REPUBLIQUE DU SENEGAL
Un Peuple - Un But - Une Foi
MINISTERE DE L'EDUCATION
CHARGE DE L'ENSEIGNEMENT PRESCOLAIRE,
DE L'ELEMENTAIRE ET DU MOYEN
Direction de l'Enseignement Elémentaire

Module 2 :

Mathématiques 1
Constructions Géométriques

Projet de Renforcement de l'Enseignement des Mathématiques, des Sciences et de la Technologie (PREMST)

Elaboré par l'Equipe Nationale du PREMST

FORMATION LOCALE 2008
SEPTEMBRE 2008

Module 2: Mathématiques 1
Constructions Géométriques

Compétence
Intégrer les propriétés de figures simples, des nombres complexes (mesures de temps), des fractions et des instruments de traçage dans des situations de résolution de problèmes mathématiques et de vie courante.

Palier de Compétence
Intégrer les propriétés de figures simples dans la construction géométrique.

TABLE DES MATIERES

Introduction

1. Contexte et Justification

Les notes faibles des élèves obtenues dans les matiéres scientifiques aux différents examens et concours, le peu de fréquentations des séries scientifiques, posent un véritable problème de l'enseignement des Mathématiques, des sciences et de la technologie.

Le Sénégal, conscient qu'aucun pays ne peut prétendre au développement sans un enseignement de qualité des Mathématiques, des Sciences et de la technologie, a mis en place le PREMST. Celui–ci a pour objectif global d'améliorer la qualité de l'enseignement des disciplines citées plus haut à travers la formation continue des enseignants dans les trois régions de Thiès, Louga et Fatick à titre expérimental.

Pour ce faire une étude sur les besoins en formation de ces enseignants (méthodologie, attitude, maîtrise des contenus disciplinaires) y a été effectuée à l'aide de questionnaires, grilles d'observation, guides d'entretien. Il ressort de cette étude un certain nombre de besoins en formation dont **les constructions géométriques à la régle et au compas.**

Cela est confirmé par :

1) Lors du test de niveau administré dans les académies de Thiès, Fatick et Louga, nous avons enregistré un taux d'échec supérieur à 75% en ce qui concerne la construction géométrique ;
2) On constate que les enseignants n'utilisent le compas que pour tracer des cercles. Alors que c'est le compas et la règle qui doivent être à la base de toute construction géométrique (parallèles et perpendiculaires notamment). L'équerre et le rapporteur sont dérivés du compas et de la règle.

2. Objectifs

Au terme de la formation les participants sont en mesure :

1) D'utiliser correctement les instruments de traçage pour faire les constructions de base ;
2) De construire les points et droites caractéristiques du triangle qui est la figure géométrique de base ;
3) De construire les polygones réguliers constructibles et les solides du programme.

3. Matériel

Chaque participant doit avoir du papier, un compas, une régle, un crayon et une paire de ciseaux.

4. Résultats attendus

Les enseignants auront une bonne maîtrise des tecniques de construction avec la régle non graduée et le compas.

Les capacités des enseignants seront renforcées dans les domaines suivants :

- Géométrie du tiangle (reconnaissance des droites remarquables) ;
- Construction de polygones réguliers inscrits dans un cercle.

5. Durée du module : 2 jours

6. Stratégie :

Les tecniques et les pratiques de la pédagogie active seront largement utilisées avec alternance de travail individuel, de groupe, plénière et apports théoriques.

7. Cibles : Les enseignantes et enseignants de l'école primaire

8. Description des différentes parties qui composent le document

1) <u>Fiches d'Activité</u>

Elles contiennent :

- les objectifs poursuivis dans l'activité ;
- la description des tâches ;
- le matériel à utiliser ;
- les productions attendues.

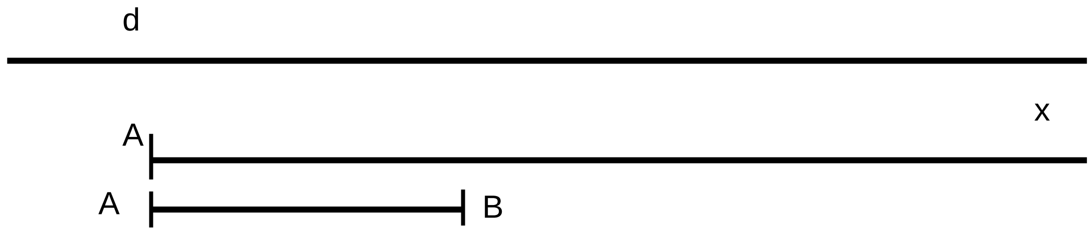
2) <u>Fiches contenu</u>

Elles sont utilisées comme apport théorique dans l'explication de certains concepts.

I. Fiche Contenu 1 : Utilisation du matériel usuel de Géométrie

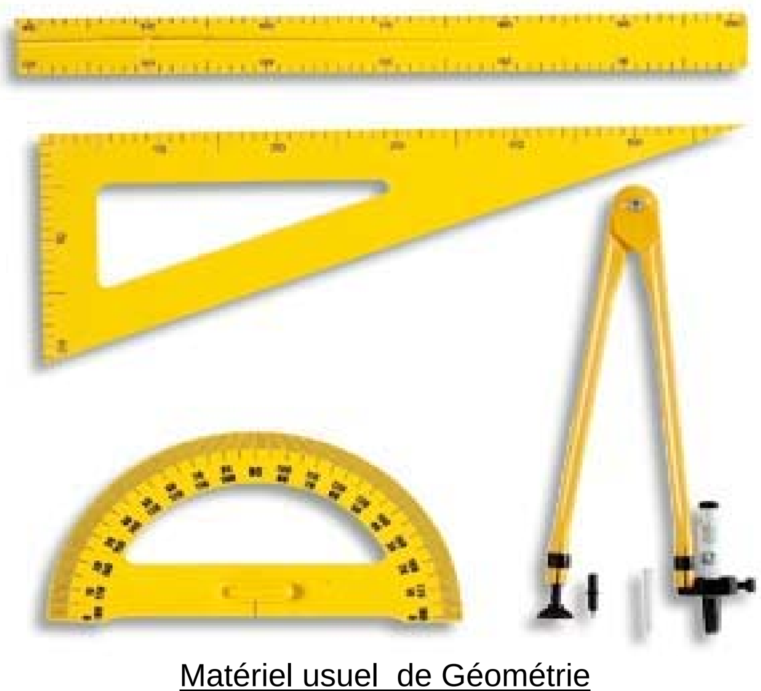
1. Droite, demi-droite et segment

A l'élémentaire **« droite »** est synonyme de **« ligne droite »**. Elle est illimitée : on peut la prolonger aussi loin que l'on veut. Une demi-droite est limitée par un point (son origine) et illimitée de l'autre côté. Un segment de droite est limité par deux points (ses extrémités).



2. Utilisation des instruments de construction

La règle graduée, le compas, le rapporteur, l'équerre sont des instruments qui nous permettent de mesurer, de construire des figures géométriques. Cependant, on constate que même si certains élèves détiennent ces différents instruments, ils les utilisent peu dans leurs problèmes de construction ; ils se contentent en général de la règle graduée et des lignes de leurs cahiers. D'autres qui tentent de les utiliser le font en général très mal. Cela les poursuit jusqu'au cycle moyen secondaire où certains professeurs tenant des classes de 6eme éprouvent d'énormes difficultés à faire comprendre à leurs élèves certaines activités liées aux constructions géométriques.



<u>Matériel usuel de Géométrie</u>

1) Le Règle graduée

Il faut faire coïncider le trait de la graduation « zéro » avec une extrémité du segment à mesurer.

2) L'équerre

Il faut positionner l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite. Attention il ne faut pas faire coïncider la graduation « zéro » de l'équerre avec la droite. C'est le côté de l'équerre qui doit être posé sur la droite.

3) Le compas

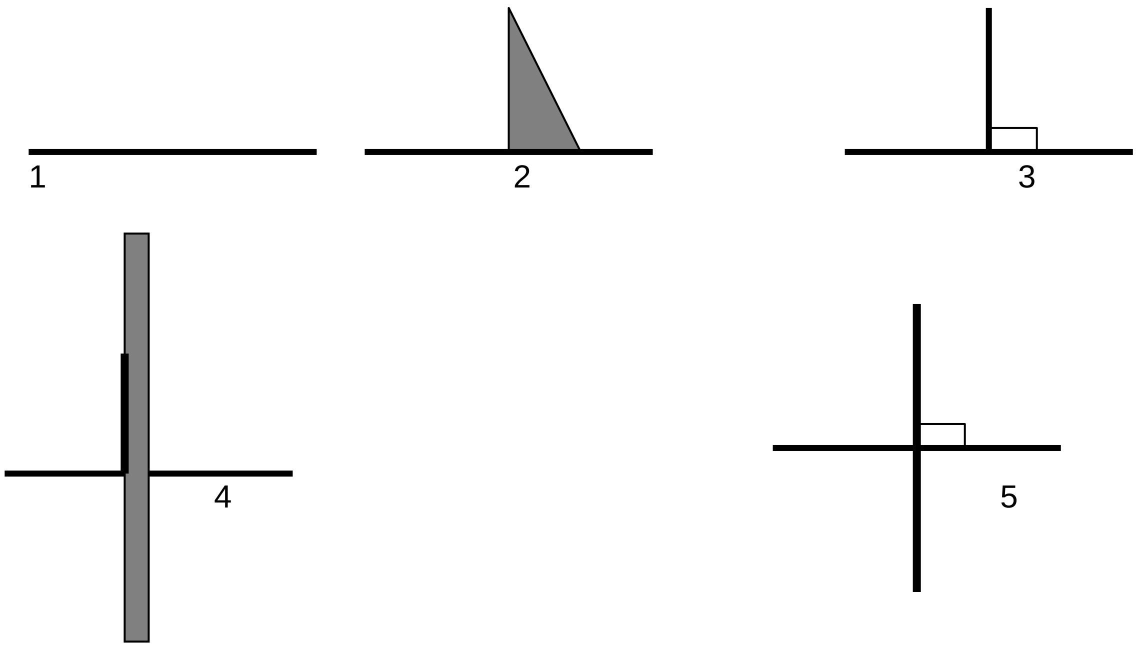
Le maître dans sa classe doit veiller à la qualité des compas utilisés en classe : compas de préférence en fer avec crayon bien taillé Il doit apprendre aux élèves à « piquer » le compas (enfoncer la ponte sèche dans le papier) et tenir fermement le bras avec la ponte sèche en maintenant l'écartement initial. Le compas doit être un instrument privilégié pour comparer ou reporter des longueurs, chaque fois qu'un mesurage n'est pas indispensable.

4) Le rapporteur

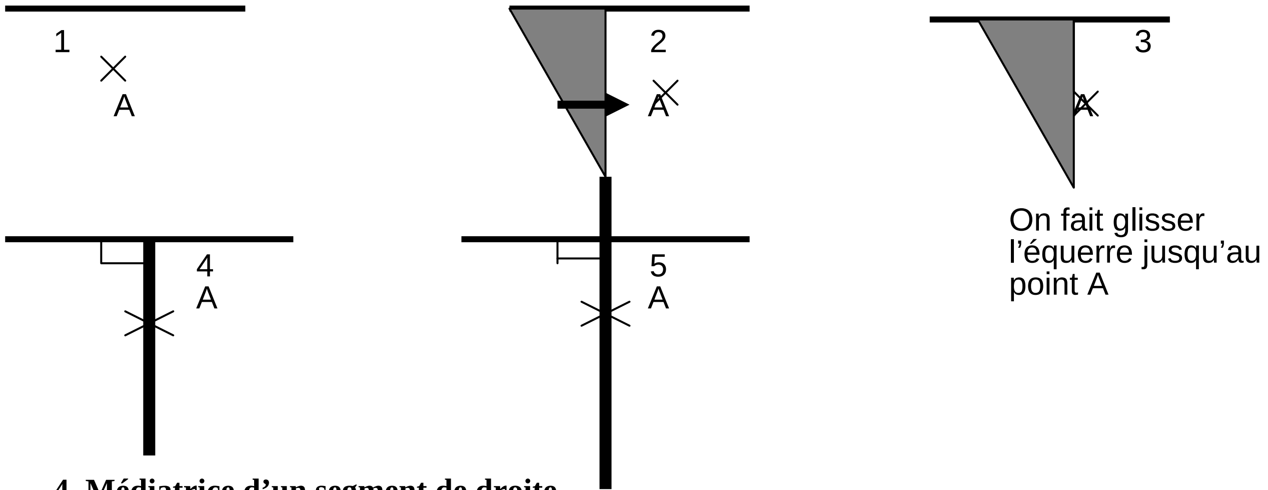
Le maître doit bien veiller à la qualité des rapporteurs utilisés par ses élèves en classe. Certains rapporteurs en plastique achetés dans le commerce ne possèdent pas de centre et donc sont inutilisables. Il devra amener les élèves à bien positionner la droite **0-180** sur le côté de l'angle et faire glisser le rapporteur sur un des côtés à mesurer pour superposer le centre du rapporteur avec le sommet de l'angle.

3. Droites perpendiculaires

1) Tracés de 2 droites perpendiculaires avec règle et équerre



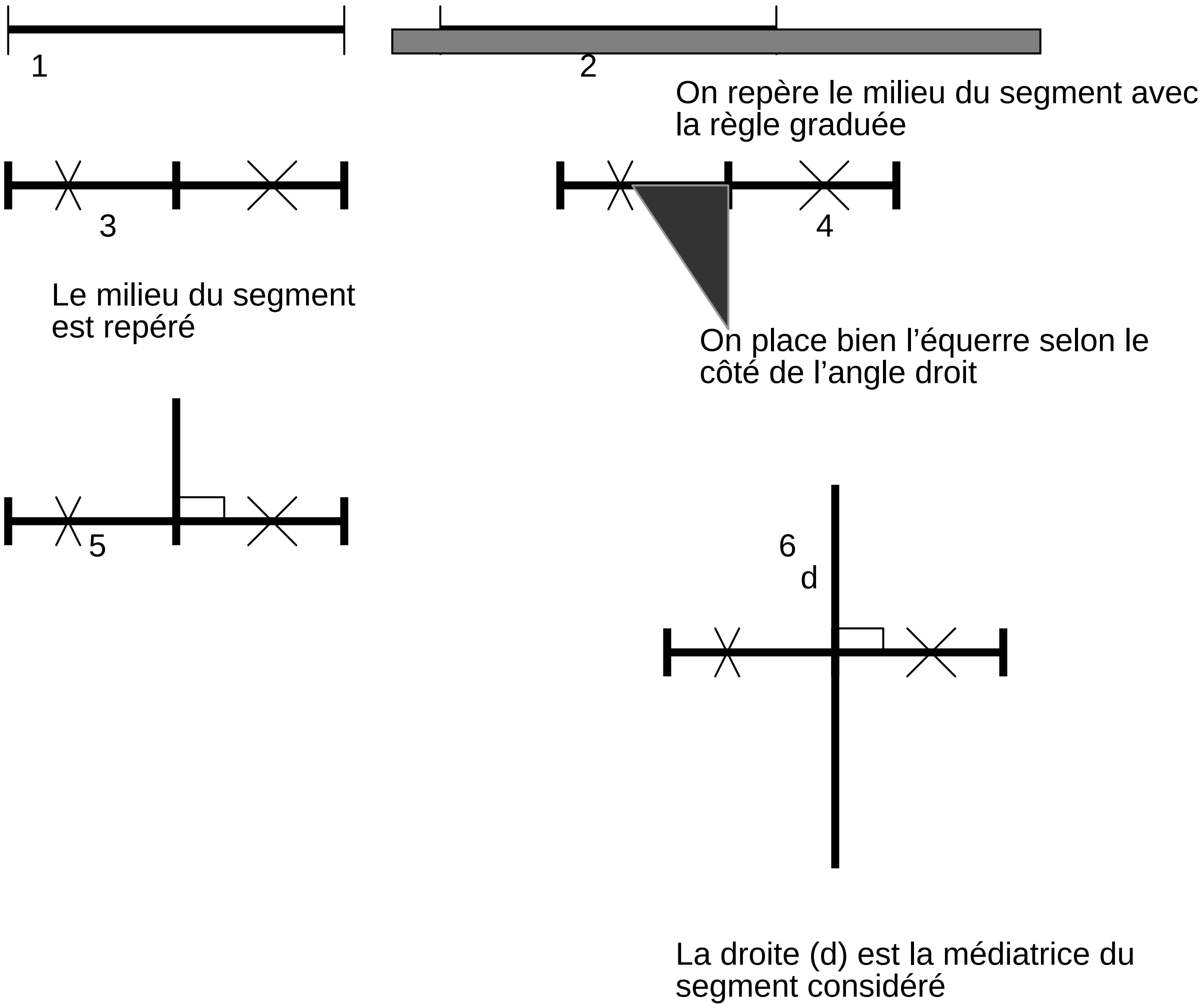
2) Tracés d’une droite perpendiculaire à une droite donnée (d) et passant par un point donné avec régle et équerre



4. Médiatrice d’un segment de droite

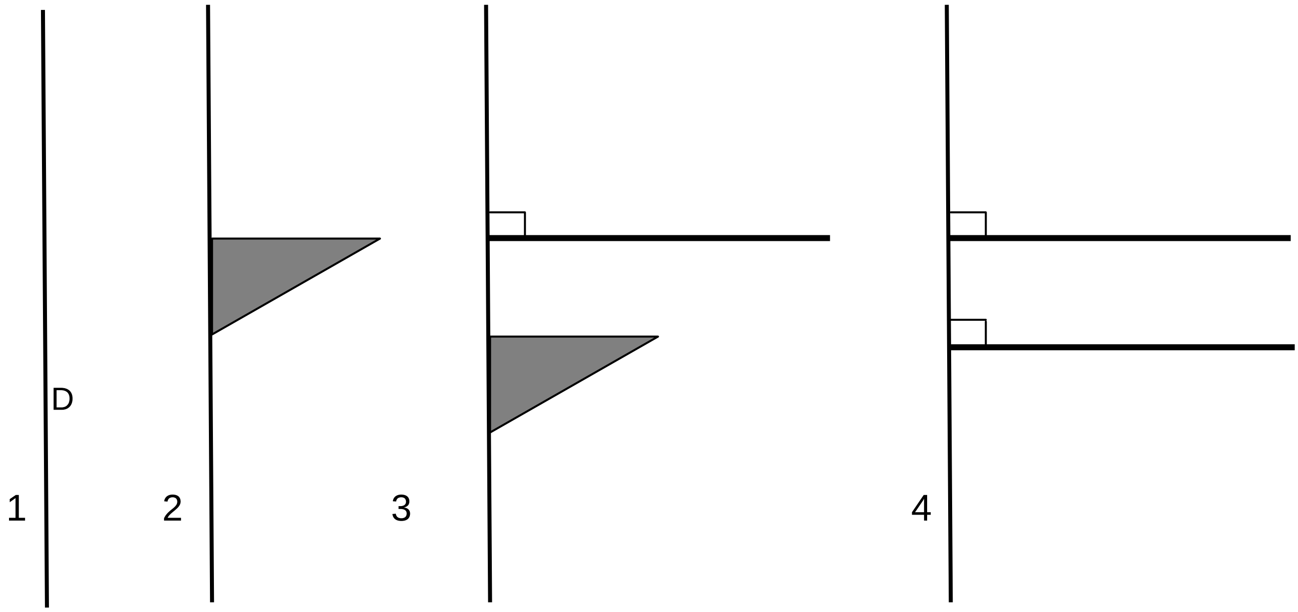
La médiatrice d’un segment [AB] est la droite perpendiculaire à ce segment, passant par le milieu de ce segment. Si un point M appartient à la médiatrice du segment [AB], alors M est équidistant de A et de B. Si un point M du plan est équidistant des points A et B, alors il appartient à la médiatrice du segment [AB]. La médiatrice du segment [AB] est l’ensemble des points du plan qui sont équidistants de A et de B. Pour tracer la médiatrice d’un segment on peut utiliser la règle graduée et l’équerre ou la règle graduée et le compas. Mais en général le tracé avec règle graduée et compas est plus précis.

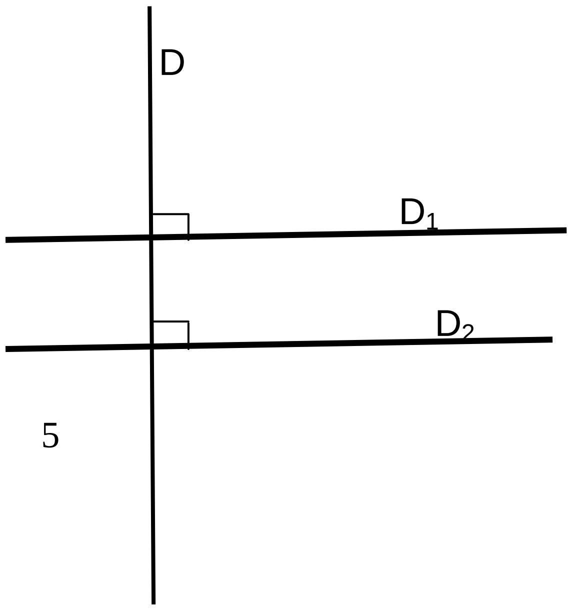
1) Tracé de la médiatrice avec règle graduée et équerre



2) Tracés de deux droites parallèles avec régle et équerre

Dans le plan,deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles





Les droites D_1 et D_2 sont parallèles

NB : Cette méthode consistant à utiliser la régle et l'équerre pour tracer des droites parallèles, des droites perpendiculaires ;la régle graduée et l'équerre pour le tracé de la médiatrice d'un segment peut parfois présenter des imperfections.

C'est pour cela que le présent module porte accés surtout à la technique de construction à la régle et au compas.

Nous conseillons vivement aux enseignant de tout faire pour maîtriser cette technique de construction qui n'est pas du tout difficile à comprendre

II. Fiche Contenu 2 : Instruments de traçage

1) Postulats d'Euclide

A l'aube du troisième siècle avant Jésus-Christ, les mathématiques grecques sont à leur apogée. C'est à cette époque que vit Euclide. On ne sait pratiquement rien de sa vie. Il aurait enseigné la géométrie à Alexandrie. Euclide nous laisse cependant un ouvrage fondamental en treize livres : les ***« Eléments ».***

Il pose les fameux postulats dont le cinquième est resté LE postulat d'Euclide :

a) Etant donnés deux points A et B, il existe une droite passant par A et B ;
b) Tout segment [AB] est prolongeable en une droite passant par A et par B ;
c) Pour tout point A et tout point B distinct de A, on peut décrire un cercle de centre A et passant par B ;
d) Tous les angles droits sont égaux entre eux ;
e) Par un point extérieur à une droite, on peut mener une parallèle et une seule à cette droite.

Euclide a fondé sa géométrie sur ce système d'axiomes qui assure en particulier qu'il est toujours possible de tracer une droite passant par deux points donnés et qu'il est toujours possible de tracer un cercle de centre donné et passant par un point donné. La géométrie euclidienne est donc la géométrie des droites et des cercles, donc de la règle et du compas. L'intuition d'Euclide était que tout nombre pouvait être construit à l'aide de ces deux instruments.

Construire une figure au sens d'Euclide consiste, sauf consigne contraire, à déterminer les points qui la constituent en utilisant les deux seuls instruments que sont, la règle (non graduée) et le compas.

2) Définition du compas

Un compas est un instrument de construction géométrique qui sert à comparer et à reporter des distances. Un compas est composé de deux éléments articulés en un point : la pointe sèche et le crayon. Les Grecs attribuaient son invention à Talos, le neveu de Dédale. C'est cette invention, parmi d'autres, qui poussa son oncle jaloux à l'assassiner.

3) Définition de la règle

Une règle est un instrument de géométrie, utilisé aussi pour le dessin industriel et la mesure de distances. À proprement parler, une règle sert à tracer des lignes droites.

Une règle est généralement en bois, en métal ou en plexiglas. Elle peut être graduée ou non. Les règles modernes comprennent généralement une échelle, avec laquelle des longueurs peuvent être mesurées par comparaison, généralement au millimètre près. Une règle de 20 cm est désignée par le terme « double-décimètre ».

En géométrie, une règle fait référence à une règle non graduée. Le report des longueurs s'effectue avec un compas. En mathématiques, lorsque nous parlons de constructions géométriques à la règle et au compas, nous faisons référence à une règle sans marque et sa propre longueur ne peut être utilisée pour effectuer des mesures rudimentaires.

Pour tracer une ligne droite, nous apposons la règle sur une surface en joignant certains points avec une arête de la règle; puis nous laissons glisser contre cette arête, la pointe d'un instrument de traçage. De cette façon, la forme du bord est transférée en ligne sur la surface.

Fiche d'Activité 1

Objectif : Mesurer le degré de maîtrise des techniques de constructions

Matériel : Régle non graduée ,compas, crayon,papier, marqueurs, ruban adhésif, papier padex

Modalité :

Travail individuel : 10 mn

Travail de groupe : 20 mn

Plénière : 30 mn

Consigne :

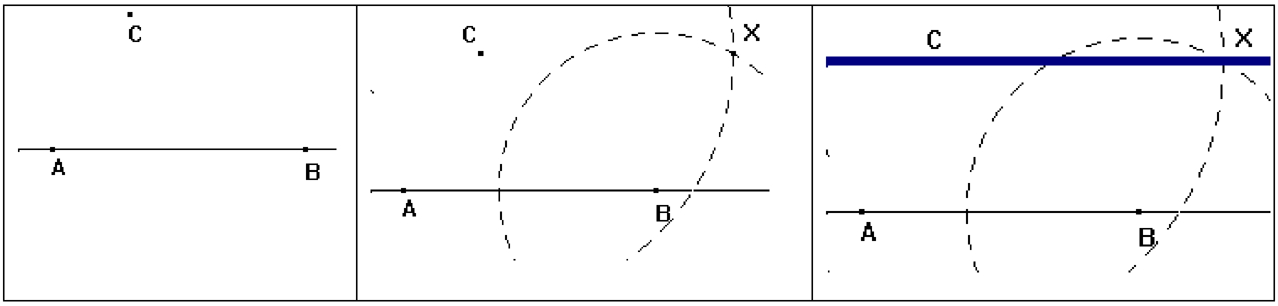
1) On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB)
   Tracer la droite (D) passant par C et parallèle à (AB)
2) On donne une droite (AB) et un point C n'appartenant pas à (AB)
   Tracer la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB)
3) On donne un segment [AB] ,tracer sa médiatrice
4) On donne un angle $\widehat{AOB}$,tracer sa bissectrice

Productions attendues : Constructions faites

III. Fiche Contenu 3 : Contructions de Base

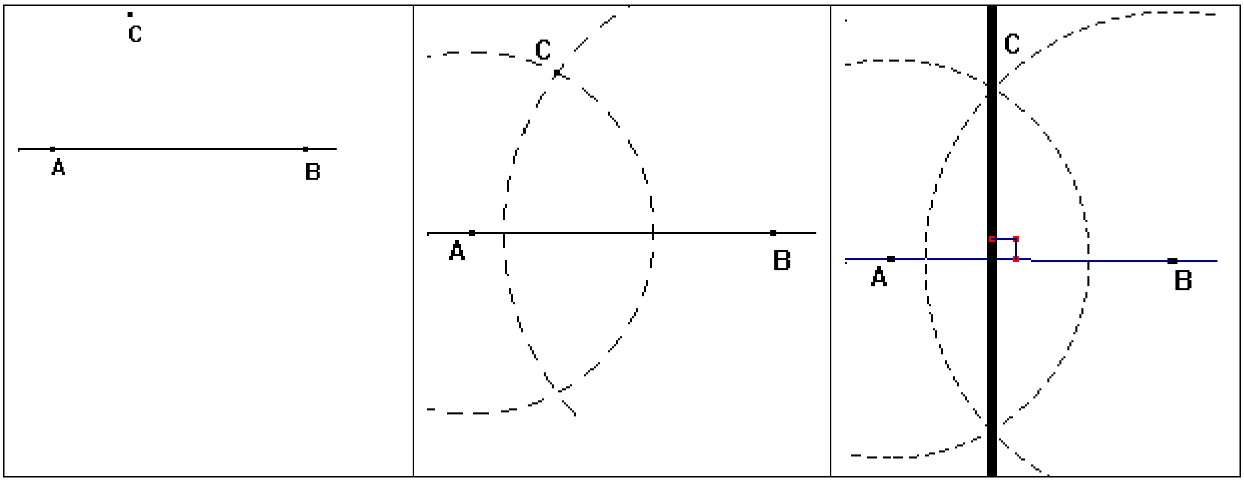
1. Parallèle à une droite passant par un point

On donne une droite (AB) et un point C n’appartenant pas à cette droite. Il est toujours possible de tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C. Pour cela on construit le quatrième point X d'un parallélogramme ABXC en traçant un arc de cercle de centre C et de rayon AB et un arc de cercle de centre B et de rayon CA. La droite (CX) est la parallèle à (AB) passant par C.



2. **Perpendiculaire à une droite passant par un point**

On donne une droite (AB) et un point C n’appartenant pas à cette droite. Il est toujours possible de tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point C. Pour cela on construit le symétrique du point *C* par rapport à la droite *(AB)*. C'est le point d'intersection du cercle centre *A* et de rayon *AC* avec le cercle de centre *B* et de rayon *BC*.



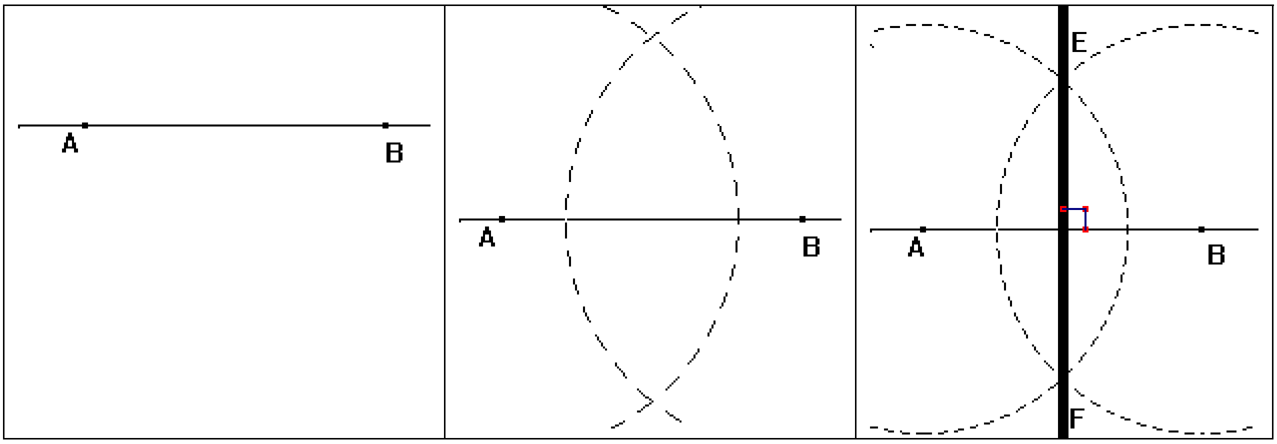
3. **Médiatrice d'un segment**

La principale construction de la géométrie est sans doute le tracé de la médiatrice d'un segment. La médiatrice du segment [*AB*] est la droite (*Δ*) qui coupe perpendiculairement [*AB*] en son milieu *I*. On remarque que la médiatrice d'un segment est l’ensemble des points qui sont à égale distance de ses extrémités.

Ceci se voit aisément en remarquant que si l'on considère un point *M* de la médiatrice, les segments [*AM*] et [*BM*] ont la même longueur. On peut le montrer en utilisant le hétorème de Pythagore dans les triangles rectangles *AMI* et *IMB*.

Donc, si l'on sait construire la médiatrice, on sait donc déterminer le milieu d'un segment et tracer une perpendiculaire à une droite.

Pour cela, on ouvre le compas sur une longueur supérieure à la moitié de la longueur du segment, puis on trace deux cercles avec ce rayon, l'un centré sur *A*, l'autre sur *B* (on peut se contenter de ne tracer que des arcs de cercle). L'intersection des deux cercles est constituée de deux points situés à égale distance de *A* et de *B*, et qui définissent donc bien la médiatrice.



4. Bissectrice de l’angle

Il conviendrait, plus correctement, de parler de bissectrice d'un secteur angulaire. Il s'agit de l'axe de symétrie de ce secteur.

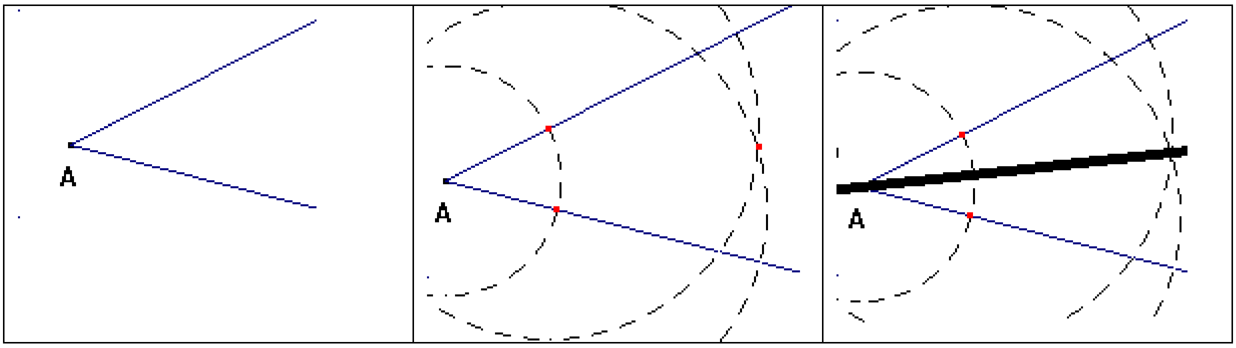
Pointer le compas au sommet de l'angle et tracer un premier arc de cercle.

Marquer les points d'intersection de cet arc avec les deux côtés de l'angle.

Pointer successivement le compas aux points d'intersection et tracer deux arcs de cercle de même rayon (en gardant le même écartement du compas entre les deux opérations). Marquer le point d'intersection de ces deux arcs.

Relier le sommet de l'angle et le point d'intersection des deux derniers cercles. La bissectrice apparaît.

Il est donc possible de couper un angle en deux parts égales.



Il n'est malheureusement pas possible de découper, à la règle et au compas, un angle en trois parts égales. C'est le problème de la trisection de l'angle.

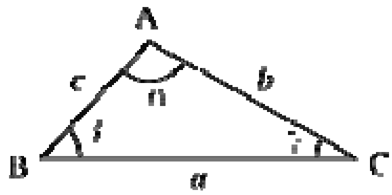
IV. Fiche Contenu 4 : Triangle

Définition

En géométrie euclidienne, un triangle est une figure plane, formée par trois points et par les trois segments qui les relient. La dénomination de « triangle » est justifiée par la présence de trois angles dans cette figure, ceux formés par les segments entre eux. Les trois points sont les sommets du triangle, les trois segments ses côtés, et les trois angles ses angles.

Le triangle est une figure géométrique élémentaire, à l'instar du point, de la droite ou du cercle. Il constitue depuis l'Antiquité une réserve inépuisable de propriétés, d'exercices et de théorèmes mathématiques de difficultés variées. La plupart des propriétés et définitions énoncées dans cet article étaient déjà énoncées, environ 300 ans avant Jésus-Christ, dans les Éléments d'Euclide.

Comme tout polygone, on nomme un triangle en citant le nom de ses sommets, par exemple ABC. Ici, l'ordre n'a pas d'importance, puisque deux sommets quelconques sont les extrémités d'un côté du triangle. En général, pour nommer les longueurs des côtés, on utilise le nom du sommet de l'angle opposé, en minuscule : a = BC, b = AC, c = AB.

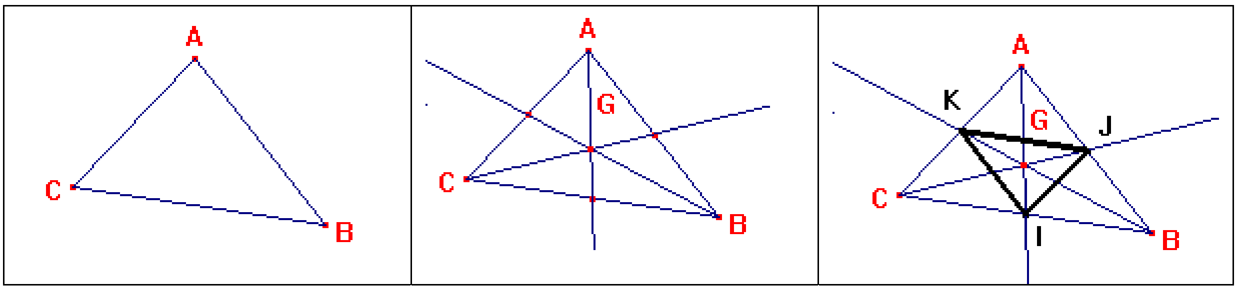


1. Eléments caractéristiques

1) Médianes et centre de gravité

On appelle médiane d'un triangle chacune des trois droites passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

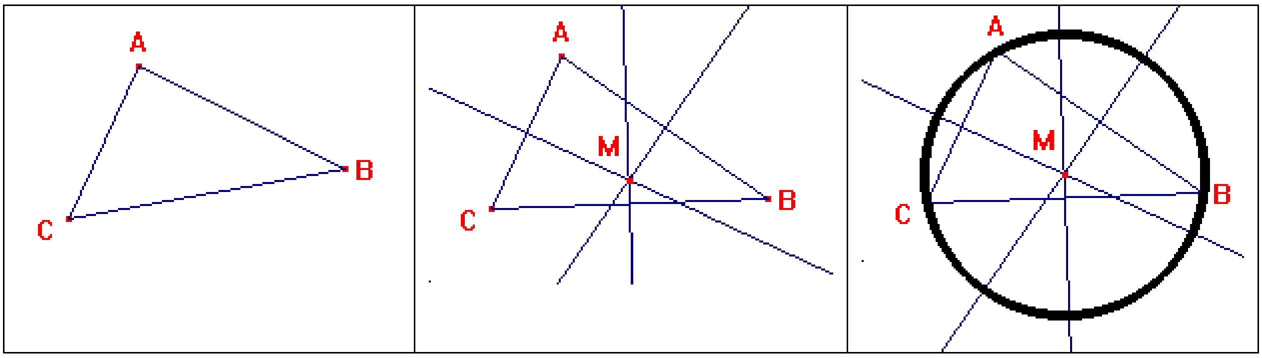
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point d'intersection G est nommé centre de gravité du triangle. Si le triangle était une plaque solide homogène, on pourrait le faire tenir en équilibre sur une pointe en le posant exactement sur ce point G.



Si I, J et K désignent respectivement les milieux des côtés [BC], [AC] et [AB] alors le triangle IJK s'appelle le triangle médian du triangle ABC.

2) Médiatrices et cercle circonscrit

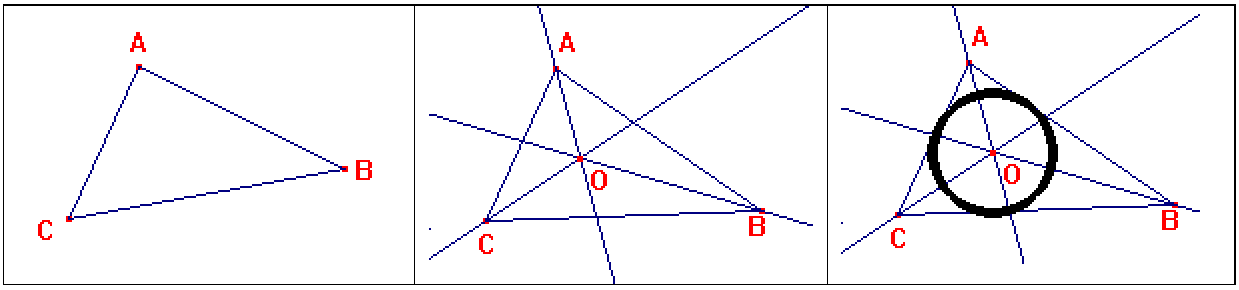
On appelle médiatrice d'un triangle chacune des médiatrices de ses côtés [AB], [AC] et [BC]. Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point M équidistant des trois sommets. Le cercle de centre M, et de rayon MA passe par chacun des trois sommets du triangle : c'est le cercle circonscrit au triangle. Tout triangle est donc un polygone inscriptible.



3) Bissectrices et cercle inscrit d'un triangle.

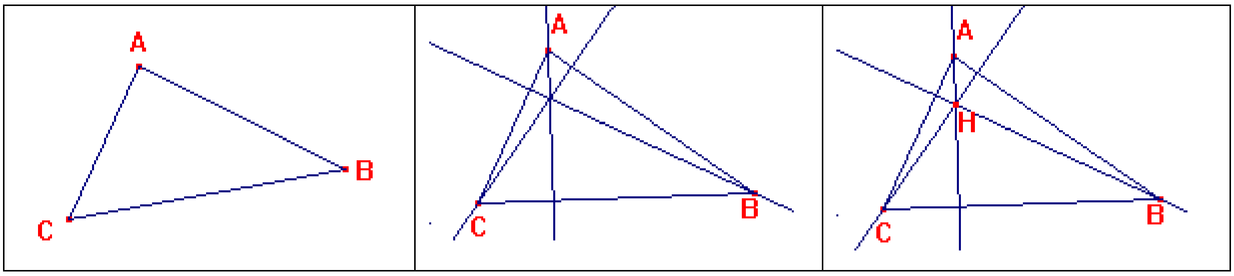
Les bissectrices d'un triangle sont les trois bissectrices intérieures de ses angles.

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point O. Le cercle inscrit au triangle est l'unique cercle tangent aux trois côtés du triangle et tout entier inclus dans le triangle. Il a pour centre le point O qui est donc le centre du cercle inscrit au triangle.



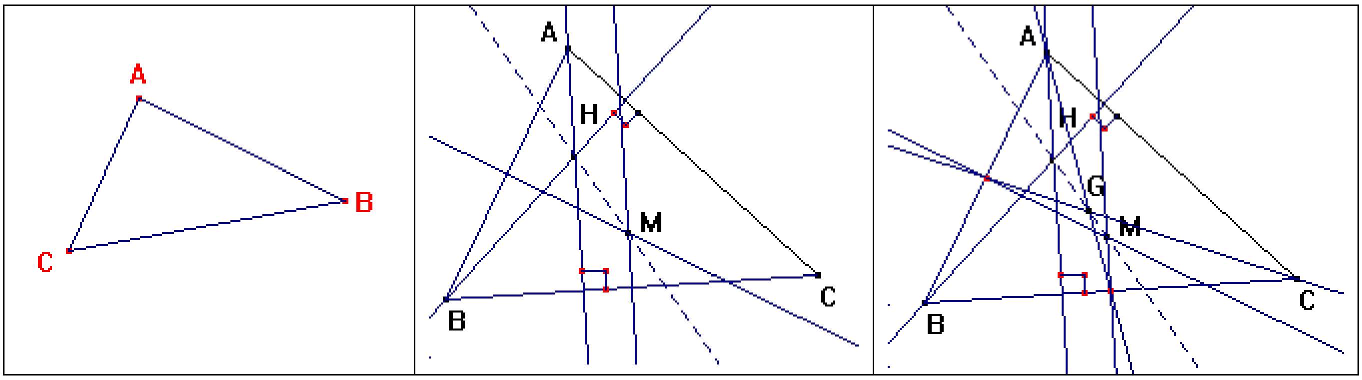
4) Hauteurs et orthocentre d'un triangle

On appelle hauteur d'un triangle chacune des trois droites passant par un sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet. L'intersection de la hauteur et du côté opposé s'appelle « pied » de la hauteur. Ces 3 hauteurs se coupent en un point unique appelé orthocentre.



5) Droite et cercle de Euler

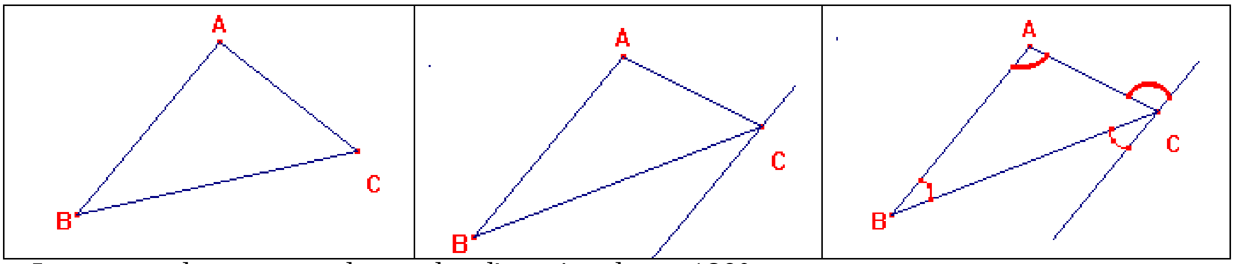
Les trois points H, G et M sont alignés sur une droite appelée droite d'Euler du triangle. Par ailleurs les milieux des trois côtés, les trois pieds des hauteurs et les milieux des segments [AH], [BH] et [CH] sont sur un même cercle dénommé cercle d'Euler ou cercle des neufs points du triangle.



2. Classification

1) <u>Propriété fondamentale des angles</u>

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Euclide avait démontré ce résultat dans ses Éléments de la manière suivante : traçons la parallèle à la droite (AB) passant par C. Étant parallèles, cette droite et la droite (AB) forment avec la droite (AC) des angles égaux (angles alternes internes en trait gras). De la même façon, les angles codés en trait fin sont égaux (angles alternes internes aussi). D'autre part, la somme des trois angles de sommet C est 180°.

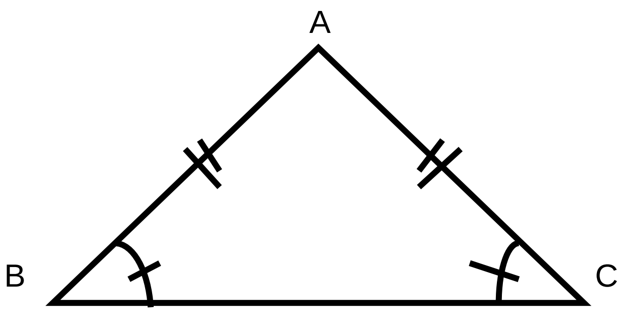


La somme des mesures des angles d'un triangle est 180°.

2) <u>Classification suivant les angles</u>

a) Triangle isoangle ou isocèle

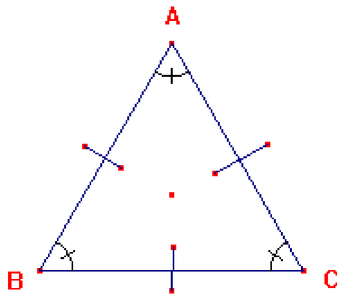
Un triangle est dit isoangle ou isocèle s'il possède deux angles égaux. On montre que s'il a deux angles égaux, il a aussi deux côtés égaux. Lorsqu'un triangle ABC est tel que AC = AB (les deux côtés d'extrémité A sont égaux), alors on dit que le triangle est isocèle de sommet A et que A est le sommet principal du triangle. Le côté [BC], opposé à A, est appelé base du triangle. Lorsqu'un triangle est isocèle en A, la hauteur issue de A est aussi la médiatrice et la médiane du côté [BC] et la bissectrice de l'angle en A.



b) Triangle équiangle ou équilatéral

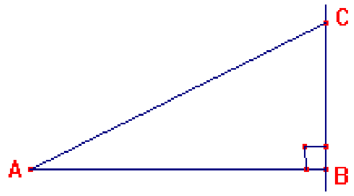
Un triangle est équilatéral si ses trois angles sont égaux. On démontre que si un triangle a trois angles égaux, il a aussi trois côtés égaux.

Les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. Par ailleurs, chacune des hauteurs issues d'un sommet est aussi la médiatrice et la médiane du côté opposé elle est aussi la bissectrice de l'angle.

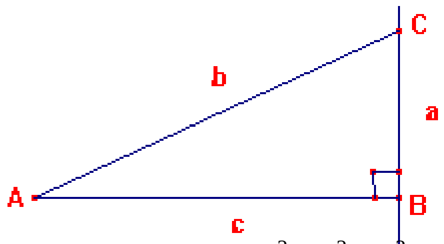


c) Triangle rectangle

Lorsqu'un triangle présente un angle droit (mesurant 90°) on parle de triangle rectangle.



Parmi les nombreuses propriétés du triangle rectangle, citons le Théorème de Pythagore : «Un triangle admet un angle droit si et seulement si le carré de la longueur d'un de ses côtés, appelé hypothénuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.»



$$b^2 = a^2 + c^2$$

Fiche d’Activité 2

Objectif :
Mesurer le degré de maîtrise des propriétés du triangle dans la construction.

Matériel :

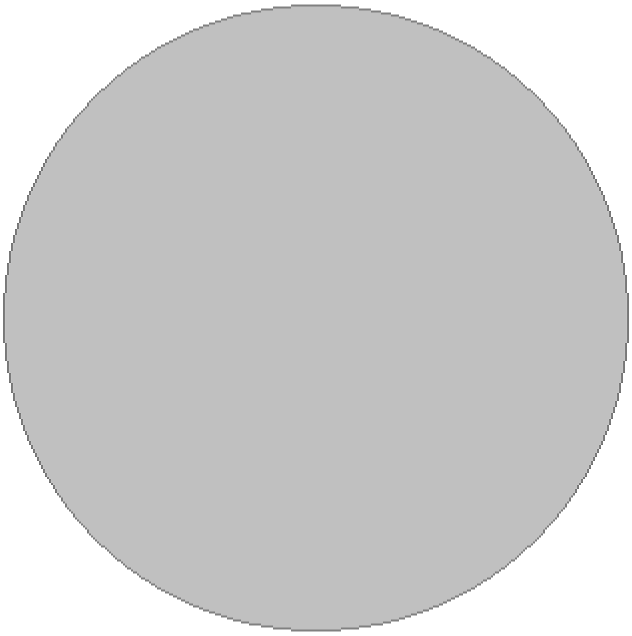
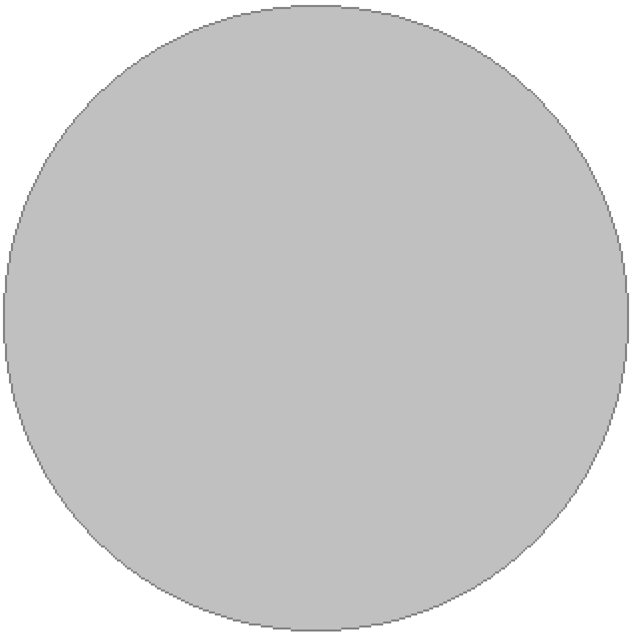
Règle, compas, crayon, papier, feuille de donnée.

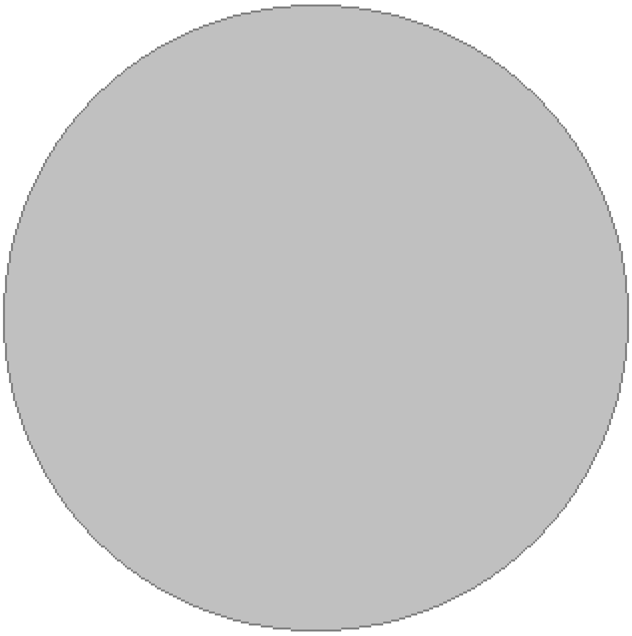
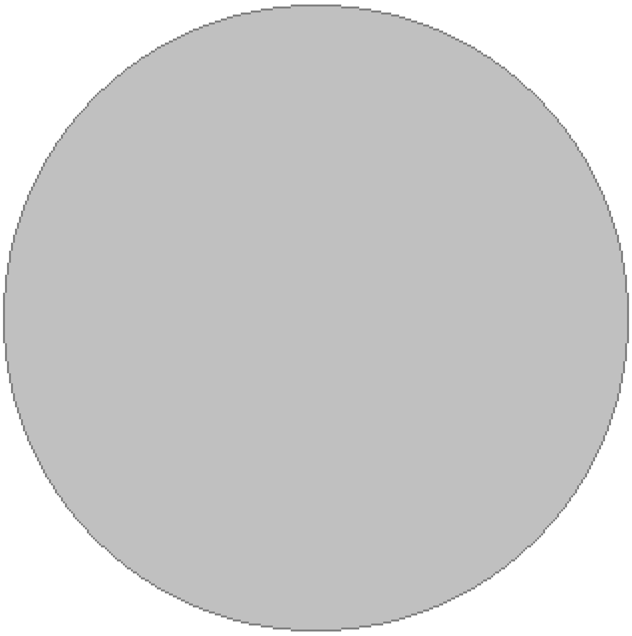
Tâches : Faire les constructions demandées.

Modalités :

Travail individuel : 10 mn
Travail de groupe : 20 mn
Plénière : 30 mn

Productions attendues : Fiches remplies.

Construire un diamètre de ce cercle sans centre avec la règle non graduée et le compas 	Donner les séquences de votre construction
Retrouver le centre de cercle avec la règle non graduée et le compas 	Donner les séquences de votre construction

Diviser cette tarte en quatre parties égales 	Donner les séquences de votre construction :
Diviser cette tarte en trois parties égales 	Donner les séquences de votre construction :

Fiche d'Activité 3

Objectifs :

Mesurer le degré de maîtrise des propriétés des polygones réguliers et des techniques de construction.

Matériel : Règle, compas, crayon, papier.

Tâches : Construisez un polygone régulier de votre choix.

Modalités : Travail individuel

Durée : 30 mn

Productions attendues : Polygones réguliers construits.

V. Fiche Contenu 5 : Polygone

Un polygone est une ligne géométrique plane fermée qui a au moins 3 côtés.

Un polygone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle et dont tous les côtés sont égaux.

Il est aisé de construire à la règle et au compas le triangle, le carré et l'hexagone.

Avec plus de difficultés, on peut construire le pentagone.

On peut assez facilement doubler le nombre de côtés d'un polygone constructible en traçant des bissectrices et construire, par exemple, des polygones à 8 , à 10 et à 12 côtés.

Il reste parmi les polygones à moins de 10 côtés, l'heptagone (7 côtés) et l'ennéagone ou nanogone(9 côtés) qui ne sont pas constructibles ; Il faudra attendre Gauss, puis Wantzel pour faire l'inventaire de tous les polygones constructibles.

1. Méthode de construction d’un triangle équilatéral inscrit dans un cercle

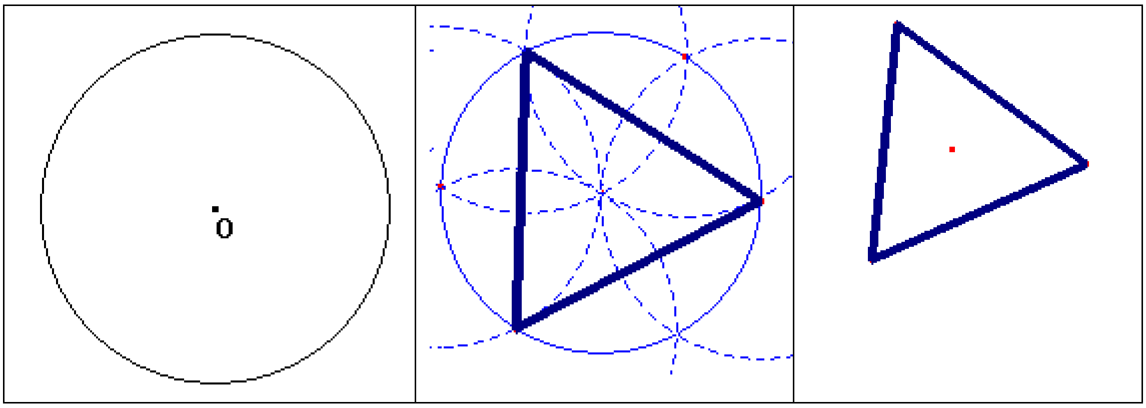
Définition

Le triangle équilatéral ou trigone régulier est un polygone régulier à trois côtés.

Méthode de construction

- Tracer un cercle suivant un rayon donné à l’aide du compas ;
- En gardant le même écartement, placer sur la circonférence des points.
- Nommer les points obtenus A, B, C, D, E, F ;
- Tracer à l’aide de la règle les segments [BD] , [DF] , [FB].

Figure obtenue



2. **Méthode de construction d'un carré inscrit dans un cercle**

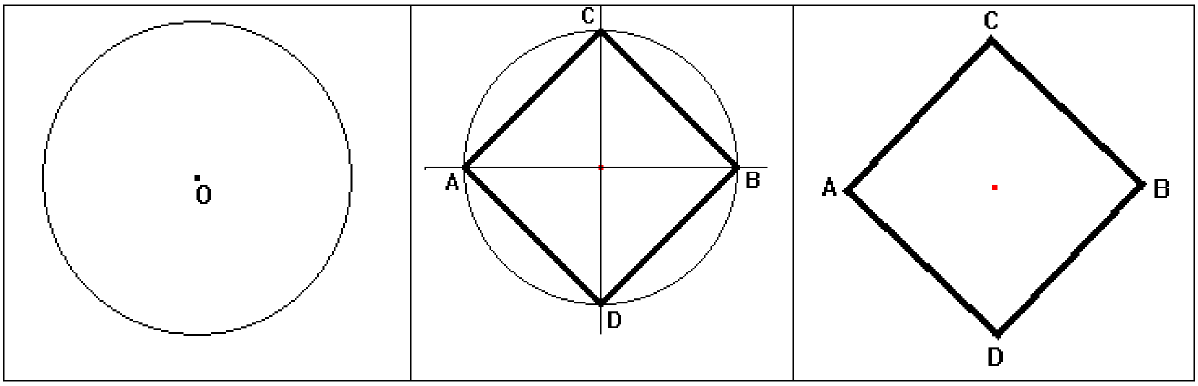
Définition

Le carré ou tétragone régulier est un polygone régulier à quatre côtés.

Méthode de construction

- Tracer un cercle suivant un rayon donné à l'aide du compas ;
- Tracer sur ce cercle deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD] ;
- Tracer à l'aide de la règle les segments [AD], [DB], [BC] et [CA].

Figure obtenue



3. **Méthode de construction d'un hexagone régulier inscrit dans un cercle**

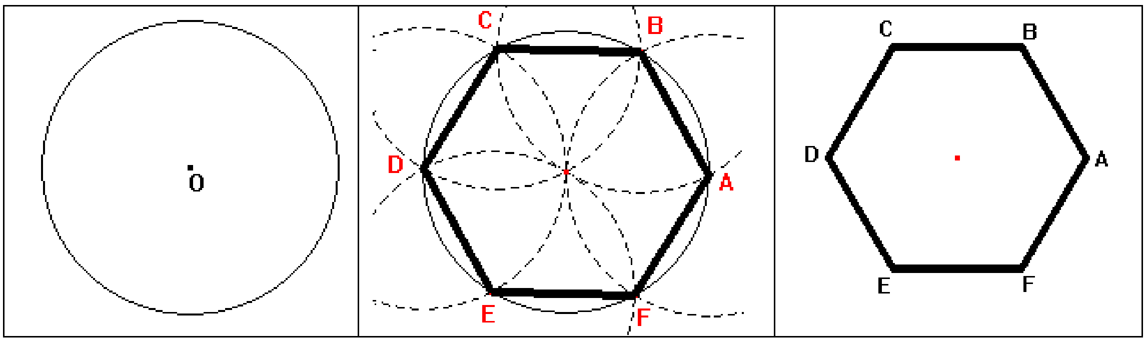
Définition

L'hexagone est un polygone régulier à six côtés.

Méthode de construction

- Tracer un cercle suivant un rayon donné à l'aide du compas ;
- En gardant le même écartement, placer sur la circonférence des points ;
- Nommer les points obtenus A, B, C, D, E, F ;
- Tracer à l'aide de la règle les segments [AB] , [BC] , [CD] , [DE] , [EF] , [FA].

Figure obtenue



4. Méthode de construction d’un octogone régulier inscrit dans un cercle

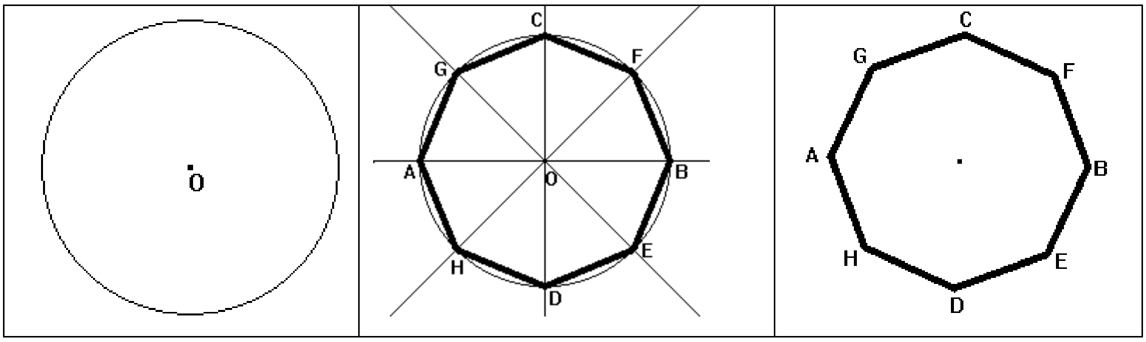
Définition

L’octogone régulier est un polygone régulier à huit côtés.

Méthode de construction

- Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné à l’aide du compas.
- Tracer sur ce cercle deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD]
- Tracer les bissectrices des angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{COB}$
- Nommer les quatre points obtenus sur le cercle : E , F , G , H
- Tracer à l’aide de la règle les segments [AG] , [GD] , [DH] , [HB] , [BE] , [EC] , [CF] , [FA].

Figure obtenue



5. Méthode de construction d’un pentagone régulier inscrit dans un cercle

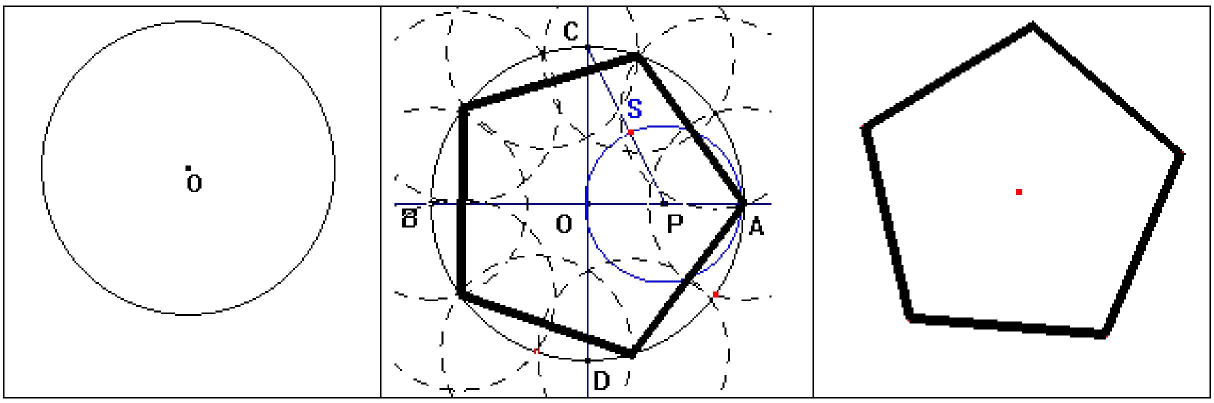
Définition

Le pentagone est un polygone régulier à cinq côtés.

Méthode de construction

- Tracer un cercle suivant un rayon donné à l’aide du compas ;
- Tracer sur ce cercle deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD] ;
- Placer P milieu de [OA] ;
- Tracer le cercle de centre P et de rayon OP ;
- Ce cercle coupe le segment [CP] en S ;
- CS est la longueur du côté d’un décagone (Prendre CS avec le compas et reporter dix fois sur le cercle de départ, puis joindre les points obtenus en sautant un à chaque fois).

Figure obtenue



Conclusion

L’appropriation de ces techniques de constructions à la régle et au compas et la construction de polygones réguliers inscrits dans un cercle permettront aux enseignants de mieux maîtriser l’usage du compas et de la règle.

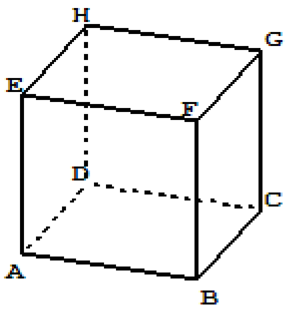
Ce module leur permettra d’approndir leurs connaissances sur les solides géométriques. Cela aura sans doute un impact positif sur les résultats scolaires des élèves en Mathématiques , Sciences et Technologie.

ANNEXE

Constructions et représentations de solides géométriques :cube, parallélipipède rectangle, cylindre droit, prisme droit, cône de révolution

1. Cube

La boîte de craie, certains morceaux de savons sont des solides limités par 6 carrés égaux.Ils occupent une place dans l'espace, c'est son volume. Un cube est solide qui possède **6 faces**. Toutes ses faces sont des carrés égaux. Un cube a **12 arêtes** , ce sont les côtés des carrés. Les points de rencontre des arêtes sont appelés **sommets** : il y en a **8.** La face sur laquelle repose le cube est la base.



La figure ci-dessus est la représentation d'un cube :

Les segments $[AB],[AD],[BC],[BF],[CG],[FG]$ $[FE],[GH],[HE],[HD],[AE],[DC]$ sont les arêtes. Les points A, B, C ,D,E,F,G,H sont les sommets. ABCD, BCGF, EFGH, ABFE, DCGH, ADHE sont les faces du cube.

Représentation en perspective cavalière

La perspective cavalière est un mode de représentation plane des configurations de l'espace qui donne l'impression visuelle de la figure étudiée t qui sert de support à l'esprit pour développer un raisonnement et établir des propriétés.

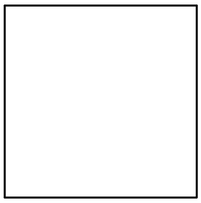
Règles de la perspective cavalière

- Les lignes représentées en trait plein sont vues par l'observateur, les lignes en pointillé sont cachées de sa vue ;
- Des droites parallèles sont représentées par des droites paraallèles(trois points alignés sont représentés par trois points alignés) ;
- Tout segment situé dans un plan frontal (de face) est représenté sur le dessin en vraie grandeur ;
- Tout segment perpendiculaire à un plan frontal est représenté par un segment « plus court » porté par une « oblique » appelée ligne de fuite ;
- Le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment tracé.

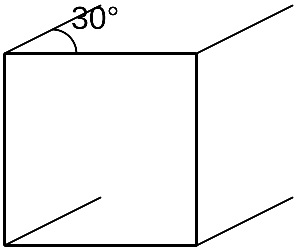
Méthode pour dessiner en perspective cavalière

Etape 1

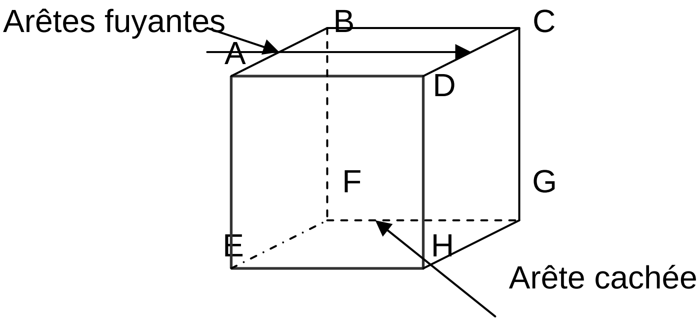
On trace tout d'abord la « face avant » qui n'est pas déformée



Etape 2
On trace les fuyantesqui sont un angle de 30°, (ou 45° ou 60°) avec la face avant. Elles sont parallèles.



Etape 3
On trace les autres arêtes.
Attention. Les arêtes cachées sont tracées en pointillés



a) Caractéristiques

Dans le dessin en perspective cavalière d'un cube,

- Les faces avant et arrière sont des carrés . Elles gardent leurs dimensions.
- Les autres faces sont représentées par des parallélogrammes.
- Les dimensions des arêts fuyantessont réduites.
- Les arêts cachées sont tracées en pointillés.

b) Arêtes parallèles ou perpendiulaires

Exemples

Les arêtes $[AE]$ et $[EH]$ du cube sont perpendiculaires ;

Les arêtes $[AB]$ et $[AD]$ sont aussi perpendiculaires ;

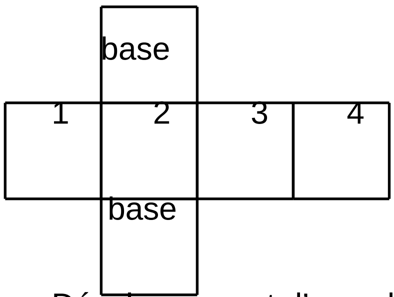
Les arêtes $[AB]$ et $[EF]$ du cube sont parallèles.

Attention.

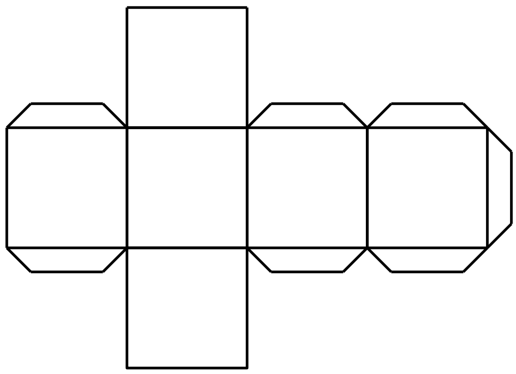
En perspective cavalière, les angles droits de l'objet réel ne sont pas tous représentés par des angles droits. Pour reconnaître des arêts perpendiculaires , il est nécessaire d'imaginer l'objet réel.

<u>Patron d'un solide</u>

Le patron d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide sans que deux faces ne se superposent. La différence entre le développement et le patron est que le patron a des languettes alors que le développement n'en a pas.



<u>Développement d'un cube</u>



<u>Patron d'un cube</u>

2. Parallélopipède rectangle ou Pavé droit

Un parallélopipède rectangle (pavé droit) est un solide qui possède 6 faces . Toutes ses faces sont des rectangles

Il a 3 dimensions : Longueur, largeur, hauteur.

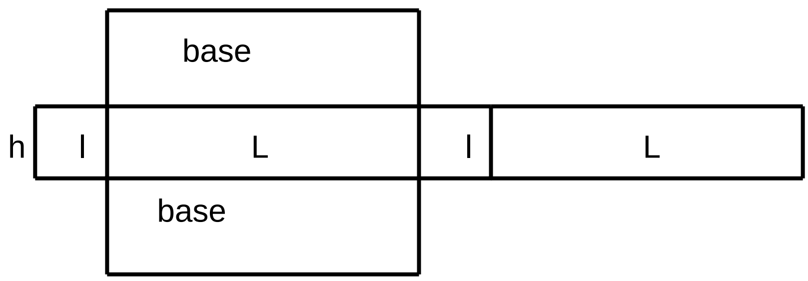
La face sur laquelle repose le paralléllpipède rectangle et la face opposée sont les bases.

La hauteur (h) est la distance entre les bases, c'est l'arête verticale.

La longueur (L) est l'arête qui représente le grand côté et la largeur (l) l'arête représentant le petit côté.

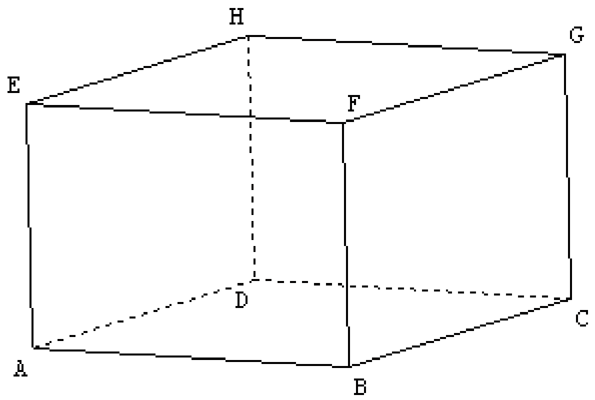
Il a 12 arêtes 4 à 4 égales et parallèles.

Si on découpe une boîte parallélipipédique en carton suivant, puis on déplie on obtient le développement d'un parallélipipède rectangle.



<u>Développement d'un parallélépipède rectangle</u>

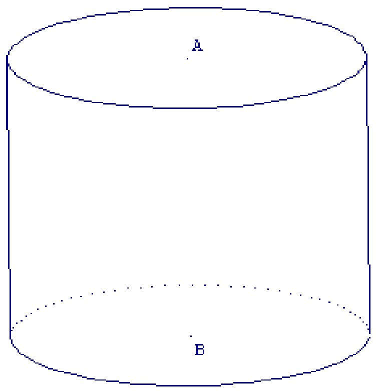
NB : Un cube est pavé droit particulier qui a six faces qui sont des carrés superposables. Le parallélépipède rectangle tout comme le cube peut être représenté en perspective cavalière. Les lignes représentées en trait plein sont vues par l'observateur, les lignes en pointillé sont cachées de sa vue.



Dessin d'un parallélépipède rectangle en perspective cavalière

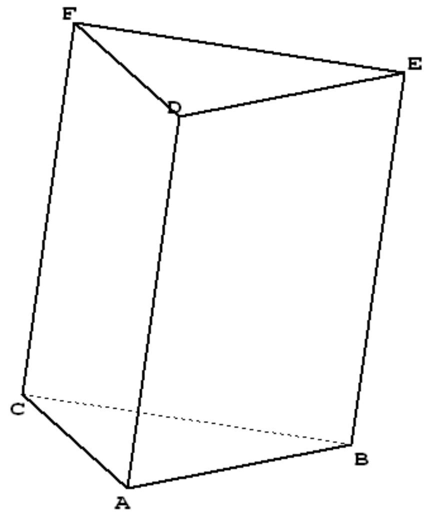
3. Cylindre droit

Certains pots de tomate,certains tuyaux, sont des solides à base circulaire appelés cylindres droits. Un cylindre droit est un solide qui a pour bases deux disques égaux et parallèles.



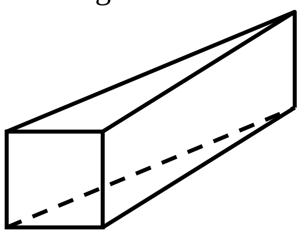
Cylindre droit

4. Prisme droit
Un prisme droit est un solide dont les faces latérales sont des rectangles et les bases des polygones parallèles et superposables. La hauteur d'un prisme est la distance entre les bases, c'est la longueur d'une arête.



Prisme droit

Un prisme droit peut avoir comme bases des triangles, des carrés, des rectangles, des trapèzes ,des hexagones etc. …

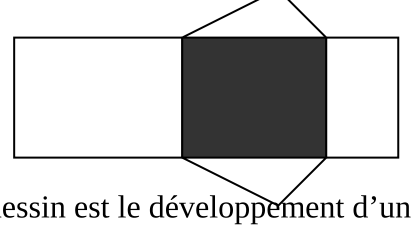


Développement d'un prisme droit (base triangle)

Pour qu'un dessin soit le patron d'un prisme droit à base triangulaire, il faut :

- Qu'il ait deux faces triangulaires et trois faces rectangulaires ;
- Qu'en effectuant mentalement le pliage , les arêtes en contact soient de même dimensions.

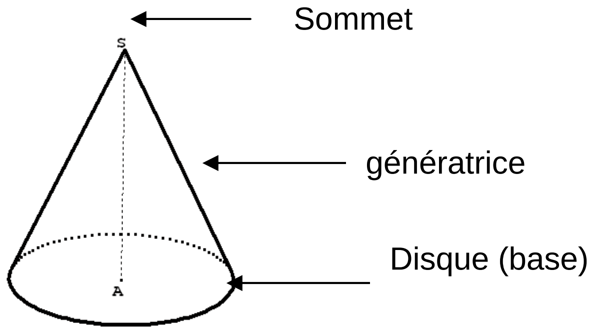
Exemple



Ce dessin est le développement d'un prisme car :

- Toutes ses faces sont des rectangles sauf deux qui sont superposables ;
- Les côtés qui seront en contact au moment du pliage sont de même dimension.

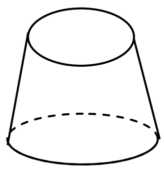
5. Cône de révolution
Un cône de révolution est engendré par un triangle rectangle tournant autour d'un de des côtés de l'angle droit. Le sommet (S) du cône est situé sur une droite passant par le centre (A) du disque de base et perpendiculaire à ce disque.



- La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle dont le centre appartient à la hauteur du cône d'origine.

- La partie ayant la forme ci- dessous obtenue par section d'un cône suivant un plan parallèle à sa base est appelée un tronc de cône.

.



Tronc de cône

Références bibliographiques :

- Extraits « Eléments d'Euclide »
- Documents PDRH (Constructions Géométriques)
- www.google.com