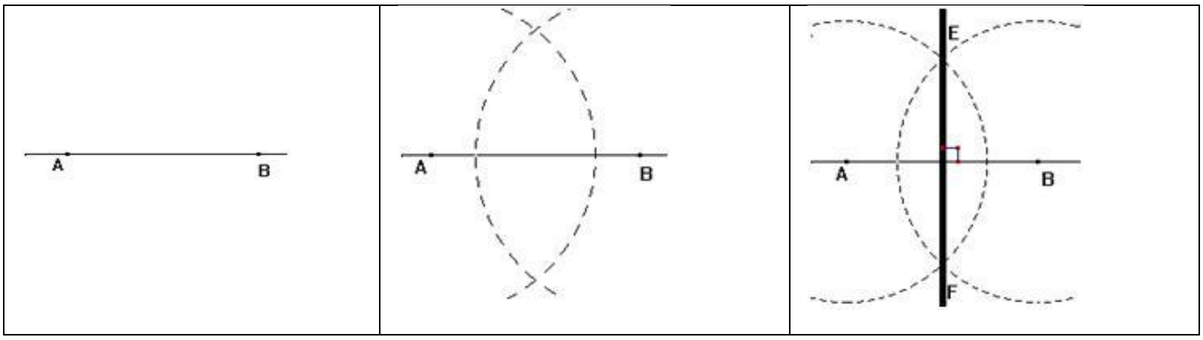
La médiatrice du segment [*AB*] est la droite *Δ* qui coupe perpendiculairement [*AB*] en son milieu *I*.

On remarque que la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points qui sont à égale distance de ses extrémités.

Ceci se voit aisément en remarquant que si l'on considère un point *M* de la médiatrice, les segments [*AM*] et [*BM*] ont la même longueur. On peut le montrer en utilisant le théorème de pythagore dans les triangles rectangles *AMI* et *IMB*.

Donc, si l'on sait construire la médiatrice, on sait donc déterminer le milieu d'un segment **et** tracer une perpendiculaire à une droite.

Pour cela, on ouvre le compas sur une longueur supérieure à la moitié de la longueur du segment, puis on trace deux cercles avec ce rayon, l'un centré sur *A*, l'autre sur *B* (on peut se contenter de ne tracer que des arcs de cercle). L'intersection des deux cercles est constituée de deux points situés à égale distance de *A* et de *B*, et qui définissent donc bien la médiatrice



AUTO-EVALUATION N° 2

Trace la droite (D’) perpendiculaire à la droite (D) passant par A avec la règle non graduée et le compas.

4) Bissectrice d’un angle

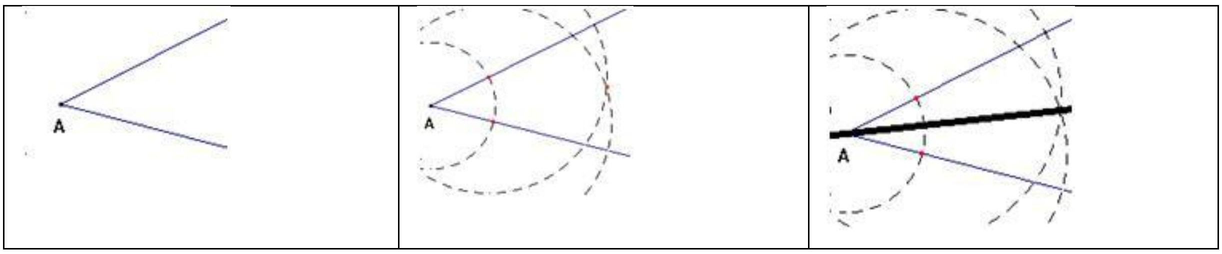
Il conviendrait, plus correctement, de parler de bissectrice d'un secteur angulaire. Il s'agit de l'axe de symétrie de ce secteur.

Pointer le compas au sommet de l'angle et tracer un premier arc de cercle. Marquer les points d'intersection de cet arc avec les deux côtés de l'angle.

Pointer successivement le compas aux points d'intersection et tracer deux arcs de cercle de même rayon (en gardant le même écartement du compas entre les deux opérations). Marquer le point d'intersection de ces deux arcs.

Relier le sommet de l'angle et le point d'intersection des deux derniers cercles. La bissectrice apparaît.

Il est donc possible de partager un angle en deux angles de même mesure.



AUTO-EVALUATION N° 3

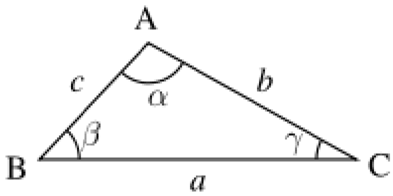
Avec la règle non graduée et le compas, trace un angle de 90° et de 45°.

V. LE TRIANGLE

Définition

En géométrie euclidienne, un triangle est une figure plane, formée par trois points et par les trois segments qui les relient. La dénomination de « triangle » est justifiée par la présence de trois angles dans cette figure, ceux formés par les segments entre eux. Les trois points sont les sommets du triangle, les trois segments ses côtés, et les trois angles ses angles. Le triangle est une figure géométrique élémentaire, à l'instar du point, de la droite ou du cercle. Il constitue depuis l'Antiquité une réserve inépuisable de propriétés, d'exercices et de théorèmes mathématiques de difficultés variées.

Comme tout polygone, on nomme un triangle en citant le nom de ses sommets, par exemple ABC. Ici, l'ordre n'a pas d'importance, puisque deux sommets quelconques sont les extrémités d'un côté du triangle. En général, pour nommer les longueurs des côtés, on utilise le nom du sommet de l'angle opposé, en minuscule : a = BC, b = AC, c = AB.



Vocabulaire :

α se lit alpha

β se lit bêta

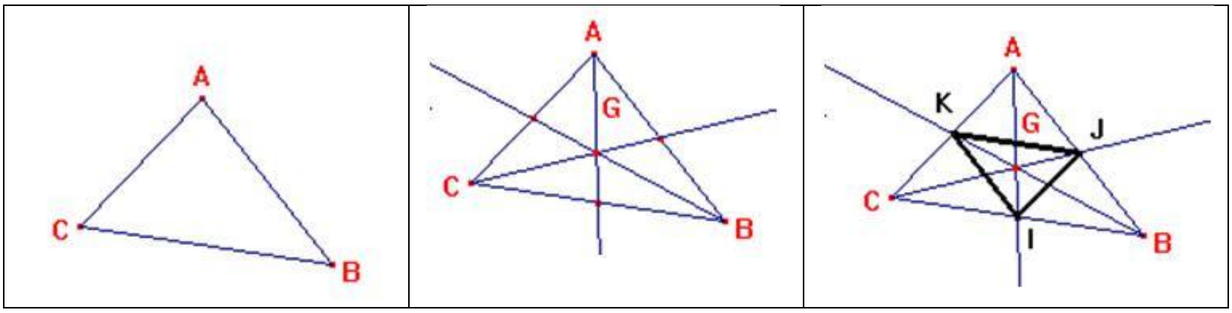
γ se lit gamma

1) Eléments caractéristiques

a) Médiane et centre de gravité

On appelle médiane d'un triangle chacune des trois droites passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection G est nommé centre de gravité du triangle. Si on avait une plaque solide homogène triangulaire, on pourrait la faire tenir en équilibre sur une pointe en la posant exactement sur ce point G.

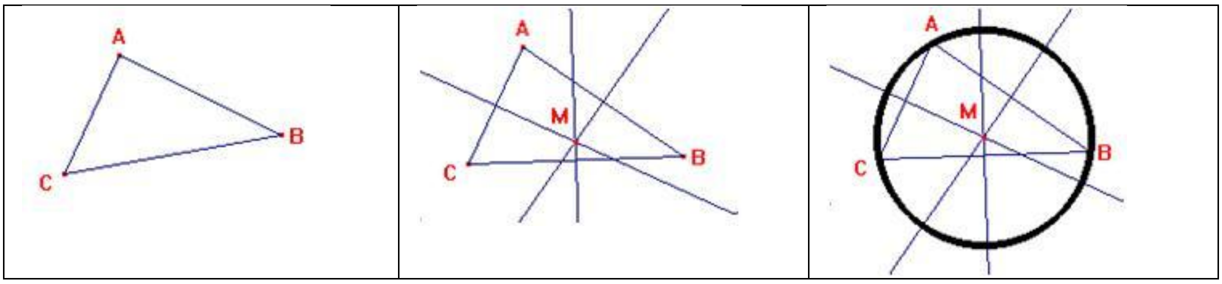


Si I, J et K désignent respectivement les milieux des côtés [BC], [AB] et [AC] alors le triangle IJK s'appelle le triangle médian du triangle ABC.

b) Médiatrices et cercle circonscrit

On appelle médiatrice d'un triangle chacune des médiatrices de ses côtés [AB], [AC] et [BC].

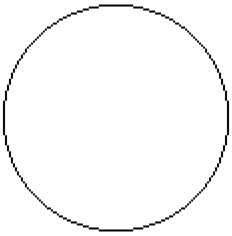
Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point M équidistant des trois sommets. Le cercle de centre M, et de rayon MA passe par chacun des trois sommets du triangle : c'est le cercle circonscrit au triangle. Tout triangle est donc un polygone inscriptible.



Remarque : Lorsque le triangle est rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse (côté le plus long du triangle rectangle).

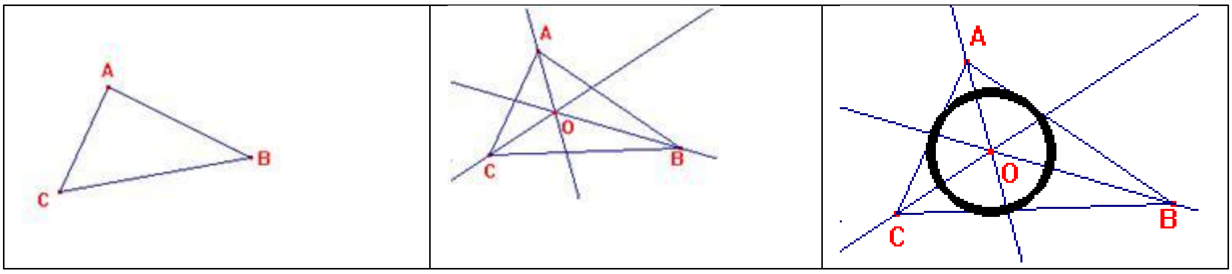
AUTO-EVALUATION N° 4

Trouve le centre de ce cercle.



c) Bissectrices et cercle inscrit

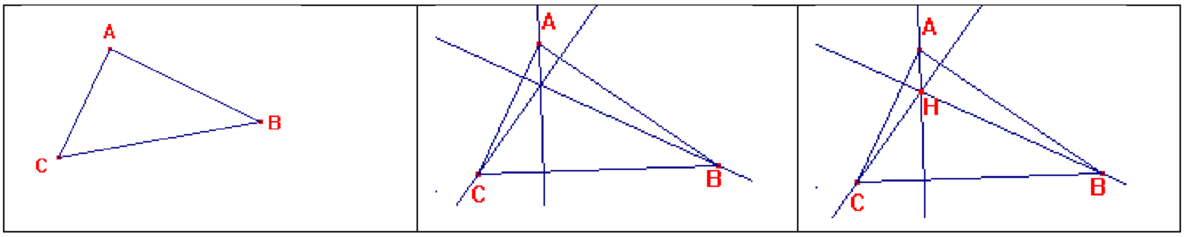
Les bissectrices d'un triangle sont les trois bissectrices intérieures de ses angles. Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point O. Le cercle inscrit au triangle est l'unique cercle tangent aux trois côtés du triangle et entièrement inclus dans le triangle. Il a pour centre le point O qui est donc le centre du cercle inscrit au triangle.



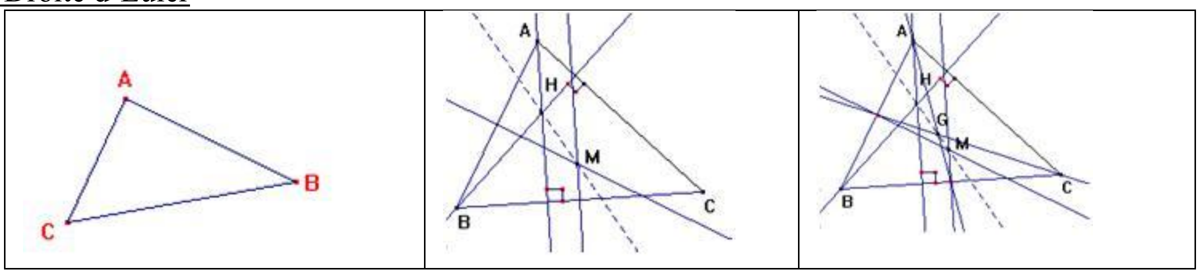
d) Hauteurs et orthocentre d'un triangle

On appelle hauteur d'un triangle chacune des trois droites passant par un sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. L'intersection de la hauteur et du côté opposé s'appelle « pied » de la hauteur. Ces 3 hauteurs se coupent en un point unique appelé orthocentre.

Remarque : Dans le cas d'un triangle rectangle, l'orthocentre est le point de rencontre des côtés de l'angle droit.



e) Droite d'Euler

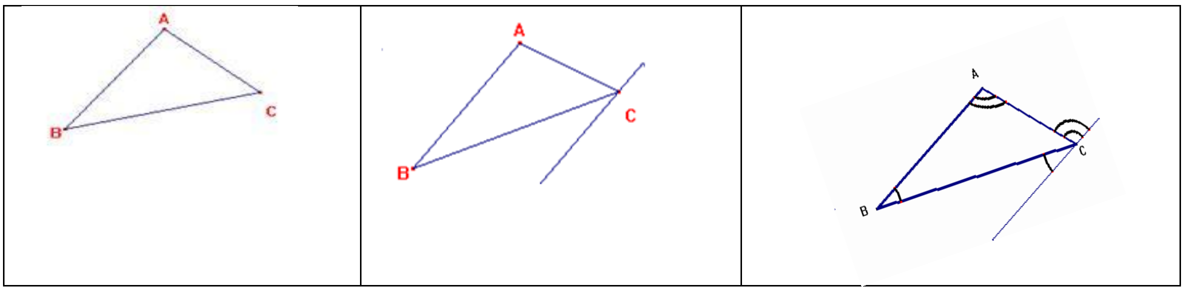


Les trois points H, G et M sont alignés sur une droite appelée droite d'Euler du triangle.

Classification des triangles.

a) Propriété fondamentale des angles d'un triangle

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Euclide avait démontré ce résultat dans ses Éléments de la manière suivante : traçons la parallèle à la droite (AB) passant par C. Étant parallèles, cette droite et la droite (AB) forment avec la droite (AC) des angles égaux (angles alternes- internes en trait double). De la même façon, les angles codés en un seul trait sont égaux (angles alternes-internes aussi). D'autre part, la somme des trois angles de sommet C est 180°.

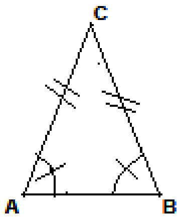


La somme des mesures des angles d'un triangle est 180°.

b) Classification des triangles suivant les angles.

➢ Triangle isocèle

Un triangle est dit isocèle s'il possède deux angles égaux. On montre que s'il a deux angles égaux, il a aussi deux côtés égaux. Lorsqu'un triangle ABC est tel que AC = BC (les deux côtés d'extrémité C sont égaux), alors on dit que le triangle est isocèle de sommet C et que C est le sommet principal du triangle. Le côté [AB], opposé à C, est appelé base du triangle. Lorsqu'un triangle est isocèle en C, la hauteur issue de C est aussi la médiatrice et la médiane du côté [AB], elle est aussi la bissectrice de l'angle en C.



Triangle isocèle

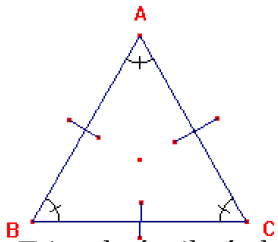
Construction d'un triangle isocèle

-Pour construire un triangle isocèle ABC de sommet principal C, il suffit de tracer le segment [AB] puis sa médiatrice (Δ). Tout point C de (Δ) différent du milieu du segment [AB] répond à la question.

-On peut aussi de façon très simple construire un triangle isocèle de sommet C en traçant deux arcs de même rayon (quelconque) de centre A et B qui se coupent en C.

➢ Triangle équiangle ou équilatéral

Un triangle est équilatéral si ses trois angles sont égaux. On démontre que si un triangle a trois angles égaux, il a aussi trois côtés égaux. Les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. Par ailleurs, chacune des hauteurs issues d'un sommet est aussi la médiatrice et la médiane du côté opposé elle est aussi la bissectrice de l'angle.



Triangle équilatéral

Construction d'un triangle équilatéral

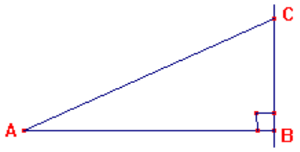
A partir d'un segment [BC] quelconque, on trace successivement le cercle de centre B passant par C et le cercle de centre C passant par B. Soit A un des deux points d'intersection de ces deux cercles. Le triangle ABC est alors un triangle équilatéral.

Une autre méthode consiste à tracer la médiatrice de [BC] ainsi que le cercle de centre B passant par C. Soit A est un des deux points d'intersection de la médiatrice et du cercle. Le triangle ABC est un triangle équilatéral.

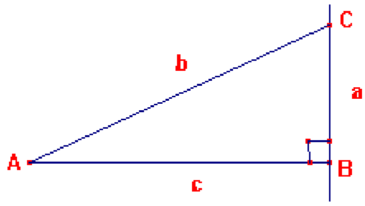
Propriété : Dans un triangle équilatéral, les angles sont égaux et mesurent 60°.

➢ <u>Triangle rectangle</u>

Lorsqu'un triangle présente un angle droit (mesurant 90°) on parle de triangle rectangle.



Parmi les nombreuses propriétés du triangle rectangle, citons le Théorème de Pythagore : «Un triangle admet un angle droit si et seulement si le carré de la longueur d'un de ses côtés, appelé hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.»



$$b^2 = c^2 + a^2$$

VI. QUELQUES POLYGONES REGULIERS INSCRIPTIBLES

Un polygone est une ligne géométrique plane fermée qui a au moins 3 côtés. Un polygone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle et dont tous les côtés sont égaux.

1) <u>Méthode de construction d’un triangle équilatéral inscrit dans un cercle</u>

<u>Définition :</u>

Le triangle équilatéral ou trigone régulier est un polygone régulier à trois côtés.

<u>Méthode de construction :</u>

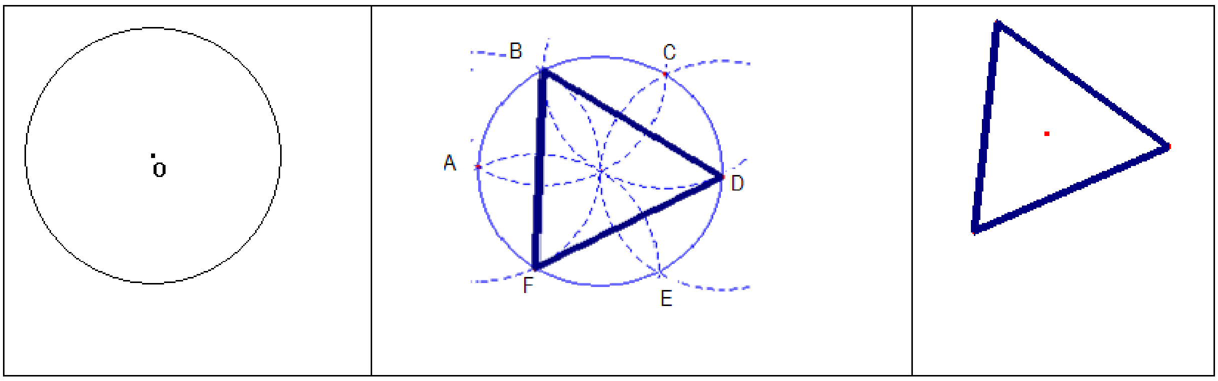
-Tracer un cercle suivant un rayon donné à l’aide du compas ;

-En gardant le même écartement, placer sur la circonférence des points.

-Nommer les points obtenus A, B, C, D, E, F ;

-Tracer à l’aide de la règle les segments [BD] , [DF] , [FB].

On obtient ainsi un triangle équilatéral inscrit dans un cercle.



2) Méthode de construction d’un carré inscrit dans un cercle

Définition :

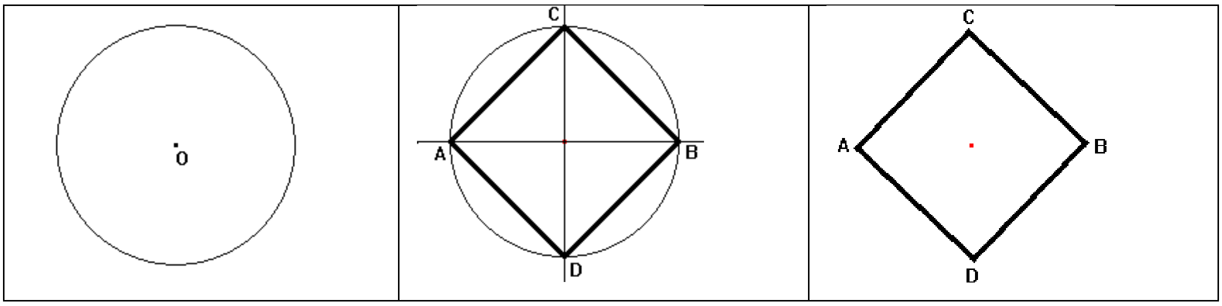
Le carré ou tétragone régulier est un polygone régulier à quatre côtés.

Méthode de construction :

-Tracer un cercle suivant un rayon donné à l’aide du compas ;

-Tracer sur ce cercle deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD] ;

-Tracer à l’aide de la règle les segments [AD], [DB], [BC] et [CA].



3) Méthode de construction d’un hexagone régulier inscrit dans un cercle

Définition :

L’hexagone est un polygone régulier à six côtés.

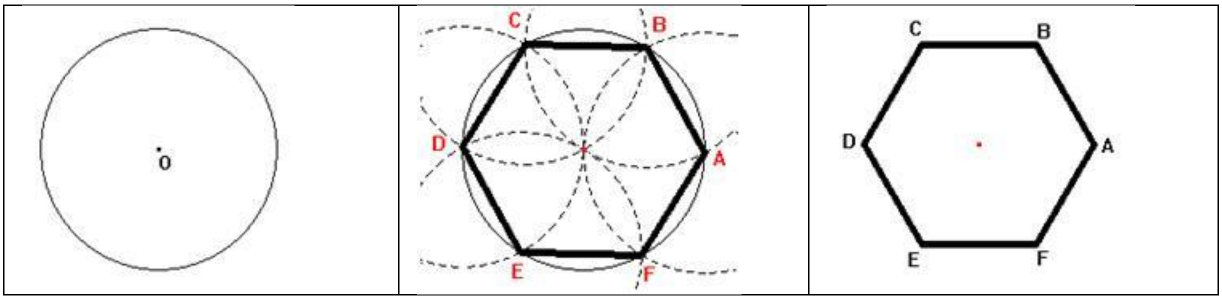
Méthode de construction

-Tracer un cercle suivant un rayon donné à l’aide du compas ;

-En gardant le même écartement, placer sur la circonférence des points ;

-Nommer les points obtenus A, B, C, D, E, F ;

-Tracer à l’aide de la règle les segments [AB] , [BC] , [CD] , [DE] , [EF] , [FA].



AUTO-EVALUATION N° 5

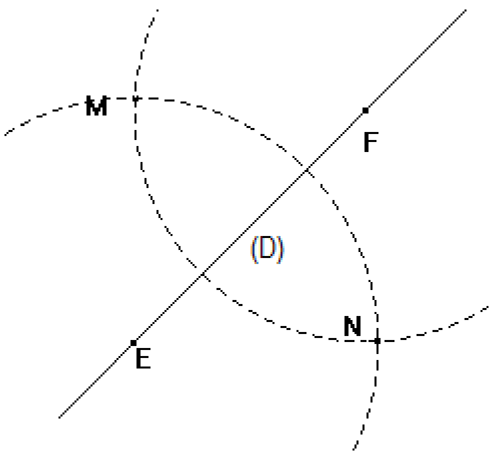
Construis un octogone régulier (huit côtés) inscrit dans un cercle.

VII. TRANSFORMATIONS PLANES : CONSTRUCTIONS DE POINTS ET DE FIGURES SYMETRIQUES

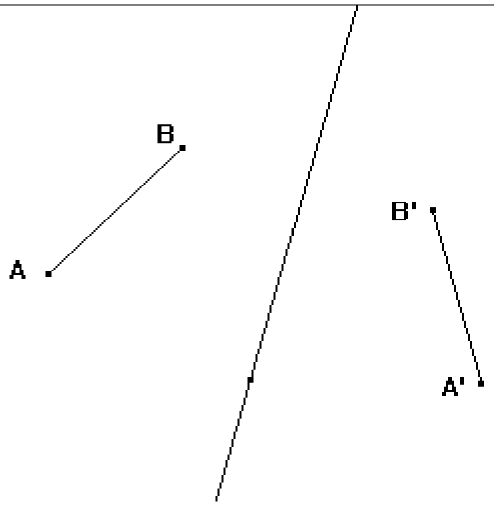
1)Symétrie orthogonale par rapport à une droite

a)Définition : On donne une droite (D) et un point M qui n'appartient pas à (D). Le symétrique de M par rapport à D est le point N tel que D soit la médiatrice du segment [MN] .

b)Méthode de construction du symétrique de M par rapport à (D)

<table>
<tr>
<td>On place deux points E et F sur (D).
On trace un arc de cercle de centre E et de rayon EM et un autre arc de cercle de centre F et de rayon FM.
Dans le demi-plan ne contenant pas le point M , ces deux arcs se coupent en un point N qui est le symétrique de M par rapport à (D)
En effet :
On a : $EM = EN$, donc E appartient à la médiatrice de [MN]
On a aussi :$FM = FN$, F appartient aussi à la médiatrice de [MN]
La droite passant par ces deux points E et F qui n'est rien d'autre que la droite (D) est la médiatrice de [MN]</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

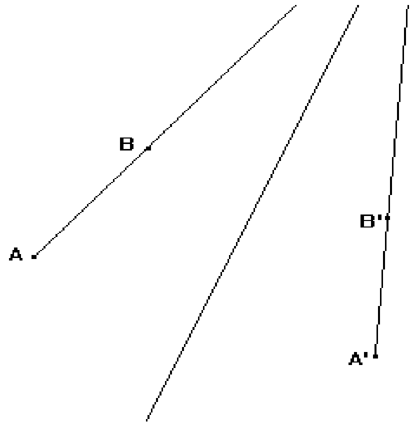
c)Méthode pour construire le symétrique d'un segment de droite

<table>
<tr>
<td>On construit les points A' et B' symétriques respectifs de A et B par rapport à la droite donnée :
Le segment [A'B'] obtenu est le symétrique du segment [AB] par rapport à la droite.
<u>Remarque</u> : Pour une meilleure compréhension des élèves,le maître pourra procéder par induction en prenant plusieurs points sur le segment [AB] et en faisant remarquer que leurs symétriques sont sur [A'B'] et vice versa c'est-à-dire que tous points du segment [A'B'] ont leurs symétriques sur [AB].</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

d)Méthode pour construire le symétrique d'une demi-droite par rapport à une droite

Pour construire le symétrique de la demi-droite [AB), On construit le symétrique A' de A par rapport à la droite puis on choisit un autre point B sur la demi-droite d'origine et on construit son symétrique B' par rapport à la droite.

La demi-droite d'origine A' passant par B' est le symétrique de la demi-droite d'origine A par rapport à la droite donnée.



Remarque1 : Pour permettre aux élèves de mieux comprendre , le maître pourra procéder par induction en prenant plusieurs points sur [AB) et montrer que leurs symétriques sont sur [A'B') et vice versa.

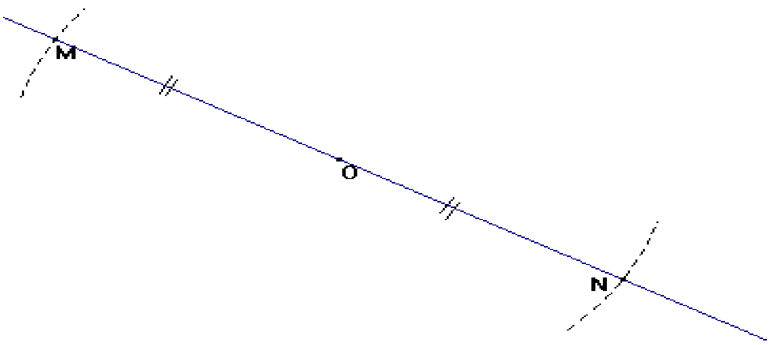
Remarque 2 : Pour le symétrique d'une droite (D) par rapport à une droite (Δ) , il suffit de choisir deux points quelconques sur (D) et de construire leurs symétriques par rapport à la droite (Δ)La droite passant par les deux points symétriques sera le symétrique de (D) par rapport à (Δ).

AUTO-EVALUATION N° 6

Construis le symétrique d'un triangle ABC par rapport à une droite donnée.

2) Symétrie par rapport à un point

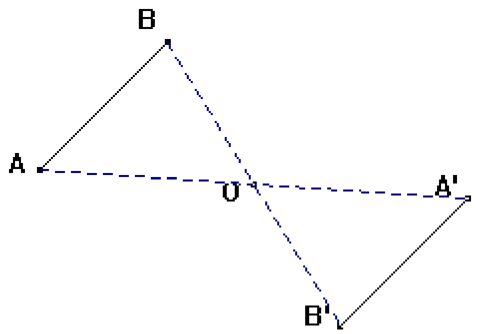
a) Définition : On donne deux points M et O. Le symétrique de M par rapport à O est le point N tel que O soit le milieu de [MN].



b) <u>Méthode de construction de symétrique d’un segment par rapport à un point</u>

On construit les points A’ et B’ symétriques respectifs de A et B par rapport à O.

Le segment [A’B’] obtenu est le symétrique de [AB] par rapport à O.

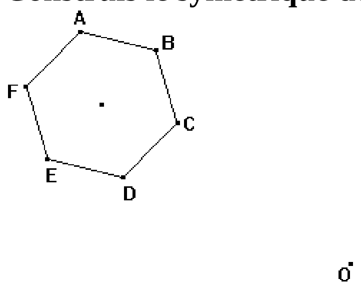


<u>Remarque1</u> Le maître pourra toujours procéder par induction comme précédemment en prenant plusieurs points sur [AB] et montrer que leurs symétriques sont sur le segment [A’B’]et vice versa.

Remarque2 : Pour le symétrique d’une demi-droite par rapport à un point O, on construit le symétrique de l’origine et celui d’un autre point quelconque de la demi-droite par rapport à ce point O

AUTO-EVALUATION N° 7

Construis le symétrique de cet hexagone par rapport à O



AUTO-EVALUATION N° 8

- ❖ Elabore une fiche selon le canevas ASEI/PDSI sur une leçon portant sur le rectangle (Se référer à la fiche proposée en annexe 3 qui est susceptible d'être améliorée.) ;
- ❖ Eprouve la fiche en classe et note les difficultés rencontrées dans la mise en œuvre;
- ❖ Rapporte la fiche mise en œuvre au regroupement afin de partager les difficultés rencontrées.

NB : Le rectangle étant enseigné du CE1 au CM2, chacun élaborera sa fiche selon le niveau de la classe tenue.

CONCLUSION

L'appropriation de ces différentes techniques de constructions à la règle et au compas par les enseignants leur permettra d'assurer aux élèves une bonne formation en constructions géométriques.

Les différents exercices de construction géométrique développés dans le module permettront à ces élèves de développer leur capacité de réflexion et de raisonnement, d'éprouver du plaisir à faire les Mathématiques grâce à la manipulation, d'être dans de bonnes dispositions pour aborder la géométrie au cycle moyen secondaire.

Tout cela contribuera sans doute à l'amélioration de la performance scolaire de nos élèves.

SOURCES DOCUMENTAIRES

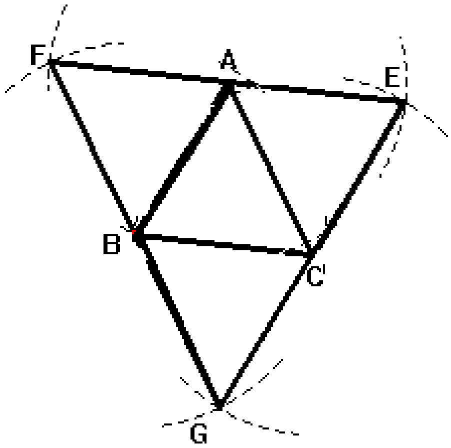
Extraits « Eléments d'Euclide »

Documents PDRH (Constructions Géométriques)

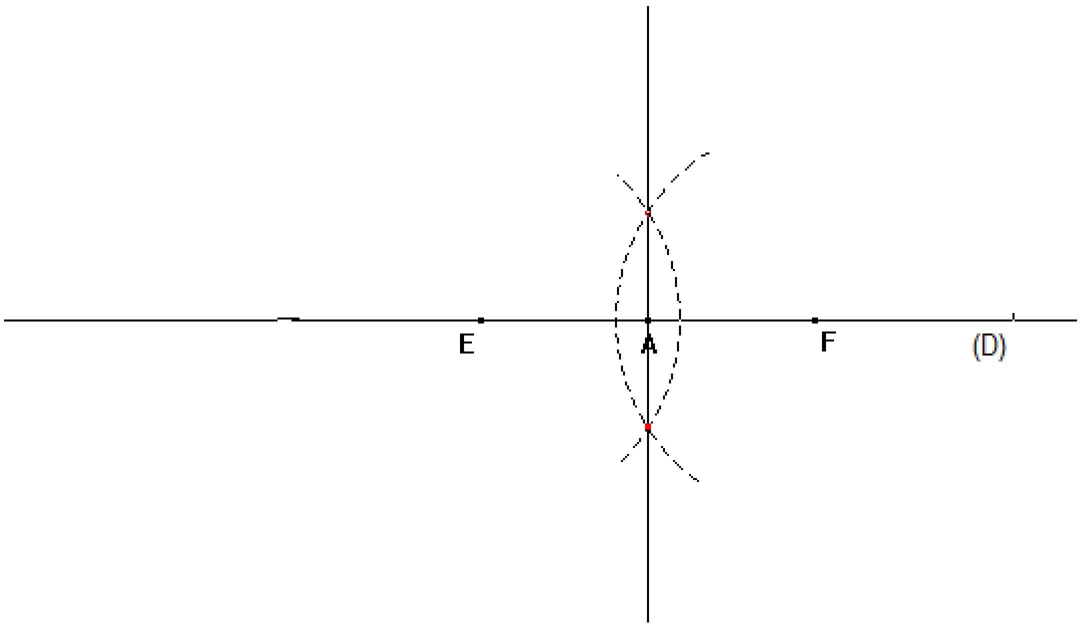
ANNEXE 1 : CORRIGES DES AUTO-EVALUATIONS

1. Corrigés des auto-évaluations :

❖ **Auto-évaluation N° 1**



❖ **Auto-évaluation N° 2**



Avec le compas on place deux points E et F équidistants de A. On trace un arc de cercle de centre E et de rayon supérieur à EA. En gardant le même écartement, on trace l'arc de centre F et de même rayon. Ces deux arcs se coupent en deux points. La droite passant par ces deux points passe par A et est perpendiculaire à (D)

Remarque : On pouvait aussi considérer la bissectrice de l'angle plat de centre A qui est un angle droit.

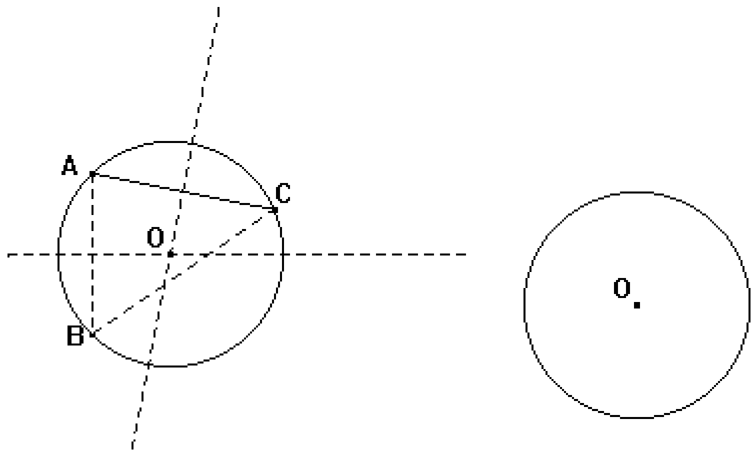
❖ Auto-évaluation N° 3

Il suffit de construire les bissectrices des angles plat et droit.

❖ Auto-évaluation N° 4

Il suffit de placer trois points quelconques sur ce cercle et de tracer les médiatrices des 3 côtés. Elles se coupent en un point O qui est le centre de ce cercle.

Remarque : Deux médiatrices suffisent pour trouver le centre (voir figure)

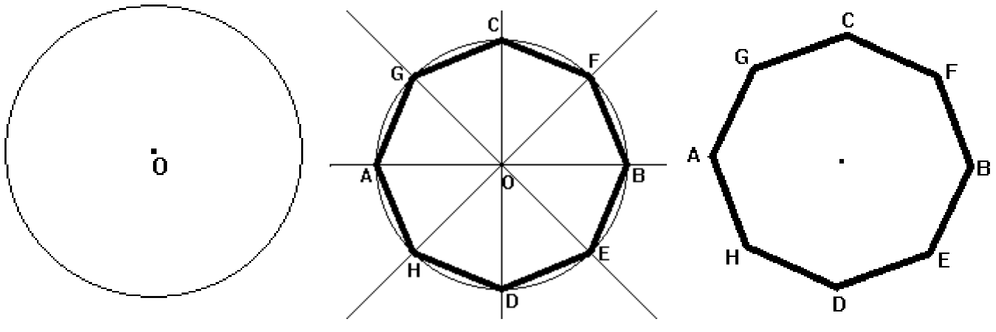


❖ Auto-évaluation N° 5

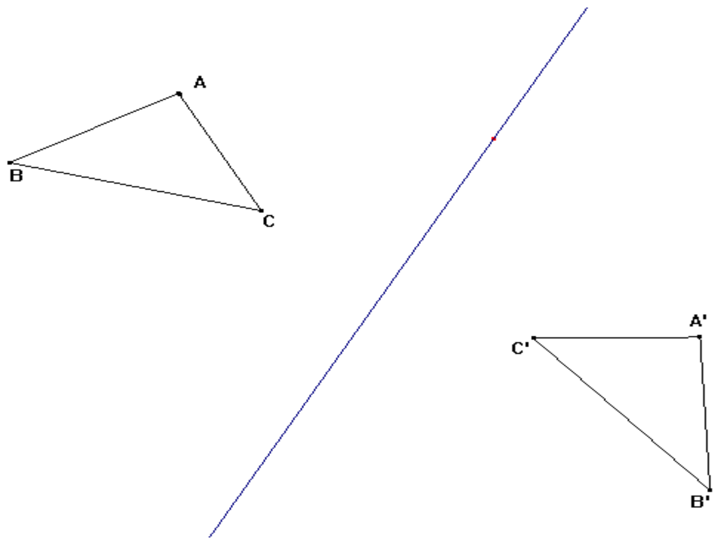
<u>Méthode de construction d'un octogone régulier inscrit dans un cercle</u>

L'octogone régulier est un polygone régulier à huit côtés.

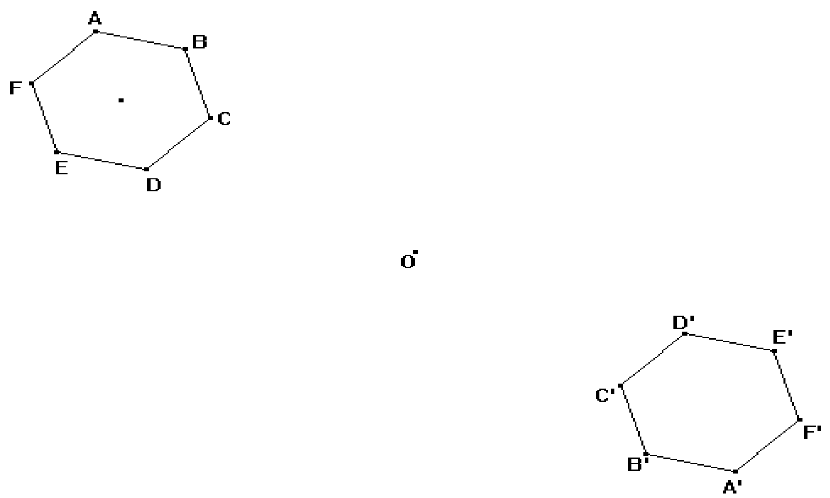
- -Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné à l'aide du compas.
- -Tracer sur ce cercle deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD]
- -Tracer les bissectrices des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$
- -Nommer les quatre points obtenus sur le cercle : E, F, G, H
- -Tracer à l'aide de la règle les segments [AG], [GC], [CF], [FB], [BE] , [ED] , [DH] , [HA]



❖ Auto-évaluation N° 6



❖ Auto-évaluation N° 7



ANNEXE 2 : CORRIGES DU TEST DE POSITIONNEMENT

1

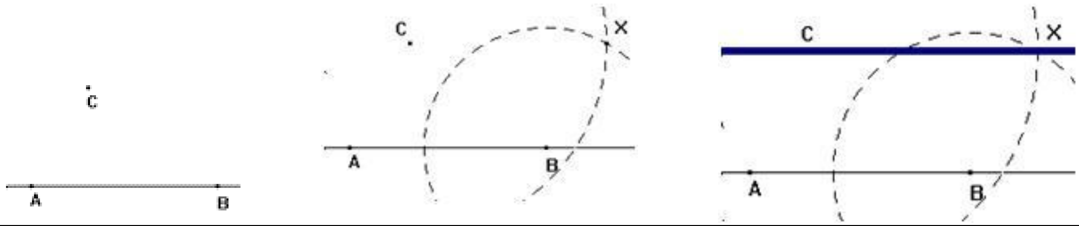
Quels sont les instruments de traçage du mathématicien ?

Réponse : La règle non graduée et le compas sont les instruments de traçage du mathématicien.(géométrie euclidienne plane)

2

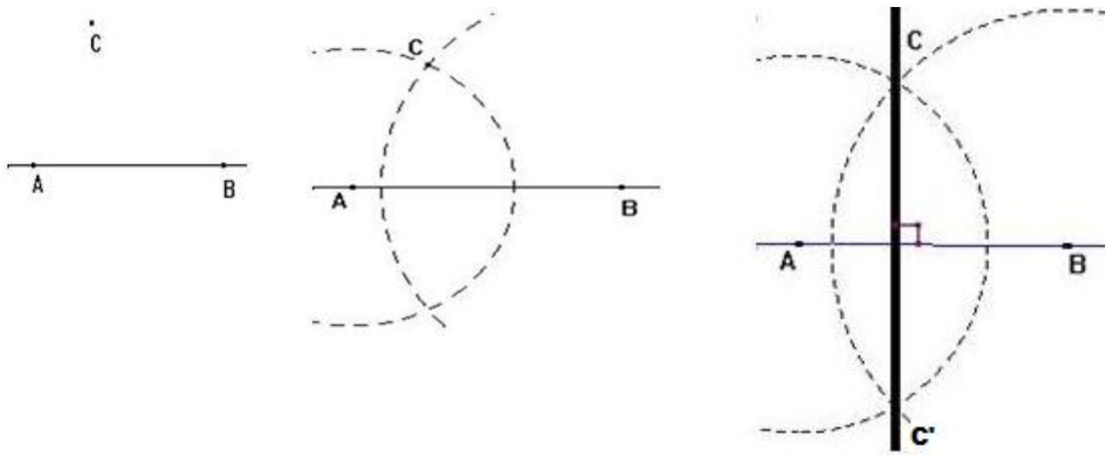
Réponse : Pour cela on construit le quatrième point X d'un parallélogramme ABXC en traçant un arc de cercle de centre C et de rayon AB et un arc de cercle de centre B et de rayon CA.

La droite (CX) est la parallèle à (AB) passant par C.



3

Réponse : Pour cela on construit le symétrique C’ du point *C* par rapport à la droite *(AB)*. C'est le point d'intersection du cercle centre *A* et de rayon *AC* avec le cercle de centre *B* et de rayon *BC. La droite (CC’) est la perpendiculaire à (AB) passant par C*

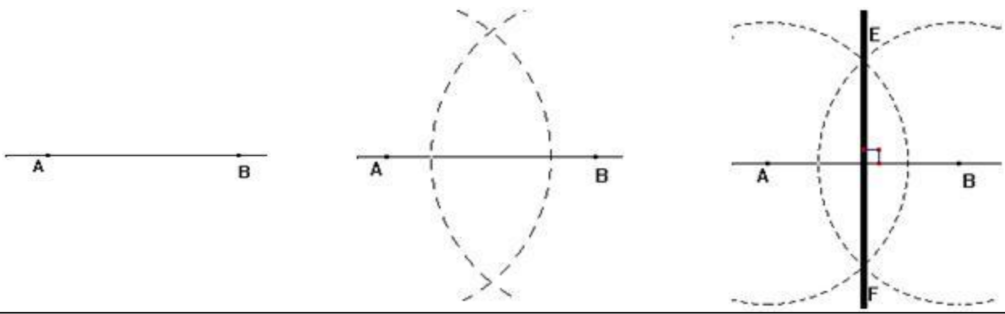


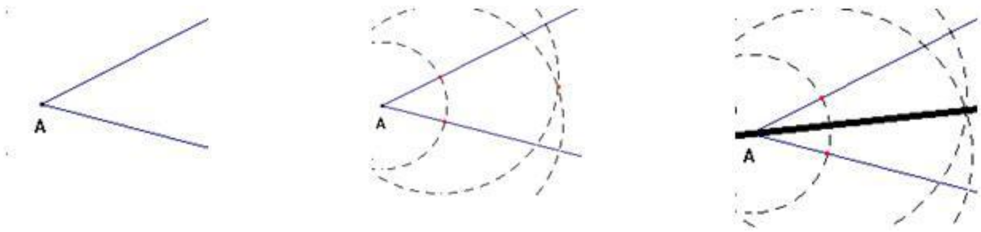
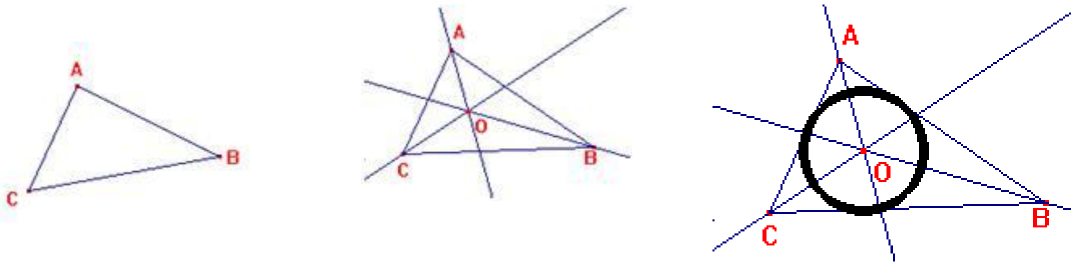
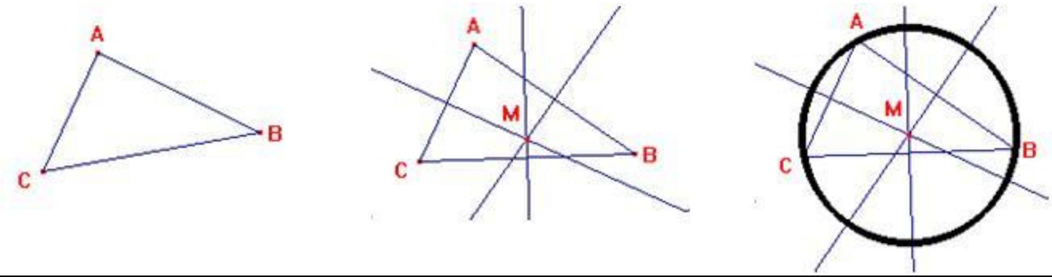
4

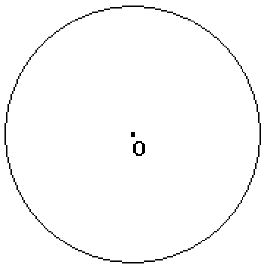
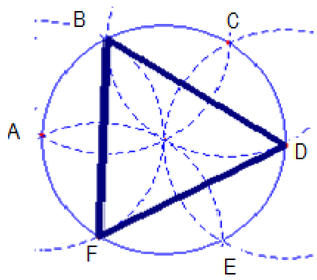
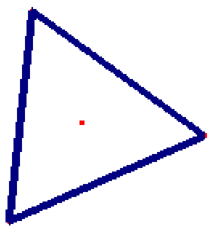
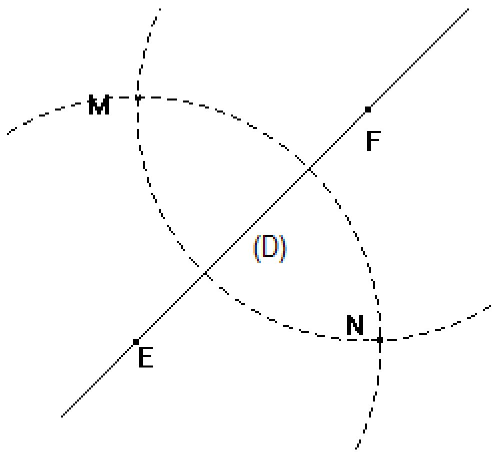
On donne un segment [AB]. Détermine son milieu.

Réponse : Donc, si l'on sait construire la médiatrice, on sait donc déterminer le milieu d'un segment **et** tracer une perpendiculaire à une droite.

Pour cela, on ouvre le compas sur une longueur supérieure à la moitié de la longueur du segment, puis on trace deux cercles avec ce rayon, l'un centré sur *A*, l'autre sur *B* (on peut se contenter de ne tracer que des arcs de cercle). L'intersection des deux cercles est constituée de deux points situés à égale distance de *A* et de *B*, et qui définissent donc bien la médiatrice. Le point de rencontre du support de [AB] et de (EF) est le milieu de [AB].



5	On donne un angle $\widehat{AOB}$. Trace sa bissectrice. Réponse : Pointer le compas au sommet de l'angle et tracer un premier arc de cercle. Marquer les points d'intersection de cet arc avec les deux côtés de l'angle. Pointer successivement le compas aux points d'intersection et tracer deux arcs de cercle de même rayon (en gardant le même écartement du compas entre les deux opérations). Marquer le point d'intersection de ces deux arcs. Relier le sommet de l'angle et le point d'intersection des deux derniers cercles. La bissectrice apparaît. Il est donc possible de partager un angle en deux angles de même mesure. 
6	ABC est un triangle. Trace le cercle inscrit à ce triangle Réponse : Les bissectrices d'un triangle sont les trois bissectrices intérieures de ses angles. Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point O. Le cercle inscrit au triangle est l'unique cercle tangent aux trois côtés du triangle et entièrement inclus dans le triangle. Il a pour centre le point O qui est donc le centre du cercle inscrit au triangle. 
7	ABC est un triangle. Trace le cercle circonscrit à ce triangle. Réponse : On appelle médiatrice d'un triangle chacune des médiatrices de ses côtés [AB], [AC] et [BC]. Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point M équidistant des trois sommets. Le cercle de centre M, et de rayon MA passe par chacun des trois sommets du triangle : c'est le cercle circonscrit au triangle. Tout triangle est donc un polygone inscriptible. 

8	Construis un triangle équilatéral inscrit dans un cercle. Réponse : -Tracer un cercle suivant un rayon donné à l'aide du compas ; -En gardant le même écartement, placer sur la circonférence des points. -Nommer les points obtenus A, B, C, D, E, F ; -Tracer à l'aide de la règle les segments [BD] , [DF] , [FB]. On obtient ainsi un triangle équilatéral inscrit dans un cercle.   
9	On donne une droite (D) et un point M n'appartenant pas à cette droite. Construis le point N symétrique de M par rapport à (D). Réponse : On place deux points E et F sur (D). On trace un arc de cercle de centre E et de rayon EM et un autre arc de cercle de centre F et de rayon FM. Dans le demi-plan ne contenant pas le point M , ces deux arcs se coupent en un point N qui est le symétrique de M par rapport à (D) 

ANNEXE 3 : EXEMPLE DE FICHE PEDAGOGIQUE

Date : 20/08/2013	Discipline/Activité : Activité Géométrique	Etape : 3 Niveau : 2
Durée : 60 mn		Fiche N° : 2013-0034
Effectifs : 30 (G : 14, F : 16)		

Palier : (Cf. guide pédagogique 3eme Etape Page: 135) Intégrer les notions liées aux positions relatives des droites et aux angles, les propriétés de figures planes (carré , rectangle, triangles, parallélogramme, cercle,) ainsi que des techniques d'utilisation d'instruments dans des situations de résolution de problèmes de constructions géométriques.

Objectif d'apprentissage : Découvrir les propriétés élémentaires de figures géométriques planes.

Objectif spécifique : Construire le triangle.

Objet de la leçon : Le Triangle équilatéral

Objectif de la leçon : Au terme de la séance, les élèves devront être capables de construire correctement avec la règle et le compas un triangle équilatéral.

Justification de la leçon : L'enfant a des difficultés à distinguer les différents triangles qu'il retrouve dans la vie quotidienne à travers des situations concrètes (objets). C'est pourquoi l'étude des caractéristiques de chacun de ces triangles lui permettra de classer puis de les tracer dans des situations de résolution de problème.

Pré requis : Triangles isocèles /Triangle rectangles.

Moyens :

- **matériel :** Cartons-règles-compas-crayons-gommes-situation de communication-relations horizontales et verticales

- **pédagogique :** Procédé de La Martinière (PLM), Travail de groupe,

Référence : Décret 79-1165/PREMST 2008/2009 module constructions géométriques-livre Math.

PLAN DE LA LEÇON

Etapes	Activités/Maitre	Activités /Elèves	Points d'apprentissage
PRESENTATION DE LA SITUATION 7MN	**Contrôle des pré-requis** – Donne les exercices à l'aide du PLM – Fait donner les résultats puis corriger. **Mise en situation** – Fait tracer un triangle isocèle ABC avec AB=4cm BC=AC=3cm. – Fait corriger au tableau – Fait rappeler les caractéristiques du triangle isocèle et la technique de traçage	S'exécute sur les ardoises puis corrigent -Tracent sur les feuilles de brouillon -Corrigent au Tableau -Répondent aux questions du maitre	Contrôle de table de multiplication Le triangle isocèle (caractéristiques) - 2 cotés égaux, - 2 angles droits
RECHERCHE D'HYPOTHESES 10MN	– Présente aux élèves des cartons de formes triangulaires différentes / triangle rectangles, triangle équilatéral. – Demande de les classer suivant leurs caractéristiques – Isole les triangles équilatéraux -les distribue aux différents groupes (5grps). – Fait reproduire les triangles sur feuille en passant sur les contours – Fait comparer aux autres triangles déjà étudiés par les cotés	-Observent les différents triangles mis à leur disposition. -Classent les Triangles rectangles à part puis les triangles équilatéraux -Avec des cartons de formes triangulaire essaient de reproduire les dessins. -Comparent aux autres triangles en mesurant les cotés puis la forme des angles.	Le triangle équilatéral

VERIFICATION DES HYPOTHESE, MISE EN COMMUN, ET VALIDATION 25 MN	− Fait donner les caractéristiques des triangles déjà reproduit sur la base de Carton/longueur des contés. − Fait nommer le triangle − Fait construire sur des feuilles blanches distribuées par le maitre. − Explique aux élèves la technique de construction ; − Envoie deux à trois élèves tracer au tableau. − Fait donner des objets ayant la forme de triangle équilatéral après mesurage.	-Donnent le nombre de cotés : 3 cotés, 3 angles ; les 3cotés sont egaux (de même longueur) - C'est un triangle équilatéral - Répètent, épellent et écrivent sur leur ardoises (triangle équilatéral) -Donnent des objets ayant la forme de triangle équilatéral	Le triangle équilatéral Technique de traçage Trace un segment(AB) et avec l'écartement du compas mesurer la largeur du segment puis partir de l'une des extrémités. La rencontre des deux arcs de cercle est un troisième point C. Relie le point C à A puis C à B. Ainsi on obtient un triangle équilatéral ABC avec AB=AC=BC.
INSTITUTIONALISATION (ANALYSE, SYNTHESE) 3 MN	− Fait rappeler les caractéristiques du triangle équilatéral − Fait rappeler la technique de construction	-Donnent des Caractéristiques (3 cotés de même longueur, 3 angles égaux) -Verbalisent la technique de construction du triangle équilatéral	Le triangle équilatéral
REINVISTISSEMENT / EVALUATION 15 MN	- Soumet aux élèves par groupe de 6 des cartons . L'une en forme de triangle isocèle, l'autre en forme de triangle équilatéral. - Demander après mesurage de marquer le triangle équilatéral par la lettre E - Fait tracer dans les cahiers des triangles équilatéraux de 4 cm de coté.	-S'approprient les cartons et essaient de voir le triangle équilatéral -Corrigent au tableau -Font la construction dans les cahiers de devoirs -Corrigent	Le triangle équilatéral

NB : Cette fiche est proposée par M. Niokhor NDONG, enseignant de Foundiougne, lauréat du concours des olympiades 2011et amélioré par l'équipe nationale.

ANNEXE 4 : REPRISE DU TEST DE POSITIONNEMENT

Tu viens de faire une étude complète de ce module, reprends en 1h le test de positionnement.

1	Quels sont les instruments de traçage du mathématicien ? Réponse :
2	On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB). Trace la droite passant par C et parallèle à (AB). Réponse :
3	On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB). Trace la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB). Réponse :
4	On donne un segment [AB] . Détermine son milieu. Réponse :
5	On donne un angle $\widehat{AOB}$. Trace sa bissectrice. Réponse :

6	ABC est un triangle. Trace le cercle inscrit à ce triangle Réponse :
7	ABC est un triangle. Trace le cercle circonscrit à ce triangle. Réponse :
8	Construis un triangle équilatéral inscrit dans un cercle. Réponse :
9	On donne une droite (D) et un point M n'appartenant pas à cette droite. Construis le point N symétrique de M par rapport à (D). Réponse :