REPUBLIQUE DU SENEGAL

Un Peuple - Un But - Une Foi

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT PRESCOLAIRE,
DE L'ELEMENTAIRE ET DU MOYEN SECONDAIRE ET
DES LANGUES NATIONALES

Direction de l'Enseignement Elémentaire

Module 13

Mathématiques 3:

Les Fractions

Projet de Renforcement de l'Enseignement des Mathématiques, des Sciences et de la Technologie (PREMST)

Elaboré par l'Equipe du PREMST

Version Finale
Année 2010/2011

Module 13:

Mathématiques 3:

Les Fractions

Compétence : Intégrer les propriétés de figures simples, des nombres complexes(mesures de temps), des fractions et des instruments de traçage dans des situations de résolution de problèmes mathématiques et de vie courante.

Palier de compétence: Intégrer les fractions dans la résolution de problèmes mathématiques et de situations de vie courante.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

De tout temps, l'homme pour résoudre certains problèmes de la vie courante (partage de terre, de biens, d'objets, de volume, découpage de temps, etc.) est souvent obligé de procéder à la division d'un nombre par un autre non nul ; ce qui fait appel à la notion de fraction. Ainsi pour ce faire, il doit faire preuve d'une bonne maîtrise des différentes techniques opératoires sur les fractions.

Cependant lors de l'étude sur les besoins en formation des enseignants menée par le PREMST, 24,5% des enseignants échantillonnés avaient jugé difficile l'enseignement des fractions. Par ailleurs, les résultats du test en mathématiques sur l'utilisation des fractions avaient enregistré 57% de réponses incorrectes. C'est pour toutes ces raisons que le PREMST propose aux enseignants de sa zone d'intervention ce présent module qui pourrait contribuer à réduire sensiblement certaines difficultés liées à l'enseignement/apprentissage des fractions.

Objectif général :

Améliorer la maîtrise des contenus et la stratégie d'enseignement des Fractions.

Objectifs spécifiques :

- utiliser les techniques opératoires sur les fractions ;
- résoudre des problèmes faisant intervenir des fractions ;
- proposer des exercices relatifs aux fractions ;
- élaborer une fiche de leçon sur la pratique de l'addition des fractions selon le modèle ASEI/PDSI.

Résultats attendus

- Les techniques opératoires sur les fractions sont maîtrisées ;
- Des problèmes faisant intervenir des fractions sont résolus ;
- Des exercices relatifs aux fractions sont proposés ;
- Une fiche de leçon sur la pratique de l'addition des fractions selon le modèle ASEI/PDSI est élaborée.

Eléments structurants du module

<u>Fiches activités :</u>

Elles contiennent : les objectifs poursuivis dans l'activité, la description des tâches et les productions attendues.

<u>Fiche contenu</u> :

Elle est utilisée comme apport théorique pour répondre aux préoccupations posées dans les deux premières fiches activités.

Stratégie

Les techniques et les pratiques de la pédagogie active seront largement utilisées avec alternance de travail individuel, de groupe, plénière et apports théoriques.

I. PARTIE THEORIQUE

Fiche Activité 1 :
Exercices sur les fractions

Objectifs

- Amener les enseignantes et enseignants à mieux manipuler les techniques opératoires (addition et soustraction) sur les fractions ;
- Les aider à résoudre des problèmes de vie courante faisant intervenir les fractions.

Matériel : Papier Padex, ruban adhésif, marqueurs

Modalité : Travail individuel suivi de groupe et de plénière (2 exercices par groupe).

NB : Un même exercice peut être traité par 2 groupes différents.

Durée : 1 heure (Travail ind. : 10 mn ; Travail de groupe 15 mn ; plénière : 35 mn).

Production attendue : Les exercices résolus.

Consigne :
Traitez les exercices suivants.

<u>Exercice 1</u>

Un seau est rempli d'eau ; il a une capacité de 27 litres. On retire les $\frac{2}{3}$ de l'eau qu'il contient. Ensuite on retire le $\frac{1}{3}$ de l'eau restante dans le seau.

Quelle quantité d'eau a-t-on retirée en tout ?

<u>Exercice 2</u>

Plumé et vidé le poulet perd le tiers de sa masse. Quelle est la masse d'un poulet vivant, qui vidé et plumé, pèse 1400g ?

<u>Exercice 3</u> Margot, Coumba et Issa se partagent des mangues. Margot en prend les $\frac{5}{12}$ et Coumba les $\frac{2}{7}$ du reste.

1. Quelle fraction du nombre total de mangues reste-t-il à Issa ?
2. Il y avait 84 mangues. Combien chacun en a-t-il reçu?

Exercice 4

« Gaïndé » le lion surprit 4 hyènes sur le point de déguster un gibier.

Il dit : « En tant que roi de la forêt, je prends la moitié du gibier et puisque vous êtes dans mon territoire, je prends les deux tiers de l'autre moitié et enfin je prends le quart de ce qui reste car telle est ma volonté. Partagez le reste équitablement »

Quelle est la part de chacun ?

Exercice 5

Maman met $\frac{12}{5}kg$ de poivre dans des sachets de $\frac{2}{5}\ kg$.

Trouve le nombre de sachets.

Exercice 6

Un cycliste a fait une première étape de $20km\frac{1}{5}$, puis une deuxième étape de $15km\frac{3}{4}$

Quelle est la distance totale parcourue par le cycliste ?

Exercice 7

Soit [AB] un segment de droite. Construis avec la règle non graduée et le compas les points C et D sur la demi-droite [AB) tels que : $AC = \frac{2}{3}AB\ et\ AD = \frac{4}{3}AB$

Exercice 8

Détermine les $\frac{3}{4}$ d'un gâteau circulaire avec la règle et le compas.

Exercice 9

Un dessin est réalisé sur une feuille de papier rectangulaire dont la longueur est égale à 45 cm. Pour obtenir un agrandissement de ce dessin, on a adopte une feuille de papier mesurant 18 cm de plus en longueur et 16cm de plus en largeur. Quelles sont les dimensions de ces deux feuilles de papier utilisées ?

Fiche Activité 2 :
Schématisation, rappel de règles de calcul opératoire et conception d'exercices sur les fractions

Objectifs

- s'approprier la notion de fraction.
- schématiser correctement certaines notions et opérations sur les fractions ;
- rappeler certaines règles de calcul sur les fractions ;
- proposer des exercices ayant trait aux fractions.

Consigne : Répondez aux questions suivantes.

1. Qu'est-ce qu'une fraction ?
2. Qu'est-ce qu'une fraction ordinaire ? (donnez des exemples).
3. Qu'est-ce qu'un nombre fractionnaire ? (donnez des exemples).
4. Qu'est-ce qu'une fraction décimale ? (donnez des exemples).
5. Comment peut-on modéliser une fraction ?
6. Visualisez les fractions : $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{3}$.
7. Illustrez par un schéma un exemple de deux fractions équivalentes.
8. Illustrez par un schéma un exemple de comparaison de deux fractions ayant même dénominateur.
9. Illustrez par un schéma un exemple d'addition de deux fractions ayant même dénominateur.
10. Proposez un exercice faisant intervenir l'addition et la soustraction de fractions.

Matériel : Papier Padex, ruban adhésif, marqueurs.

Modalité : On forme 5 groupes et on donne 2 questions à chaque groupe.

Travail individuel suivi de groupe et de plénière.

Durée : 1 h (Travail ind. : 10 mn ; Travail de groupe 15 mn ; plénière : 35 mn).

Production attendue : Réponses aux différentes questions, illustrations par des schémas et proposition d'exercices

Fiche Contenu : Les Fractions

1. **QU'EST CE QU'UNE FRACTION ?**

- Il existe des valeurs qui, une unité étant choisie, ne peuvent être exprimées par un nombre entier avec cette unité. Par exemple, si on choisit le mètre comme unité, une longueur de 75 cm ne peut être exprimée en mètre par un nombre entier. En y regardant de plus prés, on constate qu'en divisant le mètre en 4 parties, cette longueur de tissu correspond à 3 parties sur les 4 qui constituent le mètre. Dans la pratique, on convient d'exprimer cette longueur par l'expression (de la façon suivante) : $\frac{3}{4}$ de mètre.
- Pour trouver la longueur d'un champ rectangulaire de 40 ares et dont la largeur mesure 50m, on convertit les 40 ares en m^2 , ce qui donne 4000 m^2 , puis on divise 4000 par 50
  La longueur $L = \frac{4000}{50} = 80,\ L = 80m$
- Si on décide de partager équitablement un gâteau entre 3 amis, naturellement chacun aura $\frac{1}{3}$ du gâteau

Les écritures $\frac{4000}{50}$ et $\frac{1}{3}$ sont appelées fractions.

Définition :

$a\ et\ b$ étant deux nombres entiers naturels, avec b non nul, l'écriture $\frac{a}{b}$ du quotient de $a\ par\ b$ est appelée fraction, de numérateur a et de dénominateur b.

Les nombres a et b sont les termes de la fraction.

NB :

-le numérateur dénombre : il indique combien de parties égales on prend.

- le dénominateur dénomme : il indique en combien de parties égales l'unité a été partagée.

Exemple : $\frac{2}{5}$ signifie que l'on divise 2 par 5; on prononce cette fraction « **deux cinquièmes** » et c'est pour cela que 2 est le numérateur parce qu'il indique un **nombre** de deux unités (les cinquièmes) alors que 5 est le dénominateur parce qu'il **dénomme** l'unité (le cinquième) avec laquelle on travaille. Si on mange les $\frac{2}{5}$ d'un gâteau, le numérateur 2 indique le nombre de parts que l'on mange alors que 5 indique le nombre total de parts, donc l'unité considérée...

Remarque importante : A un certain niveau dans l'écriture de la fraction $\boldsymbol{\frac{a}{b}}$, a et b sont des entiers relatifs avec b non nul. Dans ce cas précis les nombres représentés par ces fractions de nombres entiers relatifs sont appelés nombres rationnels. L'ensemble des nombres rationnels est noté Q

2. MODELISATION D'UNE FRACTION

Pour comprendre et établir les règles de maniements des fractions, il existe deux méthodes différentes. La première consiste à faire usage de la **géométrie.** La fraction représente une portion d'**aire** d'une figure **géométrique** ou d'une longueur d'un côté d'un **polygone,** souvent un **triangle.** Démontrer les lois régissant les fractions revient à faire de la géométrie et à mesurer des aires ou des longueurs.

Une autre démarche est de nature purement **algébrique**. Les **nombres rationnels** sont construits de manière abstraite à partir de **classes d'équivalence** d'**entiers**. L'addition et la multiplication issues des nombres entiers sont compatibles avec la classe d'équivalence, ce qui équipe l'ensemble des fractions d'une addition et d'une multiplication naturelle. Cette construction permet d'établir les lois régissant le comportement des fractions.

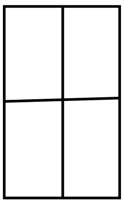
La démarche choisie dans ce module correspond à la première décrite et est purement géométrique. Les méthodes utilisées s'appliquent pour les fractions d'entiers

visualisation de la fraction $\boldsymbol{\frac{n}{d}}$ **lorsque** $\boldsymbol{n < d}$ (n et d sont des entiers naturels).

Le dénominateur d indique le nombre de parties égales à dessiner dans la forme géométrique. Le numérateur n indique le nombre de parties égales utilisées.
Exemple 1:

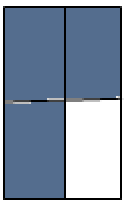
Choisissons un **rectangle comme forme géométrique** et la fraction $\frac{3}{4}$.

Le dénominateur est 4 donc le rectangle sera divisé en 4 **parties égales.**



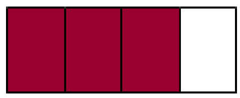
Le numérateur est 3 donc seules 3 parties égales seront utilisées.

On a les deux possibilités suivantes



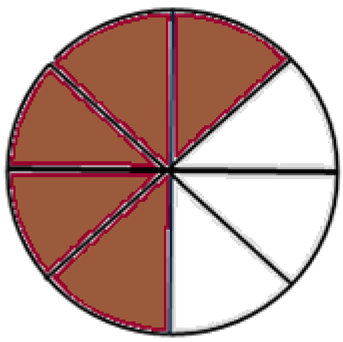
$\frac{3}{4}$

ou



$\frac{3}{4}$

Exemple 2 :
Modou a mangé les 5 parts d'une tarte coupée en 8 parties égales peut se schématiser par la partie colorée de la figure ci-contre :



visualisation d'une fraction $\boldsymbol{\frac{n}{d}}$ lorsque $\boldsymbol{n > d}$ (n et d sont des entiers naturels).

Cette fraction sera équivalente au quotient de $\boldsymbol{\frac{n}{d}}$, (qui représentera le nombre d'unité) suivi d'une fraction constituée par le reste de la division pour numérateur et d pour dénominateur.

Exemple : pour la fraction $\frac{7}{3}$, la division entière donne 2, il reste 1.

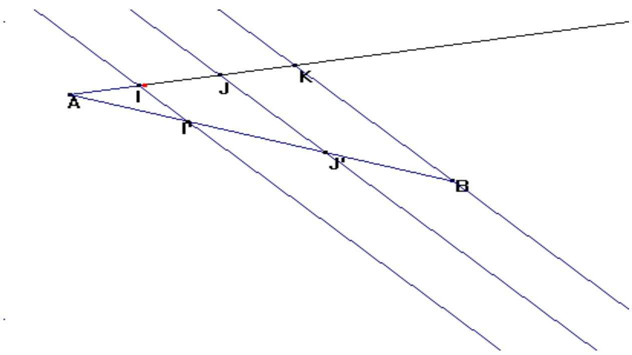
Le quotient est 2 donc 2 unités, le reste 1 donc 2 unités et $\frac{1}{3}$.

Il est impossible de représenter ce genre de fraction par un schéma unique, nous utiliserons dès lors plusieurs formes géométrique similaires:

3. FRACTION SUR UN SEGMENT DE DROITE OU UNE DEMI-DROITE

On peut toujours subdiviser un segment en n parties égales. Pour ce faire il suffit de tracer une demi- droite dont l'origine est l'une des deux extrémités du segment. Avec le compas on marque sur cette demi-droite n points équidistants. On trace ensuite la droite passant par le dernier point marqué et l'autre extrémité du segment. Enfin on trace les parallèles à cette droite passant par chaque point marqué de la demi-droite. Le segment sera ainsi subdivisé en n parties égales

Exemple : subdivision d'un segment en 3 parties égales.



Pour cet exemple, on a tracé une demi-droite d'origine A. On prend un écartement quelconque du compas et on marque 3 points équidistants I, J et K sur cette demi-droite ($AI = IJ = JK$). On trace la droite passant par K et B. Ensuite on trace la droite passant par J et parallèle à la droite (KB) qui coupe [AB] en J' et celle passant par I et toujours parallèle à (KB) qui coupe [AB] en I'

On a ainsi : $AI' = I'J' = J'B$

Le segment [AB] est ainsi subdivisé (partagé) en 3 parties égales : $AI' = \frac{1}{3}AB$; $AJ' = \frac{2}{3}AB$ et $AB = \frac{3}{3}AB$

<u>Remarque 1:</u> On se propose de placer le point D sur $[AB]$ tel que $AD = \frac{4}{3}AB$

Pour ce faire, on trace la demi-droite [AB] et on pourra :

- Reporter 4 fois la longueur AI' à partir de A. Le point D est le dernier point marqué.

(Le nombre $\frac{4}{3}$ est égal à 4 $fois\ \ un\ tiers$)

- Reporter 1 fois la longueur AI' à partir de B. Le point marqué correspond à D

Remarque 2 :

- Pour subdiviser un segment en 2 parties égales, il suffit d'utiliser la médiatrice (voir module constructions géométriques).

-Pour subdiviser un segment en 4 parties égales, on applique 2 fois la médiatrice.

Application Soit [AB] un segment de droite, construis les points C et D sur [AB) tels que

$AC = \frac{2}{5}AB\ et\ AD = \frac{7}{5}AB$.

4. NOTION DE FRACTION ORDINAIRE, FRACTIONS DECIMALES ET NOMBRES FRACTIONNAIRES.

a) Fractions ordinaires

La fraction $\mathbf{\frac{3}{8}}$ est une fraction appelée **fraction ordinaire.**

$\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{9}{4}$ sont aussi des fractions ordinaires.

b) Fractions décimales

$1dm = \frac{1}{10}m, 1cm = \frac{1}{100}m, 1mm = \frac{1}{1000}m, 1g = \frac{1}{1000}kg, etc.$

$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ sont appelées fractions décimales

Autres exemples de fractions décimales : $\frac{431}{1}, \frac{7}{10}, \frac{81}{100}, \frac{113}{1000}$ (on rappelle que$10^0 = 1$)

Une fraction décimale a pour dénominateur 1, 10, 100 ou 1000, …

Nombres fractionnaires

Un nombre fractionnaire comporte : un nombre entier muni d'une unité de mesure et une fraction dont le numérateur est inférieur au dénominateur.

Exemples : $3\ h\ \frac{1}{4},\ 5l\ \frac{1}{2}, 7kg\frac{3}{4},\ 15m\ \frac{1}{2}$

5. FRACTIONS EQUIVALENTES (SIMPLIFICATION)

Les dessins ci-dessus représentent le même gâteau. La partie non colorée correspond à celle qui a été mangée par Ali

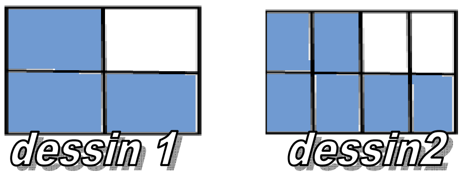
Pour le dessin 1, Ali a mangé la moitié du gâteau soit $\frac{1}{2}$

Pour le dessin 2, il a mangé les $\frac{2}{4}$ du gâteau

On constate que dans les deux cas il a mangé la même quantité. Donc $\boxed{\frac{1}{2}=\frac{2}{4}}$

On dit que $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{4}$ sont des fractions équivalentes

$\frac{1}{2}$ est une fraction simplifiée de $\frac{2}{4}$. Il est obtenu en divisant les deux termes de $\frac{2}{4}$ par 2



Ces deux dessins ci-dessus représentent le même carré.

Pour le dessin 1, la fraction correspondant à la partie colorée est $\frac{3}{4}$.

Pour le dessin 2, la fraction correspondant à la partie colorée est $\frac{6}{8}$.

Les deux parties colorées sont égales, donc $\boxed{\frac{3}{4}=\frac{6}{8}}$

On dit encore que les deux fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{6}{8}$ sont équivalentes.

$\frac{3}{4}$ est une fraction simplifiée de $\frac{6}{8}$. Il est obtenu en divisant les deux termes de $\frac{6}{8}$ par 2.

Simplifier une fraction c'est la remplacer par une fraction équivalente dont les termes sont plus petits. Pour simplifier une fraction on divise ses deux termes par un même nombre non nul.

Remarque : On ne peut plus simplifier les fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$: on dit qu'elles sont des fractions irréductibles.

Une fraction peut avoir plusieurs formes simplifiées. Parmi ces dernières celle qui a les plus petits termes est appelée forme irréductible.

Application : Donne des exemples de fractions irréductibles.

- **Passage d'une fraction à une écriture décimale :**

En effectuant la division décimale du numérateur par le dénominateur, on obtient l'écriture décimale d'une fraction (lorsque la division « s'arrête »)

Exemple : l'écriture décimale de la fraction $\frac{27}{8}$ est $3{,}375$

Dans le cas où la division « ne s'arrête pas », on pourra encadrer cette fraction par deux nombres décimaux qui sont ses quotients approchés.

Exemple : la fraction $\frac{22}{7}$ est « à peu prés égale à » $3{,}142$ *ou* $3{,}143$

On écrit $3{,}142 < \frac{22}{7} < 3{,}143$

On dit que $3{,}142$ est la valeur approchée par défaut à un millième prés de $\frac{22}{7}$ et $3{,}143$ est la valeur approchée par excès à un millième près de $\frac{22}{7}$

Une fraction peut toujours être encadrée par deux nombres décimaux qui sont ses quotients approchés par défaut (la plus petite valeur) et par excès (la plus grande valeur).

- **Passage d’une écriture décimale à une fraction**

Un nombre donné en écriture décimale peut s’écrire à l’aide d’une fraction de dénominateur 10, 100, 1000…..

Exemple : Ecris le nombre $0{,}15$ sous forme d’une fraction

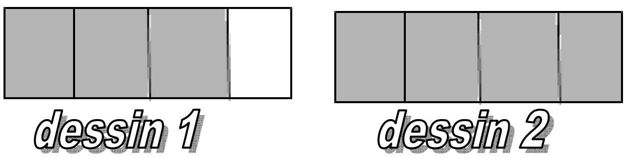
Solution

$0{,}15 = \frac{15}{100} = \frac{15:5}{100:5} = \frac{3}{20}$, donc $\boxed{0{,}15 = \frac{3}{20}}$

6. COMPARAISON DE FRACTIONS

a) Comparaison d’une fraction à l’unité

- Numérateur plus petit que le dénominateur



Les dessins ci-dessus représentent le même rectangle.

- Pour le dessin 1, la fraction qui correspond à la partie colorée du rectangle est $\frac{3}{4}$.
- Pour le dessin 2, la fraction qui correspond à la partie colorée du rectangle est $\frac{4}{4}$.

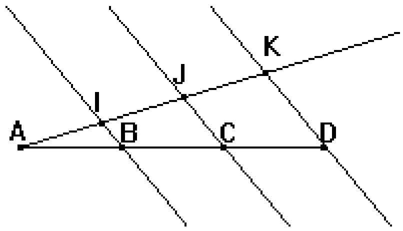
En regardant ces dessins on constate aisément que $\frac{3}{4} < \frac{4}{4}$.

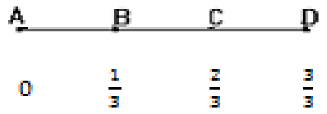
On constate aussi que $\frac{4}{4} = 1$ et que pour $\frac{3}{4}$, le numérateur 3 est plus petit que le dénominateur 4.

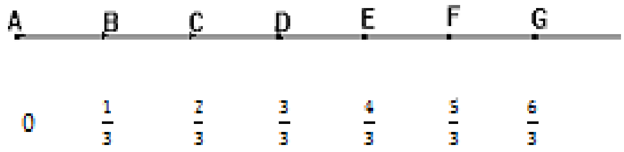
Une fraction est égale à l’unité quand le numérateur est égal au dénominateur.

Une fraction est inférieure à l’unité quand le numérateur est plus petit que le dénominateur.

- <u>Numérateur plus grand que le dénominateur</u>







Sur la figure ci-dessus , on a un segment de droite [AD] de longueur 1qui a été partagé en 3 parties égales : $AB = BC = CD = \frac{1}{3}$.

Le segment [AF] a pour longueur $\frac{5}{3}$

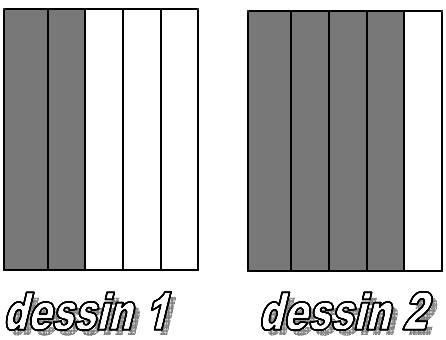
On constate que la longueur du segment [AF] est plus grande que celle du segment [AD].

Donc $\frac{5}{3}$ est supérieure à 1 et on constate que le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Une fraction est supérieure à l'unité lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur.

b) <u>Comparaison de fractions entre elles.</u>

- <u>Les fractions ont le même dénominateur</u>



Sur les deux dessins ci-dessus, la fraction qui correspond à la partie colorée du 1^{er} dessin est $\frac{2}{5}$ et celle correspondant au 2^{e} dessin est $\frac{4}{5}$.

On constate que ces deux fractions ont le même dénominateur et que la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Lorsque deux ou plusieurs fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

- <u>Les fractions n'ont pas le même dénominateur.</u>

- <u>L'un des dénominateurs est multiple de l'autre .</u>

  Exemple : Quelle est la plus grande entre ces fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{8}{9}$?

On essaie de se ramener à deux fractions ayant le même dénominateur (réduction au même dénominateur). On sait que quand on multiplie ou on divise les deux termes d'une fraction par un même entier non nul on obtient une fraction équivalente. Ainsi il suffit de multiplier les deux termes de $\frac{2}{3}$ par 3 et on a :

$\frac{2}{3} = \frac{2\times3}{3\times3} = \frac{6}{9}$ Il s'agit maintenant de comparer $\frac{6}{9}$ et $\frac{8}{9}$ .Comme $\frac{8}{9}$ est plus grande que $\frac{6}{9}$ donc $\frac{8}{9}$ est plus grande que $\frac{2}{3}$

- <u>Aucun des dénominateurs n'est multiple de l'autre</u>

  Exemple : Quelle est la plus grande entre ces fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$?

On réduit au même dénominateur ces deux fractions .Pour ce faire on peut choisir comme dénominateur commun le plus petit multiple commun de 2 et 3

On a $\frac{1}{2} = \frac{1\times3}{2\times3} = \frac{3}{6}$ et $\frac{2}{3} = \frac{2\times2}{3\times2} = \frac{4}{6}$

$\frac{4}{6}$ est plus grande que $\frac{3}{6}$ et donc $\frac{2}{3}$ est plus grande que $\frac{1}{2}$

Pour comparer deux ou plusieurs fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les réduire au même dénominateur et se référer à la comparaison de fractions ayant même dénominateur.

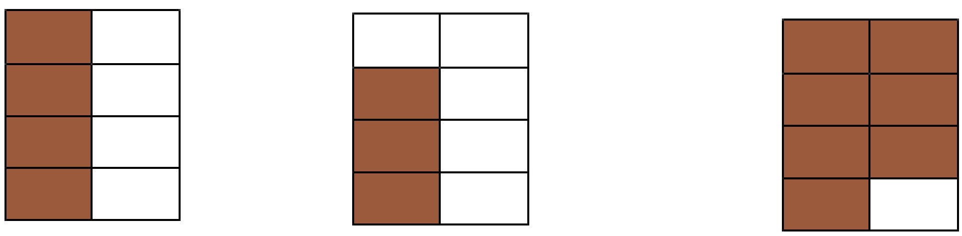
Remarque importante : cas où les fractions ont le même numérateur

Lorsque deux ou plusieurs fractions ont le même numérateur la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

7. OPERATIONS SUR LES FRACTIONS

a) <u>Addition et soustraction des fractions</u>

- <u>Les fractions ont le même dénominateur</u>



Hélène a reçu les $\frac{4}{8}$ d'une tablette de chocolat et Cheikh les $\frac{3}{8}$.

La fraction totale représentant ce qu'ils ont reçu est $\frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$.

Pour additionner ou soustraire des fractions qui ont le même dénominateur, on additionne ou on soustrait les numérateurs et on conserve le dénominateur.

- Les fractions n'ont pas le même dénominateur

Problème : Bintou utilise les $\frac{4}{7}$ d'une bouteille d'eau minérale de capacité 10 L remplie aux $\frac{2}{3}$

Quelle fraction du volume représente le reste ?

Solution : On réduit d'abord les deux fractions au même dénominateur.

$\frac{2}{3} = \frac{2\times7}{3\times7} = \frac{14}{21}$ et $\frac{4}{7} = \frac{4\times3}{7\times3} = \frac{12}{21}$

La fraction qui représente le reste est $\frac{2}{3} - \frac{4}{7} = \frac{14}{21} - \frac{12}{21} = \frac{2}{21}$

Pour additionner ou soustraire des fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les réduire au même dénominateur et ensuite additionner ou soustraire les numérateurs.

- Addition et soustraction de nombres fractionnaires

Problème : Pour faire du thé, Mamadou a consommé 2 $kg\,\frac{1}{4}$ de sucre durant la première semaine du mois d'Avril et 1 $kg\,\frac{2}{3}$ au cours de la deuxième semaine

Quelle est sa consommation totale en sucre durant ces deux semaines ?

Solution : On transforme d'abord les nombres fractionnaires en fractions

$2\,kg\,\frac{1}{4} = 2kg + \frac{1}{4}kg = \frac{8}{4}kg + \frac{1}{4}kg = \frac{9}{4}kg$

De la même façon $1kg\,\frac{2}{3} = 1kg + \frac{2}{3}kg = \frac{5}{3}kg$

On réduit au même dénominateur $\frac{9}{4}$ et $\frac{5}{3}$

$\frac{9}{4} = \frac{27}{12}$ et $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$

La consommation totale en sucre est : $\frac{27}{12} + \frac{20}{12} = \frac{47}{12}$

Autre méthode : on additionne les nombres entiers d'une part et les fractions d'autre part.

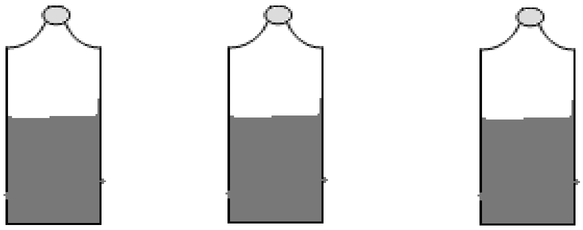
$2kg + 1kg = 3kg$ et $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$

La consommation totale en sucre $3kg\,\frac{11}{12} = 3kg + \frac{11}{12}kg = \frac{36+11}{12}kg = \frac{47}{12}kg$

Ainsi la consommation totale de sucre en fraction est $\frac{47}{12}$

Pour additionner ou soustraire des nombres fractionnaires, on peut les transformer d'abord en fractions, puis les réduire au même dénominateur, ensuite effectuer les opérations.

b) Multiplication des fractions



Problème : Quelle est la capacité de ces 3 bouteilles contenant chacune un demi-litre de pétrole ?

Réponse Chaque bouteille contenant $\frac{1}{2}$ L de pétrole ; ainsi au total les 3 bouteilles contiennent $1L\frac{1}{2}$ de pétrole.

Ce nombre fractionnaire $1L\frac{1}{2}$ est égal à la fraction $\frac{3}{2}$.

On remarque que la capacité totale est égale à 3 fois un demi -litre de pétrole.

On écrit : $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

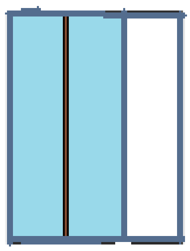
Pour multiplier une fraction par un nombre ou un nombre par une fraction, on multiplie le numérateur de la fraction par ce nombre et on conserve le dénominateur.

Pour multiplier une fraction par une fraction, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple : $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4\times3}{5\times7} = \frac{12}{35}$

c) Division des fractions

- Diviser une fraction par un nombre



Problème : Papa partage équitablement les $\frac{2}{3}$ du gâteau ci-dessus entre ses deux enfants.

Quelle est la part de chaque enfant ?

Réponse : Chaque enfant aura $\frac{1}{3}$ du gâteau. Donc $\frac{2}{3} : 2 = \frac{2:2}{3} = \frac{1}{3}$. On a divisé le numérateur par 2.

Pour diviser une fraction par un nombre, on divise si c'est possible, le numérateur par le nombre et on conserve le dénominateur.

Remarque importante :

Remarquant que $2 = \frac{2}{1}$, on a $\frac{2}{3} : 2 = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{1}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Pour diviser une fraction par un nombre, on multiplie la fraction par l'inverse du nombre

NB :

- Si a est entier non nul, l'inverse de a est $\frac{1}{a}$.

- Lorsque $a\ et\ b$ sont non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

- Diviser un nombre par une fraction

Problème : Abdalah met 4 kg de sucre dans des sachets de $\frac{2}{3}$ kg. Trouve le nombre de sachets.

Solution : Le nombre de sachets est : $1s \times \frac{4}{\frac{2}{3}} = 1s \times 4 \times \frac{3}{2} = \frac{4\times 3}{2} = 6s$

Pour diviser un nombre par une fraction, on multiplie ce nombre par l'inverse de la fraction.

- Diviser une fraction par une fraction

Problème : Maman met $\frac{9}{4}kg$ de piment dans des sachets de $\frac{3}{4}kg$.Trouve le nombre de sachets

Solution : Le nombre de sachets est : $1s \times \frac{\frac{9}{4}}{\frac{3}{4}} = 1s \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} = 3s$.

Pour diviser une fraction par une fraction, il faut multiplier la fraction dividende par l'inverse de la fraction diviseur.

II. APPLICATION : FICHE DE LEÇON ASEI/PDSI

Fiche Activité 3:
Elaboration de fiche ASEI/PDSI

Objectifs :

Amenez les enseignants à élaborer une fiche de leçon sur l'addition des fractions ayant même dénominateur suivant le modèle ASEI/PDSI.

Consigne :

En vous inspirant du modèle de fiche et des principes ASEI/PDSI, proposez une fiche de leçon sur le thème « Addition des fractions ayant même dénominateur » au CM1

Production attendue :

Une fiche de leçon sur l'addition des fractions ayant même dénominateur suivant le modèle ASEI/PDSI proposée.

Modalité :

Travail de groupes suivi de plénière.

Durée :

1 h (travail de groupes : 30 mn ; plénière : 30mn)

Matériel :

Papier Padex, ruban adhésif, marqueurs, extraits du programme officiel au CM en Mathématiques, livres de Mathématique niveau CM1, feuilles de papier A4, ciseaux

Fiche Contenu 2 :
Proposition d'un modèle de fiche ASEI/PDSI

<table>
<tr><td><u>Thème</u> : Les Fractions
<u>Sous thème</u> : Addition de Fractions ayant le même dénominateur
<u>Durée</u> : 60 mn</td><td>Date…………………………
Classe : CM1
<table><tr><td rowspan="2">Eff :</td><td>G :</td></tr><tr><td>F :</td></tr></table></td></tr>
</table>

Justification (ou motifs d'apprentissage) de la leçon :

L'homme a toujours utilisé les fractions pour résoudre des problèmes de vie courante tels que le partage de biens, le règlement de contentieux,… C'est cette utilité qui fait qu'elles sont étudiées non seulement à la troisième étape du primaire mais aussi en 6^{eme} et 5^{eme} du moyen secondaire.

Pour permettre à nos élèves une meilleure compréhension de ce thème en vue d'une meilleure utilisation dans la résolution de ces problèmes de vie courante, il est nécessaire de mettre l'accent sur certains sous thèmes importants tels que « l'addition de fractions ayant même dénominateur ».

Objectif spécifique : Au terme de la leçon, l'élève doit être capable d'effectuer l'addition de fractions ayant même dénominateur.

Matériel :

Papier A4, ciseaux, crayon, cahiers gommes, livres de calculs, fiches cartonnées.

Connaissances et compétences pré -requises :

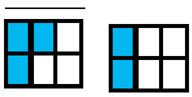
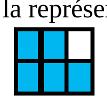
Addition de nombres entiers, reconnaissance des deux termes d'une fraction, visualisation d'une fraction, simplification de fractions.

Référence :

Textes officiels (décret 79. 11 65, Instructions officielles n°0691 du 19 Janvier 1978), Calcul quotidien, module 06 du PREMST.

PLAN DE LA LEÇON

Etape/ durée	Activités du maître	Activités des élèves	Points d'Apprentissage	Remar ques
Introduc tion (10mn)	**Activité 1 :** -calcul mental Quelle est la capacité totale de 12 petites bouteilles contenant chacune 0,5 L . -révision de la leçon précédente : Le maître demande aux élèves de comparer : $\frac{3}{7}$ et $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{7}$;$\frac{2}{3}$ et $\frac{6}{7}$. **Activité 2 : amorce** Tu as mangé les 5 parts d'un gâteau coupé en 8 parties égales et ton ami les 2 parts. Quelle fraction totale du gâteau avez –vous mangée ? **Annonce de l'objectif de la leçon** : La leçon que nous allons étudier aujourd'hui qui s'intitule : « addition de fractions ayant même dénominateur » vous permettra de résoudre ces genres de problèmes auxquels vous êtes souvent confrontés. Il écrit le titre de la leçon au tableau.	Les élèves écrivent les réponses sur leurs ardoises et les montrent au maître Les élèves comparent les fractions en rappelant les différentes règles de comparaison de fractions Les élèves tentent de répondre à la question posée. Les élèves recopient le titre de la leçon dans leurs cahiers.	-multiplication d'un nombre par 0,5 comparaison de fractions	
Dévelop pement (30mn)	**Activité 1** 1) Le maître demande aux élèves de plier et de découper une feuille de papier A4 en 8 parties égales (petits morceaux de forme rectangulaire) 2) Il pose la question : Quelle fraction de la feuille initiale représente chaque morceau ? 3) Il demande de traduire concrètement l'opération : $\frac{5}{8} + \frac{2}{8}$ 4) A quoi est égale donc $\frac{5}{8} + \frac{2}{8}$?	1) Chaque élève plie, découpe sa feuille A4 en 8 parties égales. 2) Réponse : Chaque morceau est égal à $\frac{1}{8}$ de la surface de la feuille initiale. 3) Ils répondent en disant qu'il s'agit de juxtaposer 5 morceaux et 2 morceaux et on obtient 7 morceaux qui représentent $\frac{7}{8}$ de la feuille initiale 4) Ils répondent en disant que : $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8} = \frac{5+2}{8}$	Addition de 2 fractions ayant le même dénominateur.	

	Activité 2 : 1) Le maître demande aux élèves de plier et de découper une feuille de papier A4 en 4 parties égales (4 morceaux de forme rectangulaire) 2) Il Pose la question : Quelle fraction de la feuille obtient-on en juxtaposant 2 morceaux ? 3) A quoi est égal donc $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$? **Activité 3**  Il pose les questions : 1) « Quelle est la fraction correspondant à la partie coloriée de chacun des rectangles ci-dessus ? » 2) « Donne la fraction totale de la partie coloriée de ces 2 rectangles et sa représentation » 3) « Quelle opération avez-vous effectuée ? » 4) Il pose la question : « Que constatez –vous à chaque fois qu'on addition e 2 fractions ayant même dénominateur » 5) Il demande aux élèves d'énoncer la règle	1) Chaque élève plie, découpe sa feuille A4 en 4 parties égales. 2) Ils répondent en disant qu'ils obtiennent la moitié de la feuille. 3) Ils répondent : $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1+1}{4}$ 1) Ils répondent : « pour le 1e dessin c'est $\frac{3}{6}$ et pour le 2edessin c'est $\frac{2}{6}$ » 2) Ils répondent : $\frac{5}{6}$ et donnent la représentation suivante  3) Ils répondent : $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}=\frac{3+2}{6}$ 4) Ils répondent : « on additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur ». 5) Ils tentent d'énoncer la règle avec l'aide du maître.		
Conclu-sion 5mn	Le maître par un jeu de questions - réponses écrit le résumé de la leçon et la règle au tableau :	Les élèves recopient le résumé de la leçon et la règle dans leurs cahiers.		
Evalua-tion 15mn	1) Il demande aux élèves d'effectuer les opérations suivantes : $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$; $\frac{4}{11}+\frac{2}{11}+\frac{3}{11}$ 2) Il écrit le problème suivant au tableau : Problème : En jouant aux billes tu as perdu les $\frac{2}{9}$ puis les $\frac{5}{9}$ de tes billes. Quelle fraction du nombre totale des billes as-tu perdue ? » Il circule à travers les rangées et aide certains élèves en difficulté.	Les élèves effectuent les opérations et traitent le problème individuellement d'abord puis échangent en groupe et posent éventuellement des questions au maître.	Contrôle des acquis des élèves	

CONCLUSION

Les fractions jugées difficiles par 24,5% des enseignants échantillonnés lors de l'étude de leurs besoins en formation constituent un thème traité en 3e étape du primaire mais aussi en 6e et en 5e secondaire.

La résolution de certains problèmes de la vie courante nécessite leur bonne compréhension et une bonne maîtrise des différentes techniques opératoires.

Ainsi l'appropriation des différents contenus de ce module contribuera à une meilleure stratégie d'enseignement/apprentissage de ces dernières. Ceci permettra alors à certains élèves une fois arrivés en 6e ou 5e, d'être dans de très bonnes dispositions pour une meilleure compréhension et une très bonne manipulation de ces fractions.

SOURCES DOCUMNENTAIRES

« Sidi et Rama », Mathématiques CM 2, INEADE 2006, 175p, NEAS