Equations et systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues

Prérequis : équation du premier degré à une inconnue

Objectif général 1 : au terme de cette leçon, les élèves de $3^{ème}$ doivent :

- Comprendre les méthodes de résolution d'une équation et d'un système d'équations à deux inconnues

Objectifs spécifiques : au terme de cette leçon, les élèves de $3^{ème}$ doivent être capables de :

- Vérifier qu'un couple de réels est solution ou non d'une équation à deux inconnues du type : ax+by+c=0

TITRES DE LA SEQUENCE	DUREE	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES ELEVES	TRACES DANS LES CAHIERS
Vérification des prés requis		Le professeur propose l'activité suivante Astou a acheté 3 stylos ayant le même prix et un cahier coutant 225F .Elle a dépensée en tout 525F 1/ pose le problème sous forme d'une équation. 2/ Donne le prix d'un cahier. Supervise le travail des élèves demande à un élève volontaire de corriger	Les élèves cherchent la solution dans leur cahier d'exercices. Un élève volontaire corrige Correction de l'élève Soit x le prix d'un stylo $3X + 225 = 525$ $3X = 525 - 225$ $3X = 300$ $X = \frac{300}{3}$ $X = 100$	

I/Equations à deux inconnues du type : $ax + by + c = 0$		Le professeur propose cette activité (voir trace écrite) .supervise le travail des élèves -participe à la correction	Les élèves notent l'activité dans leur cahier de cours -Cherchent l'activité -Un élève volontaire corrige -Ils prennent la correction dans leur cahier de cours	**Activité1** Samba achète 2 pommes et 5 bananes .IL dépense en tout 900f 1 /En désignant par x le prix d'une pomme et y le prix d'une banane, traduire la situation par une égalité ? 2/Si une pomme est vendue à 200F calcul le prix d'une banane ? **Corrigé** 1/ $2X + 5Y = 900$ 2/Si $X = 200$ on a en remplaçant X par sa valeur : $2 \times 200 + 5Y = 900$ $400 + 5Y = 900$ $5Y = 900 - 400$ $5Y = 500$ $Y = \frac{500}{5}$ $Y = 100$ Le prix d'une banane est égal à 200F

		-le professeur donne le vocabulaire	Prennent le vocabulaire	**Vocabulaire** $2X + 5Y - 900 = 0$ $2X + 5Y - 900 = 0$ est une équation du premier degré à deux inconnues. On dit que le couple (200 ; 100) Est une couple solution de l' Equation $2X + 5Y - 900 = 0$ Le couple (325 ; 50) est aussi solution de car $2 \times 325 + 5 \times 50 - 900 = 650 + 250 - 900$ $900 - 900$ $= 0$
				Remarque Le couple (50 ; 30) n'est pas une solution car $2 \times 50 + 5 \times 30 - 900 = -650$ or -650$\neq 0$
				Cas général a, b et c étant trois réels fixées, a et b non nuls . l'équation $ax + by + C = 0$ est appelée une equation du premier degré à deux inconnues .Pour vérifier qu'un couple de réel est

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>solution d'une équation $ax + by + c = 0$,on remplace $x\ et\ y$

par les valeurs données pour voir si le couple vérifie l'équation</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Propose l'activité 2

(voir trace écrite)

supervise le travail des élèves

-participe à la correction</td>
<td>Les élèves notent l'activité dans leur cahier de cours

-Cherchent l'activité

-Un élève volontaire corrige

-Ils prennent la correction dans leur cahier de cours</td>
<td>2/ Représentation graphique

Activité 2

On donne l'équation : $x - 2Y + 4 = 0$

1/ Complète le tableau

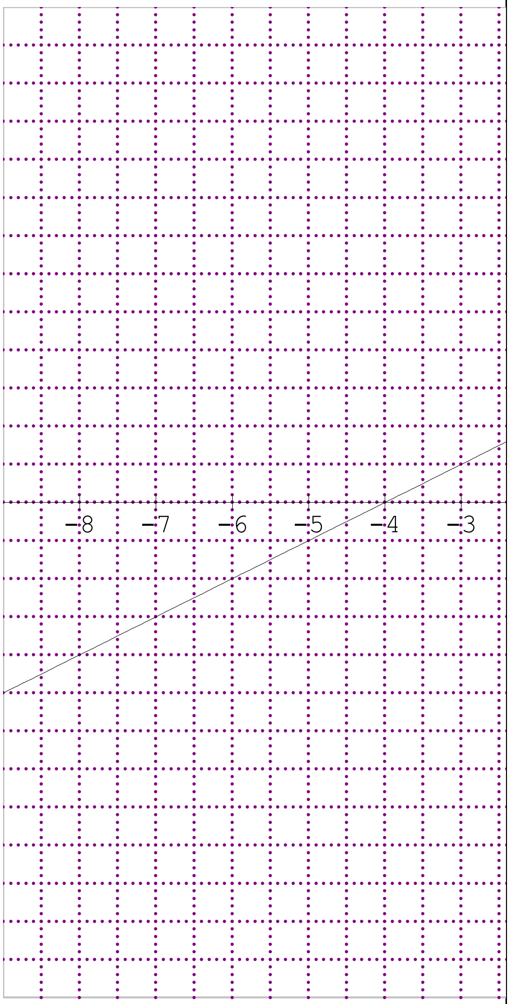
<table>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>Y</td><td></td><td></td><td>-1</td></tr>
</table>
2/ Représente dans un repère ortho normal l'ensemble des couples de solutions de l'équation.

Corriger

1/ Tableau</td>
</tr>
</table>

X	0	1	-6
Y	2	$\frac{5}{2}$	-1

Représentation graphique



3/ Méthode graphique

				Pour résoudre graphiquement une équation du premier degré A deux inconnues du type $ax + by + C = 0$, on trace dans un repere orthonormal la droite (Δ) d'équation $ax + by + c = 0$ **Remarque** Une équation du premier degré à deux inconnues admet une infinité de solutions.

- Résoudre graphiquement une équation du premier degré à deux inconnues
- Résoudre dans R^2 un système de deux équations à deux inconnues du type : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ par la méthode d'addition, de substitution et de comparaison
- Reconnaitre la position relative des droites dont les équations interviennent dans le système
- Résoudre graphiquement dans R^2 un système de deux équations à deux inconnues du type indiqué

correction

Exercice d'application

Résoudre graphiquement chacune des équations suivantes

1/ $X + Y - 1 = 0$

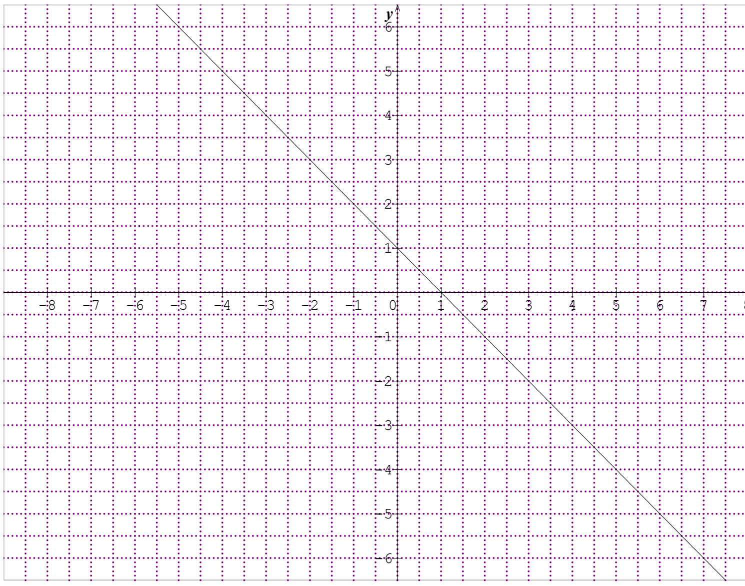
2 /$-2X + Y = 0$

SOLUTION

1/

Si x = 1 alors y = 0

Si x = 3 alors y = - 2

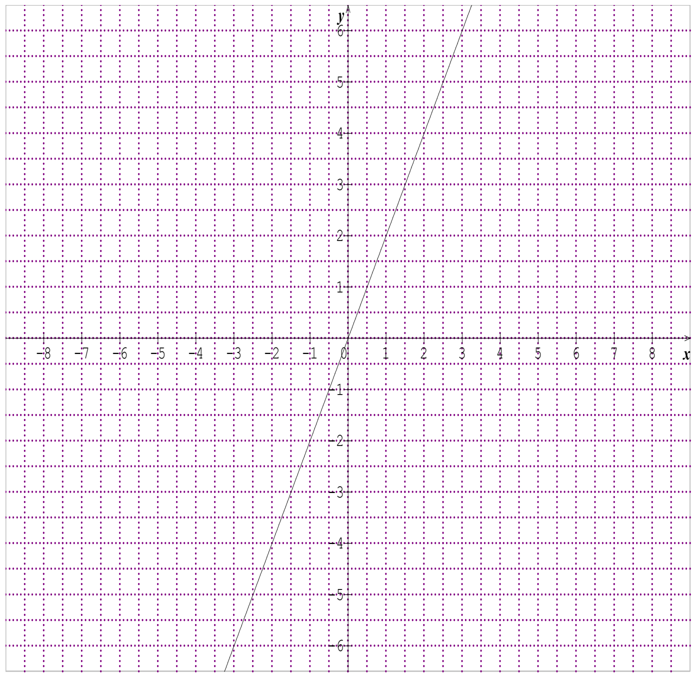


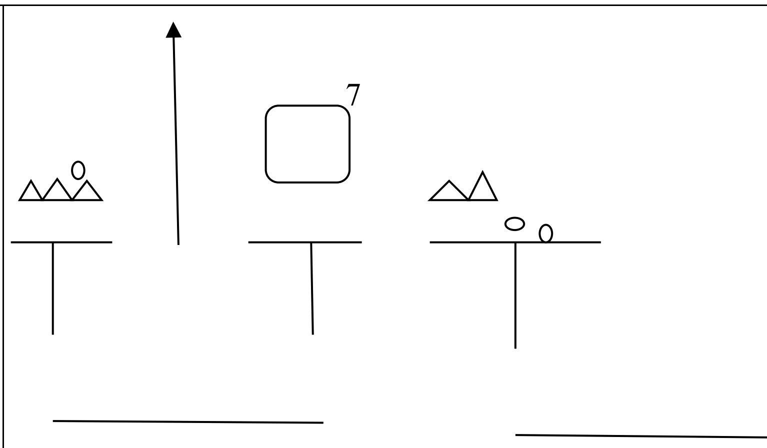
Les solutions de l'équation / $X + Y - 1 = 0$ sont $(x; y)$coordonnées des points de la droite (D)

2/

Si x = 2 alors y = 4

Si x = - 2 alors y = - 4

				 Les solutions de l'équation $-2X+Y=0$ sont $(x;y)$coordonnées des point de la(Δ)
II/ Système d'équations du premier degré à deux inconnues		les élèves		**II/ Système d'équations du premier degré à deux incon** **II- 1 : Résolution algébrique** Activité1 Voici deux pesées ou les objets de la même forme ont la Les nombres qui figurent sur les plateaux de droite re kilogrammes.



Pesée 1 Pesée 2

1/ En notant x la masse d'un objet triangulaire et y la ma
rond, traduis chacune de ces deux pesées par une équati
degré à deux inconnues.

2/ Ecris une équation au-dessous de l'autre puis relie les pa

<u>Solution</u>

1/

1ére pesée $3x + y = 7$

2éme pesée $2x + 2y = 5$

2/ on a

$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$ OU $\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ 2x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$

On obtient ainsi un système d'équations à deux inconnues

$(Suite\ activité 1)$

3/ Résoudre le système trouvé

				Remarque Pour résoudre algébriquement un système d'équations à de on a trois méthodes : -la méthode de substitution -la méthode d'addition ou combinaison -la méthode de comparaison
		les élèves élèves -participe à la correction		**II/ -1-a /Méthode de substitution** **Activité2** On donne le système : $\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ 2x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$ 1/ Calcule à partir de l'une de ces équations y en fonction 2/Remplace la valeur de y trouvée à la question 1 / dans l'a 3/Trouve la valeur de x 4/ Trouve la valeur correspondante de y **SOLUTION** 1/ Calculons y en fonction de x dans l'équation $3x$ On a y = 7-3x 2/ Remplaçons y par 7-3x dans l'équation $2x +$ On a : $2x + 2(7 - 3x) - 5 = 0$ $2x + 14 - 6x - 5 = 0$ $-4x + 9 = 0$ $-4x = -9$

		les élèves élèves -par		$x = \frac{9}{4}$ 4/ Remplaçons x par $\frac{9}{4}$ dans l'équation $3x + y - 7 = 0$ On a : $3\left(\frac{9}{4}\right) + y - 7 = 0$ $\frac{27}{4} + y - 7 = 0$ $y = 7 - \frac{27}{4}$ $y = \frac{28}{4} - \frac{27}{4}$ $y = \frac{1}{4}$ L'ensemble des solutions est S=$\left\{\left(\frac{9}{4};\frac{1}{4}\right)\right\}$ NB : nous pouvons adopter la même démarche en expriman étape x en fonction de y **Exercice d'application** Résoudre dans R^2 Par la méthode de substitution le systèm $\begin{cases} 6x + 3y - 12 = 0 & (1) \\ 2x - y + 8 = 0 & (2) \end{cases}$

Dans (2) calculons-y en fonction de x, on a :

2x –y +8 =0

Y=2x +8

Remplaçons-y par 2x +8 dans l'équation (1)

6x +3(2x+8)-12=0

6x+6x +24-12=0

X=-1

Remplaçons x par -1 dans (2)

2(-1)-y +8=0

Y = 6

S={$(-1;6)$ }

II-1-b /Méthode d'addition ou de combinaison

Activité3

Soit le système : $\begin{cases} 3x + y - 7 = 0\ (1) \\ 2x + 2y - 5 = 0(2) \end{cases}$

1/ Multiple l'équation (1) par -2

2/ Additionne membre à membre cette dernière é
l'équation(2)

3/ En déduire la solution du système

SOLUTION

1/ Multiplions l'équation (1) par – 2

-2× $\begin{cases} 3x + y - 7 = 0\ (1) \\ 2x + 2y - 5 = 0(2) \end{cases}$

				Le système devient $\begin{cases} -6x - 2y + 14 = 0(1) \\ 2x + 2y - 5 = 0(2) \end{cases}$ 2/Additionnons membre à membre $(1) + (2)$donne $-4x + 9 = 0$ 3/Trouvons la valeur de x $-4x + 9 = 0$ $-4x = -9$ $x = \frac{9}{4}$ Remplaçons x par sa valeur dans l'équation (2) $2\times \frac{9}{4} + 2y - 5 = 0$ $2y = 5 - \frac{18}{4}$ $2y = \frac{20}{4} - \frac{18}{2}$ $2y = \frac{2}{4}$ $y = \frac{1}{4}$ L'ensemble des solutions est S=$\left\{\left(\frac{9}{4}; \frac{1}{4}\right)\right\}$ NB : nous pouvons adopter la même démarche en éli première étape. **Exercice d'application** Résoudre dans **R** × ***R*** Par la méthode d'addition le systèm $\begin{cases} 6x + 3y - 12 = 0(1) \\ 2x - y + 8 = 0(2) \end{cases}$ **SOLUTION**

				$3\times\begin{cases}6x+3y-12=0 \;\; (1)\\ 2x-y+8=0 \;\; (2)\end{cases}$ $\begin{cases}6x+3y-12=0 \quad (1)\\ 6x-3y+24=0 \quad (2)\end{cases}$ ______________________ 12x+12=0 X=-1 Remplaçons x par -1 dans l'équation (2) 2(-1)-y+8=0 Y=6 S={$(-1;6)$ }
		-prop		**II-1 –c /Méthode de comparaison** **Activité 4** Soit le système : $\begin{cases}3x+y-7=0\;(1)\\ 2x+2y-5=0(2)\end{cases}$ 1/ Exprimé y en fonction de x dans les deux équations 2/ En comparant les deux expressions obtenues, trouve la v 3/ En déduire la valeur de y **SOLUTION** 1/Exprimons y en fonction de x dans les deux équations

$$\begin{cases} y = 7 - 3x \ (1) \\ 2y = 5 - 2x \ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 7 - 3x \ (1) \\ y = \dfrac{5}{2} - x \ (2) \end{cases}$$

2/Comparons les deux expressions obtenues

$$7 - 3x = \frac{5}{2} - x$$

$$-2x = \frac{5}{2} - 7$$

$$-2x = \frac{5}{2} - \frac{14}{2}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

3/Trouvons la valeur de y

Si on remplace x par $\frac{9}{4}$ dans (1)

On a $3 \times \frac{9}{4} + y - 7 = 0$

$\frac{27}{4}$+y–7=0

$-\frac{27}{4} + 7$

$y = \frac{1}{4}$

L'ensemble des solutions est S=$\left\{\left(\frac{9}{4};\frac{1}{4}\right)\right\}$

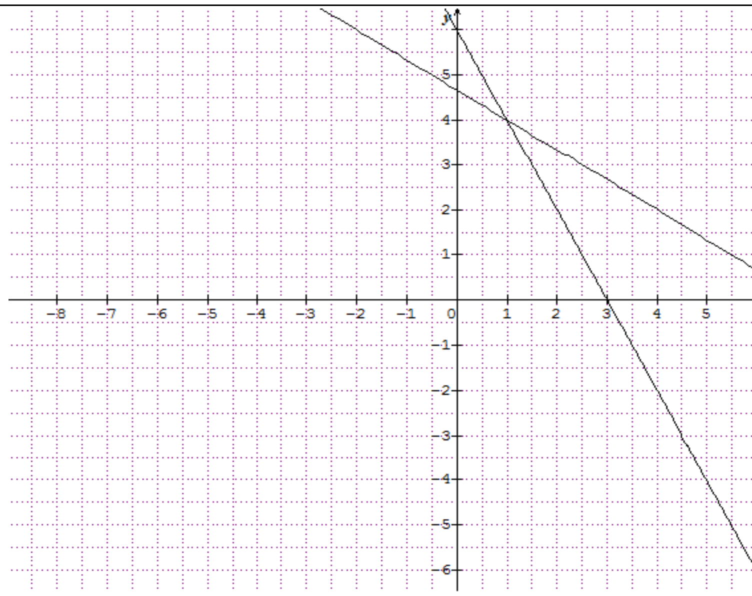
Exercice d'application

Résoudre dans $\mathbf{R} \times \boldsymbol{R}$ Par la méthode de comparaison le sys

$$\begin{cases} 6x + 3y - 12 = 0(1) \\ 2x - y + 8 = 0(2) \end{cases}$$

SOLUTION

				L'ensemble des solutions est : S=$\{(-1;6)\}$
II-2/ Résolution graphique				**II-2/ Résolution graphique** **Activité1** Soit le système suivant : $\begin{cases} 4x+2y= & 12 \\ 2x+3y= & 14 \end{cases}$ 1/ Trace dans un repère orthonormé Les droites $(D): 4x+2y=12$ et $(D'): 2x+3y=14$ 2/ Détermine la position relative de $(D) et$ (D') 3/ Combien y a – t-il de points commun à $(D) et$ (D')? 4/Donne la solution du système **SOLUTION** 1/ (D) x | O | 3 y | 6 | 0 (D') x | 1 | 7 y | 4 | 0



prop

2/$(D) et (D')$ sont sécantes

3/Il ya un seul point commun à $(D) et (D')$

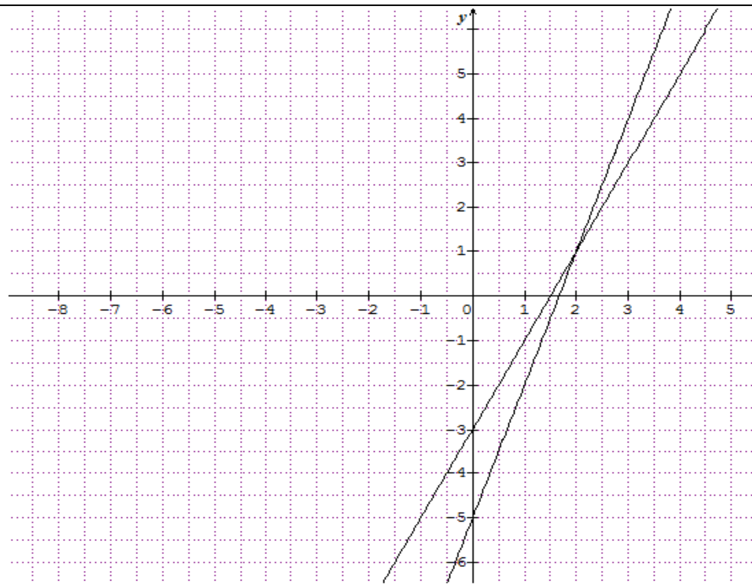
4/ L a solution est S={(1;4)}

Exercice d'application

Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

les élèves

Solution :

				 S={ (2; 1)} **Activité2** On donne le système suivant : $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+4y=6 \end{cases}$ 1/ Trace dans un même repère orthonormé les droites $x+2y=3\ et (D2): 2x+4y=6$ 2/Détermine la position relative de $(D1)et(D2)$ 3/Donne le nombre de points communs à $(D1)et(D2)$

Evaluation formative Sujet : Quel type de compte rendu de devoir pour une meilleure évaluation formative.

Exercice 1:

Résoudre les systèmes suivants:

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y-3}{2} \\ x + y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x\sqrt{2} - y = 3 \\ x - 2y\sqrt{2} = -5\sqrt{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2y + x = 5 \\ -y + 7 = x + 4 \end{cases}$

Exercice 2:

1) Résoudre le système (S) par la méthode convenable.

(S) : $\begin{cases} x + y = 8 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

2) On désigne par x la longueur d'un rectangle et y sa largeur en cm. Son périmètre est 16cm. Si l'on ajoute 3cm à la longueur et si l'on double la largeur, le périmètre devient 28cm.

a) Ecrire les deux équations correspondants à ces données

b) Détermine la longueur et la largeur de ce rectangle.