

# UNITE V : L'ENSEIGNEMENT DE LA TECHNIQUE DE RESOLUTION DES PROBLEMES MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE

## DOCUMENT D'ENTREE DE L'UNITE V

### Objectifs généraux

**OG 1** - Connaître la stratégie de résolution des problèmes mathématiques.

**OG 2** - Comprendre les méthodes de résolution des problèmes mathématiques

**OG 3** - apprendre aux élèves les techniques de résolution des problèmes mathématiques.

### Objectifs spécifiques

A la fin de l'étude de l'unité V, les élèves-maîtres doivent être capables de :

**OS 1** : définir la notion de problème mathématique ;

**OS 2** : décrire les différentes sortes de problèmes mathématiques;

**OS 3** : expliquer les techniques de résolution des problèmes mathématiques;

**OS 4** : composer et / ou choisir des problèmes mathématiques à résoudre en tenant compte des critères.

**OS 5** : enseigner aux élèves les techniques de résolution des problèmes ;

### Pré-test

1. Qu'est-ce qu'un problème mathématique ?
2. Enumère en les décrivant les différentes sortes de problèmes mathématiques.
3. Que signifie résoudre un problème ?
4. Cite deux critères qui peuvent guider au choix d'un problème
5. Décris chacune des techniques de résolution des problèmes.

## Plan de l'unité V

**I. Clarification des concepts**

**II. Buts et importance**

**III. Principes**

**IV. Fondements psychologiques selon Piaget et implications pédagogiques**

**V. Types de problèmes**

**VI. Techniques de présentation et de résolution de problèmes.**

**VII. Types de démarches de résolution de problèmes.**

**VIII. Etapes de résolution d'un problème mathématique**

**IX. Stratégies de développement du raisonnement logique.**

**X. Fiches de leçons de résolution de problèmes mathématiques**

## CORPS DE L'UNITE V

### I. CLARIFICATION DU CONCEPT « PROBLEME »

Le dictionnaire de la langue française définit le problème comme étant une question à résoudre, portant soit sur un résultat inconnu à trouver à partir de certaines données, soit sur la détermination de la méthode à suivre pour obtenir un résultat supposé connu.

Le problème est donc une question à résoudre par des méthodes scientifiques ou rationnelles à partir d'un certain nombre de données qui constituent l'énoncé.

Pour le pédagogue J. LEIF, « *il y a problème si connaissant un certain nombre d'informations concernant une situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicites initialement* ».

A l'école, la résolution du problème est l'action qui consiste à combiner des informations données par l'énoncé de façon à trouver les renseignements demandés. Ce travail exige une démarche logique de l'esprit qui est le raisonnement.

### II. BUT ET IMPORTANCE

L'enseignement / apprentissage de la résolution des problèmes a un double but :

- initier à l'application des règles et des notions apprises en arithmétique, en géométrie et en système métrique ;
- développer les facultés intellectuelles de l'apprenant(e). En effet, par la résolution du problème, l'apprenant(e) apprend à fournir un effort intellectuel, examine attentivement les choses, organise son travail, fait des recherches, juge et tire des conclusions.

L'objectif final de la résolution de problème est de préparer des hommes pouvant faire face à des situations nouvelles, à des problèmes nouveaux auxquels ils seront sans cesse confrontés.

### III. PRINCIPES

L'enseignement de la technique de résolution de problème doit obéir aux principes suivants :

- être en rapport avec les leçons de mathématiques;
- être usuel, c'est-à-dire simple, pratique et adapté aux réalités ;
- être actif ;
- suivre une progression méthodique.

### IV. FONDEMENTS PSYCHOLOGIQUES SELON PIAGET ET IMPLICATIONS PEDAGOGIQUES

De 6 à 9 ans, l'apprenant(e) est incapable d'abstraction. C'est l'âge des opérations concrètes. Sa pensée reste fragmentaire. Il faut lui proposer, à ce stade, des problèmes à une opération guidée par une question bien précise.

La période de 10 à 11 ans, correspond au début des opérations formelles. Le maître / la maîtresse proposera à l'apprenant(e) des problèmes à une ou deux opérations bien liées avec des questions posées de façon à le guider dans sa recherche.

De 11 à 14 ans, du point de vue du raisonnement et de la réflexion, l'apprenant(e) est plus avancé(e). Sa capacité de compréhension est grande grâce à son ouverture d'esprit. Il ne sera plus question de problèmes à une ou deux questions ou de la nécessité de poser une question pour le guider. On lui donnera des problèmes qui lui permettent de faire des détours, de retrouver par un effort de recherche, le chemin à suivre pour résoudre son problème.

### V. TYPES DE PROBLEMES

#### 5.1. Les problèmes numériques

Ce type de problème contient les nombres à utiliser. Ces nombres peuvent être donnés selon l'ordre de résolution ou non. Il y a des questions qui guident l'apprenant(e) dans la résolution.

Selon Toraille, on distingue deux types de problèmes numériques : les problèmes numériques guidés et les problèmes numériques plus mathématiques. Les problèmes peuvent aussi être caractérisés selon qu'ils comportent ou non des données inutiles ou qu'ils sont non numériques.

#### 5.2. Les problèmes numériques guidés

Selon la nature de l'énoncé, **ils tracent pour l'apprenant(e) le chemin à suivre pour atteindre la solution**. Quoique constitués d'une ou de plusieurs opérations, celles-ci sont pratiquement préparées par le texte

de l'énoncé du problème et invitent les apprenant(e)s à les juxtaposer dans l'ordre indiqué pour arriver à la solution définitive.

**Exemple:**

Ta mère vend au marché 3 paires de chaussures à raison de 1 500 F la paire. Calcule le prix de vente des chaussures. Sachant qu'elle avait 10 000 F dans son porte-monnaie au départ; de quelle somme dispose-t-elle maintenant ?

Avec cet argent, elle achète 2 camisoles au prix de 1 700 F l'unité. Calcule le prix d'achat des camisoles. Son voyage lui a coûté 600 F. Quelle est sa dépense totale ? Combien ramène-t-elle à la maison ?

**5.3. Les problèmes numériques plus mathématiques (non guidés)**

Selon la nature de l'énoncé, ils ne tracent pas pour l'apprenant(e) le chemin à suivre pour atteindre la solution. Ils invitent l'apprenant(e) à imaginer par lui-même un détour, soit pour exploiter les données fournies par l'énoncé, soit pour trouver des données intermédiaires indispensables à la recherche de la solution.

**Exemple :**

A trois, vous allez passer la fête du 11 décembre au village. Le voyage vous revient à 1 250F, la nourriture à 1 300 F et 1 000 F de frais divers. Vous aviez prévu un budget de 5 000 F pour ce séjour. Si vous vous partagez les dépenses de manière égale, quelle sera la part de chacun ? Restera-t-il une somme sur le budget ? Si oui, de combien ?

**5.4. Les problèmes avec données numériques inutiles :**

Un boulanger fabrique en moyenne 120 baguettes de pain en une heure. Celles-ci ont chacune, une longueur de 50 cm et une masse de 200grammes. Calcule le nombre de baguettes fabriquées en 4 heures.

A travers cette discrimination des problèmes numériques, Toraille nous invite tout simplement à suivre une certaine progression dans notre entraînement à la résolution des problèmes à l'école.

**5.5. Les problèmes non numériques**

Dans ce cas de figure, la démarche n'est pas indiquée pour la résolution du problème. L'apprenant(e) doit trouver la voie à suivre par rapport aux données. L'apprenant(e) doit inventer les détours possibles et trouver la solution par tâtonnement.

**Exemple 1**

A la coopérative fruitière du village, quatre fillettes (Aminata, Bintou, Fatou et Sidonie) achètent chacune un des fruits suivant: des oranges, des bananes, des goyaves et des papayes. Sachant que:

1. Aminata n'aime pas les bananes et les papayes ;
2. Bintou n'aime pas les papayes et les goyaves;
3. Fatou n'aime pas les oranges ;
4. Sidonie a choisi les bananes.

Quel est donc le fruit acheté par chacune d'elle ?

**Solution par tâtonnement**

Identité	Les types de fruits			
	Orange	Banane	Papaye	Goyave
Aminata	Orange	Banane	Papaye	Goyave
Bintou	Orange	Banane	Papaye	Goyave
Fatou	Orange	Banane	Papaye	Goyave
Sidonie	Orange	Banane	Papaye	Goyave

**Exemple 2**

Tu es le piroguier (P) de ton village. A l'aide de ta pirogue tu ne peux transporter qu'un seul passager à la fois. Tu dois amener de l'autre côté du fleuve un bouc, (B) un chou (C) et une hyène (H). Pour éviter que l'un des passagers soit dévoré par l'autre au cours de la traversée, dis comment tu vas procéder.

**Solution par tâtonnement**

Il faut éviter que:

- Le bouc (B) dévore le chou (C), donc le piroguier ne peut pas laisser B et C seuls à la rive X ou Y. Sinon C est en danger.
- L'hyène (H) dévore le bouc (B), donc le piroguier ne peut pas laisser B et H seuls à la rive X ou Y. Sinon B est en danger.

N° d'ordre	Rive X		À bord (X ↔ Y)	Rive Y		Observations
	Avant	Après		Avant	Après	
1	B+C+H+P	B+C	H+P→	Aucun	H+P	C est en danger
2	B+C+H+P	B+H	C+P→	Aucun	C+P	B est en danger
3	<b>B+C+H+P</b>	<b>C+H</b>	<b>B+P→</b>	<b>Aucun</b>	<b>B+P</b>	<b>Pas de danger</b>
4	<b>C+H</b>	<b>C+H+P</b>	<b>←P</b>	<b>B+P</b>	<b>B</b>	<b>Retour seule</b>
5	C+H+P	C	H+P→	H+P	B+H+P	B est en danger
6	<b>C+H</b>	<b>H</b>	<b>C+P→</b>	<b>C+P</b>	<b>B+C+P</b>	<b>C est en danger</b>
7	<b>H</b>	<b>B+H+P</b>	<b>←B+P</b>	<b>B+C+P</b>	<b>C</b>	<b>Retour avec B</b>
8	<b>B+H+P</b>	<b>B</b>	<b>H+P→</b>	<b>H+P</b>	<b>C+H+P</b>	<b>Pas de danger</b>
9	<b>B</b>	<b>B+P</b>	<b>←P</b>	<b>C+H+P</b>	<b>C+H</b>	<b>Retour seule</b>
10	<b>B+P</b>	<b>Aucun</b>	<b>B+P→</b>	<b>B+P</b>	<b>B+C+H+P</b>	<b>Pas de danger</b>

## VI. TECHNIQUES DE PRESENTATION ET DE RESOLUTION DE PROBLEMES

Pour résoudre un problème, il est nécessaire que l'apprenant(e) puisse se le représenter exactement, à l'aide du matériel concret, de schémas, de graphiques, d'images mentales, etc., afin de pouvoir en quelque sorte le vivre. Cela se comprend quand on sait que résoudre un problème mathématique, c'est :

- analyser le problème proposé dans l'énoncé et les informations qui y sont données ;
- dégager une chaîne de situations élémentaires ;
- schématiser lesdites situations afin de mettre en évidence les relations logiques qui les décrivent ;
- utiliser enfin ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements recherchés.

Pour mieux présenter le problème et faciliter sa résolution par les apprenant(e)s, il y a lieu que les enseignant(e)s observent une démarche qui procède de la façon suivante : avant, pendant et après.

### AVANT

- Reformuler au besoin le problème tout en ayant recours à un vocabulaire quotidiennement utilisé par l'apprenant(e) dans son langage et en mettant en exergue les informations utiles afin que ledit problème leur soit accessible au lieu de constituer pour eux une situation artificielle ou une colle ;
- Débarrasser le problème à résoudre de ses données numériques inutiles afin de le rendre accessible ;
- Transformer, au besoin, les données numériques pour les adapter à la réalité des apprenant(e)s ;
- S'assurer quel problème choisi pour être résolu est simple, réaliste et s'inscrit dans un contexte familier, c'est-à-dire, qui concerne l'apprenant(e) directement.
- Faire le lien avec les notions déjà vues et utiles à la résolution de ce problème, c'est-à-dire qu'il ne faut point se contenter de proposer aux apprenant(e)s des problèmes tirés des manuels ou des annales d'examen et concours sans aucune réflexion critique sur le contenu présenté ;
- S'assurer que l'apprenant(e) comprend bien le problème, c'est-à-dire qu'il saisit bien le sens de ce qui est communiqué et a l'aptitude de pouvoir faire usage des données ou des idées que l'information contient ;
- Prévoir le type de matériel approprié pour la concrétisation et les stratégies d'exploitation efficace et efficiente dudit matériel ;
- Déterminer le type d'organisation, les tâches d'orientation et les situations dans lesquelles il faut plonger les apprenant(e)s pour qu'ils puissent résoudre le problème.

### Exemple :

#### Au lieu de :

*Le père d'Ali va au marché avec une somme de trois mille francs. Il achète une paire de chaussures à 1 250 F, un kilogramme de viande à 630 F et des bonbons. Combien a-t-il dépensé ?*

#### Proposer :

*Ton père va au marché du village avec une somme de 7 000 F. Il achète une paire de chaussures à 2 500 F pour ta maman, de la viande à 2 300 F pour les repas des trois jours et des bonbons à 100 F pour toi.*

*Calcule le total de ses dépenses pour voir s'il peut encore acheter le ballon qu'il t'avait promis et qui coûte 500 F.*

**NB:** Formulé de la sorte, le problème le concerne directement, l'implique et l'incite à mobiliser ses ressources en mathématiques en vue de sa résolution.

## PENDANT

- Créer un climat de détente par une mise en situation stimulante ou au besoin donner aux apprenant(e)s la possibilité de vivre le problème en situation réelle de mise en scène ;
- Aller à l'essentiel dans la présentation du contexte;
- Donner libre cours aux apprenant(e)s pour échanger sur la démarche de résolution ;
- Amener les apprenant(e)s à reconnaître les éléments essentiels dans la résolution du problème ;
- Inviter les apprenant(e)s à formuler des hypothèses ;
- S'assurer que chacune des étapes est bien comprise ;
- Permettre aux apprenant(e)s de choisir la démarche qui sied, (progressive, régressive...);
- Demander aux apprenant(e)s qui donnent des réponses, d'expliquer leur cheminement intellectuel.

## APRÈS

- Laisser le temps à l'apprenant(e) de corriger ses erreurs ;
- Revenir sur les différentes démarches utilisées pour solutionner le problème et les comparer en vue de découvrir les plus efficaces ;
- Inviter les uns et les autres à s'appropriier ces démarches ;
- Exploiter au maximum la correction en comparant les différentes productions des apprenant(e)s ;
- Valoriser les erreurs dont l'exploitation conduit à la mise en œuvre d'activités de remédiation ou de prolongement et, permet aux apprenant(e)s d'être plus attentifs par la suite.

L'enseignant(e) peut aider l'apprenant(e) à structurer ses démarches en se servant de la formule des « 4 C », à développer sa logique, rendre ses méthodes de travail simples mais efficaces.

Connu	Cherché	Comment	Calcul
Ce que je connais	Ce que je cherche	La démarche mathématique	Les opérations

## VII. TYPES DE DEMARCHES DE RESOLUTION DE PROBLEMES

### 7.1. La démarche analytique ou régressive

Il s'agit d'un raisonnement partant de la réponse à trouver et remontant de l'énoncé jusqu'à la première opération à poser. On va de l'inconnu au connu. Ce procédé analytique fait un double cheminement :

- Le raisonnement si l'on procède de la question aux données ;
- La rédaction de la solution si l'on procède des données aux questions.

Elle constitue une véritable démonstration et permet de mieux fixer à l'esprit, les relations qu'indique le sujet. Elle exige de la part de l'apprenant(e) une grande capacité d'abstraction.

### 7.2. La démarche synthétique ou progressive

Elle consiste à amener l'apprenant(e) à suivre pas à pas le développement de l'énoncé. On va ici du connu à l'inconnu. On apprend à l'apprenant(e) à poser des questions partielles. Cette démarche exerce peu l'apprenant(e) à la réflexion, à l'abstraction. En revanche, elle fait appel au bon sens et à l'imagination. On l'appelle encore méthode naïve ou à tâtons.

Cf. exemple de fiche en annexe.

## VIII. ETAPES DE RESOLUTION D'UN PROBLEME MATHEMATIQUE

### 8.1. L'analyse de la situation énoncée

Elle consiste en l'explication, la recherche des liens qui existent entre les différents éléments de l'énoncé. Par des questions simples mais précises, le maître / la maîtresse s'assure que les apprenant(e)s ont compris le sens général de l'énoncé : le sens des quantités exprimées dans l'énoncé, la situation arithmétique de référence de l'énoncé...

### 8.2. Le raisonnement

C'est la représentation mentale de la conduite à tenir, de la voie à emprunter pour trouver la solution du problème. C'est la conception de la stratégie. Il s'agit d'adopter soit la démarche analytique ou celle synthétique.

### 8.3. La rédaction de la solution

Le raisonnement théorique trouvé, la rédaction de la solution se fait en reprenant celui-ci dans le vocabulaire mathématique approprié.

## IX. FICHES DE LEÇONS DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES

### 9.1. Selon la démarche progressive

**Classe** : CM1

**Matière** : Arithmétique

**Thème** : Les échanges

**Titre** : Initiation à la technique de résolution de problèmes selon la démarche progressive

**Durée** : 60 minutes

#### Justification :

L'enfant quotidiennement fait face à des épreuves de résolution de problèmes mathématiques. Mais nombreux sont ceux qui passent par tâtonnement pour les résoudre ; ce qui ne leur permet pas de réussir toujours ces épreuves. C'est pourquoi il est nécessaire de les initier à la démarche progressive pour résoudre les problèmes.

#### Objectifs spécifiques :

A l'issue de la séance, les élèves doivent être capables de :

- décrire la démarche synthétique ou progressive de résolution de problème ;
- appliquer cette technique pour résoudre un problème mathématique.

#### Problème de base

Ton papa qui est vendeur de volailles veut réaliser un bénéfice qui servira à t'acheter un vélo. Il achète 100 poulets dans un village éloigné, à raison de 2 000 F l'unité. Il dépense ensuite 4 000 F pour le transport. Il revend à Ouagadougou chaque poulet à 3 000 F. Dis quelle démarche tu vas utiliser pour trouver le bénéfice que papa veut réaliser en vendant les poulets ? Pourra-t-il acheter ton vélo ?

#### Matériel :

- **collectif** : énoncé du problème, ardoises géantes
- **individuel** : cahier de brouillon, ardoises

**Document** : Mathématiques CM1 et CM2 (livre de l'élève), réédition 2010, page 74.

#### Déroulement de la leçon

##### **I- INTRODUCTION (10 mn)**

##### **Calcul mental (6 mn) :**

Multiplication d'un nombre par 11 (sous forme de petits problèmes)

**Ex** : Pour la fête de Noël des amis français ont envoyés des colis contenant chacun 11 jouets à 256 familles de notre ville. Combien de jouets ont-ils envoyés en tout ?

##### **Prérequis (3 mn)**

Ecris la formule du calcul du bénéfice, connaissant le prix de revient (PR) et le prix de vente (PV)

##### **Motivation (1 mn) :**

Communication de la justification et des objectifs.

##### **II- DEVELOPPEMENT (35 mn)**

##### **Situation problème (2 mn) :**

Ton papa qui est vendeur de volailles veut réaliser un bénéfice qui servira à t'acheter un vélo. Il achète 100 poulets dans un village éloigné, à raison de 2 000 F l'unité. Il dépense ensuite 4 000 F pour le transport. Il revend à Ouagadougou chaque poulet à 3 000 F. Dis quelle démarche tu vas utiliser pour trouver le bénéfice que papa veut réaliser en vendant les poulets ? Pourra-t-il acheter ton vélo ?

##### **Emission d'hypothèses (3 mn) :**

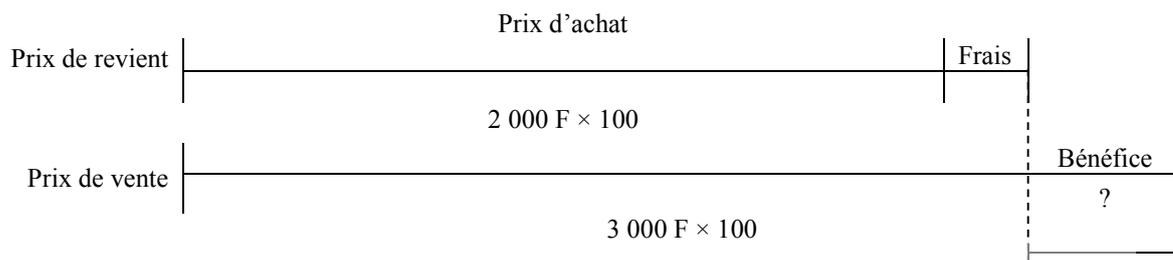
- Il va calculer d'abord le prix de revient ;
- Calculer le prix d'achat total des poulets ;
- Calculer le prix de vente ;
- Il va calculer le bénéfice ;
- Pour calculer le bénéfice il va faire : prix de vente – prix de revient ;
- Pour calculer le bénéfice il va faire : prix de revient – prix de vente.

**Consigne 1 (10 mn) :**

Lisez individuellement le problème, échangez en groupe expliquez-le et schématisez le.

**Activité 1 :** Lecture et explication du problème, échanges et schématisation.

**Point d'enseignement / apprentissage :** Sens du problème. Schématisation.

**Consigne 2 (10 mn):**

Individuellement et par groupe, dites comment vous procédez pour résoudre ce problème. Aidez-vous du tableau ci-dessous.

**Activité 2 :** Description de la démarche progressive à travers la mise en relation des données connues de l'énoncé pour aboutir aux résultats en utilisant le tableau proposé ci-dessous.

Ce que je connais	Ce que je cherche	Comment faire pour trouver ce que je cherche?	Les calculs
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le prix d'achat (PA) d'un poulet et le nombre de poulets ;</li> <li>- Les frais de transport ;</li> <li>- Le PV d'un poulet.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le PA total des poulets ;</li> <li>- Le PR des poulets ;</li> <li>- Le PV des poulets.</li> <li>- Le Bénéfice</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le PA total des poulets en multipliant le PA d'un poulet par le nombre de poulets ;</li> <li>- Comment faire pour calculer le PR total des poulets ;</li> <li>- En faisant le PA total plus les frais ;</li> <li>- Comment faire pour calculer le PV total des poulets ;</li> <li>- En faisant le PV d'un poulet x par le nombre de poulets ;</li> <li>- Comment faire pour calculer le bénéfice ;</li> <li>- On fera le PV total des poulets - PR</li> </ul>	

**Point d'enseignement / apprentissage :** Démarche ou cheminement utilisé pour résoudre un problème.

**Consigne 3 (8 mn):**

Individuellement puis par groupe, appliquez la démarche (cheminement) ci-dessus suivie pour résoudre ce problème.

**Activité 3 :** Solutions avec précision des termes (formulation claire des phrases des opérations et précision des opérations devant conduire aux résultats).

**Point d'enseignement / apprentissage :** Résolution du problème selon la démarche progressive à partir des données connues, des questions et la mise en relation des données pour aboutir à la solution. Résoudre le problème.

**Vérification des hypothèses (2 mn) :**

Confronter les points d'enseignement / apprentissage aux hypothèses émises.

**III- CONCLUSION / SYNTHESE (7 mn)****Résumé (5 mn)**

Pour résoudre un problème selon la démarche progressive, on part des données connues de l'énoncé vers ce qui n'est pas connu, en suivant progressivement les étapes.

**Lien avec la vie courante (1 mn)**

Qu'est-ce que tu vas faire avec ce que tu viens d'apprendre ?

Appliquer le cheminement (la démarche progressive acquise) à tout problème, à toute situation problème pour aboutir à un résultat (aux solutions attendues).

**Lien avec la leçon à venir (1 mn)**

- Avec ce que tu viens d'étudier, qu'est-ce que tu peux étudier après ?
- Réponses des élèves

**IV- EVALUATION (8 mn)****A. Des acquis (6 mn)**

Application d'un problème à la démarche progressive (synthétique).

Tracez le cadre et appliquez la démarche progressive pour le problème N°3 de la page 74 du livre de mathématique CM1 / CM2 réédition 2010.

**Défis additionnels :** Pendant les vacances Issa vend des œufs. Un jour il achète 300 œufs à 80 F l'unité qu'il met dans des plaquettes de 30 œufs. Dans ses manipulations il perd 6 œufs. Il vend la plaquette à 3 000 F. Réalise-t-il un bénéfice ou une perte ?

Correction : Le prix d'achat est :  $80 \text{ F} \times 300 = 24\,000 \text{ F}$

Le nombre de plaquettes est :  $1 \text{ plaquette} \times 300 : 30 = 10 \text{ plaquettes}$

Il reste dans la dixième plaquette :  $30 \text{ œufs} - 6 \text{ œufs} = 24 \text{ œufs}$

Le prix de vente de 9 plaquettes est :  $3000 \text{ F} \times 9 = 27\,000 \text{ F}$

Le prix de vente d'un œuf est :  $3000 \text{ F} : 30 = 100 \text{ F}$

Le prix de vente de 24 œufs est :  $100 \text{ F} \times 24 = 2400 \text{ F}$

Le prix de vente total est :  $27\,000 \text{ F} + 2400 \text{ F} = 29\,400 \text{ F}$

Issa réalise un bénéfice de :  $29\,400 \text{ F} - 24\,000 \text{ F} = 5400 \text{ F}$

**Exercices de remédiation :** (à préciser après l'évaluation)

**Décision par rapport à la leçon (1 mn)**

Poursuivre si l'objectif est atteint ou reprendre si l'objectif n'est pas atteint.

**B. Evaluation de la prestation du maître / maîtresse (1 mn):**

- Qu'est-ce qui t'a plu au cours de la leçon ?
- Qu'est-ce qui ne t'a pas plu ?
- Qu'est-ce que tu n'as pas compris au cours de la leçon ?
- Qu'est-ce que tu voudras qu'on explique davantage ?

**V- ACTIVITES DE PROLONGEMENT**

Inviter les élèves à résoudre des problèmes selon la démarche étudiée

## 9.2. Selon la démarche analytique ou régressive

**Classe :** CM1

**Matière :** Arithmétique

**Thème:** les échanges

**Titre:** Résolution de problème par la technique analytique ou méthode régressive

**Durée :** 60 minutes

### Justification

L'enfant quotidiennement fait face à des épreuves de résolution de problèmes mathématiques. Mais nombreux sont ceux qui passent par tâtonnement pour les résoudre. Ce qui ne leur permet pas de réussir toujours ces épreuves. C'est pourquoi il est nécessaire de les initier à la démarche analytique pour résoudre les problèmes.

### Objectifs spécifiques

A l'issue de la séance, les élèves doivent être capables de :

- Comprendre l'énoncé ;
- Résoudre le problème posé par la technique analytique.

### Problème de base

Ton père veut t'acheter un vélo. Pour cela il achète 150 poulets dans un village éloigné, à raison de 2 200 F l'unité. Il dépense ensuite 5 000 F pour les frais. Il revend à Ouagadougou chaque poulet à 3 000 F. Indique la démarche que tu vas suivre pour calculer le bénéfice que papa va réaliser pour acheter ton vélo.

### Matériel :

- **collectif** : l'énoncé du problème écrit au tableau, billets de banque, ardoises, géantes.
- **individuel** : ardoises, craie, chiffon.

**Document** : Mathématiques CM1 et CM2, livre de l'élève Réédition 2010 page 75

### Déroulement de la leçon

Etapas / Durée	Activités d'enseignement / apprentissage		Points d'enseignement / apprentissage
	Rôles de l'enseignant(e)	Activités / attitude des apprenant(e)s	
<b>I- INTRODUCTION (8 mn)</b>			
<b>Calcul mental (PLM) (2 mn)</b>	Multiplier un nombre par 10, 100. - Tu as acheté 10 paquets de bonbons à 350 F le paquet. Combien as-tu dépensé ? - Ton oncle vend 100 cahiers à 150F l'un. Quel est le prix de vente (PV) ?	Ecriture des réponses 3500 F  15 000 F	
<b>Rappel des prérequis (5 mn)</b>	- Comment calcule-t-on le PV ? - Ton père t'achète un tissu à 750 F pour une culotte puis le fait coudre à 300F. Combien a-t-il dépensé ?	Ecriture des réponses PV = PR (prix de revient) +B (bénéfice) ; PV = PA (prix d'achat) + B Il a dépensé : 750 F + 300 F = 1050 F	
<b>Motivation (1 mn)</b>	L'enseignant(e) communique la justification et les objectifs aux élèves		

<b>II- DEVELOPPEMENT (37 mn)</b>			
<b>Présentation de la situation problème et émission d'hypothèses (5 mn)</b>	<b>Situation problème</b> Ton père veut t'acheter un vélo. Pour cela il achète 150 poulets dans un village éloigné, à raison de 2 200 F l'unité. Il dépense ensuite 5 000 F pour les frais. Il revend à Ouagadougou chaque poulet à 3 000 F. Indique la démarche que tu vas suivre pour calculer le bénéfice que papa va réaliser pour acheter ton vélo.	<b>Emission d'hypothèses (3 mn)</b> - Il va calculer d'abord le PR; - Il va calculer le PA total des poulets; - Il va calculer le PV ; - Il va calculer le Bénéfice ; - Pour calculer le Bénéfice, il va faire : $PV-PR$ . - Pour calculer le Bénéfice, il va faire : $PR-PV$ .	
<b>Consigne 1 (6 mn)</b>	Individuellement puis par groupes, lisez le problème échangez entre vous et expliquez-le.	<b>Activité 1</b> Lecture échanges et explication	Sens du problème
<b>Consigne 2 (12 mn)</b>	Individuellement puis par groupe, décrivez la démarche à suivre pour résoudre ce problème.	<b>Activité 2</b> Description de la démarche (raisonnement) - On nous demande de calculer le B. Pour calculer le Bénéfice, il faut connaître le PR total et le PV total que nous ne connaissons pas mais que nous pouvons calculer. - Pour calculer le PR on fait la somme du PA total et des frais. - Pour calculer le PV total, on multiplie le PV d'un poulet par le nombre de poulets. Ainsi pour calculer le B, on commencera par calculer le PA total des poulets, puis le PR des poulets, ensuite le PV et enfin le B.	Description de la démarche analytique
<b>Consigne 3 (12 mn)</b>	Individuellement puis par groupe, appliquez la démarche suivie pour résoudre ce problème	<b>Activité 3</b> - Solutions avec précision des termes (formulation claire des phrases des opérations et précision des opérations devant conduire aux résultats) - Le PA total des poulets est de : $2\,200\text{ F} \times 150 = 330\,000\text{ F}$ - Le PR des poulets est de : $330\,000\text{ F} + 5\,000\text{ F} = 335\,000\text{ F}$ - Le PV des poulets est de : $3\,000\text{ F} \times 150 = 450\,000\text{ F}$ - Le B est de : $450\,000\text{ F} - 335\,000\text{ F} = 115\,000\text{ F}$ - Opérations à poser, à effectuer dans la colonne des opérations - Résultats à porter lisiblement dans la colonne des résultats	Résolution de problème selon la démarche analytique
<b>Vérification des hypothèses (2 mn)</b>	Comparons ce que vous avez dit et ce que nous venons d'apprendre	Comparaison des hypothèses au point enseignement / apprentissage	

<b>III- CONCLUSION / SYNTHESE (5 mn)</b>			
<b>Résumé (3 mn)</b>	Que pouvons-nous retenir de ce que nous venons d'apprendre ?	La démarche analytique va de l'inconnu au connu.	
<b>Lien avec la vie courante (1 mn)</b>	Qu'est-ce que tu vas faire avec ce que tu viens d'apprendre ?	Utiliser cette démarche pour résoudre des problèmes mathématiques et des problèmes de la vie.	
<b>Lien avec la leçon à venir (1 mn)</b>	Selon toi après cette leçon qu'est-ce que nous pouvons étudier	Réponses des élèves	
<b>IV- EVALUATION (10 mn)</b>			
<b>A. Des acquis (8 mn)</b>	Appliquez la démarche analytique pour indiquer la démarche à suivre pour résoudre le problème N°1 de la page 75 livre de l'élève.	Application de la démarche analytique. Ce qu'on me demande : il y a dette ou économie. Pour calculer la dette ou l'économie, il faut connaître le gain et les dépenses. Je connais le gain, je ne connais pas la dépense totale mais je peux la calculer. Je vais calculer la dépense totale d'abord. Comparer le gain aux dépenses. Si les dépenses sont inférieures au gain il y a économie. Si les dépenses sont supérieures au gain il y a dette.	
<b>Défis additionnels</b>	Un ouvrier gagne 45 000 F pour 30 jours de travail. Ce mois il a perdu 2 jours de salaire. Sachant qu'il a dépensé 10 750 F pour se soigner et 37 250 F pour les autres dépenses. A-t-il économisé ou s'est-il endetté ?	Le gain d'un jour est : $45\,000\text{ F} : 30 = 1\,500\text{ F}$ Il a perdu en 2 jours : $1\,500\text{ F} \times 2 = 3\,000\text{ F}$ Le gain total de ce mois est : $45\,000\text{ F} - 3\,000\text{ F} = 42\,000\text{ F}$ La dépense totale de ce mois est : $10\,750\text{ F} + 37\,250\text{ F} = 48\,000\text{ F}$ La dépense est plus que le gain, donc il s'est endetté : $48\,000\text{ F} - 42\,000\text{ F} = 6\,000\text{ F}$	
<b>Activités de remédiation</b>	A prévoir en fonction des résultats de l'évaluation		
<b>Décision par rapport à la leçon (1 mn)</b>	Poursuite du programme ou reprise de la leçon en fonction des résultats de l'évaluation	Participation des apprenant(e)s	
<b>De la prestation de l'enseignant(e) (1 mn)</b>	- Qu'est-ce que tu as aimé ? - Qu'est-ce que tu n'as pas aimé ? - Qu'est-ce que tu n'as pas compris ?	Réponses des apprenant(e)s	
<b>V- ACTIVITES DE PROLONGEMENT</b>			

## Conclusion de l'unité V

Si résoudre un problème suppose la maîtrise de techniques opératoires, il n'en demeure pas moins qu'un bon rendement implique un raisonnement cohérent, logique, faisant appel à l'esprit du bon sens. Il revient donc au maître de respecter dans son enseignement les différentes recommandations relatives à la discipline.

Au regard de sa contribution dans la formation de l'élève, cette activité devra faire l'objet d'une attention particulière de la part de l'enseignant(e).

## DOCUMENTS DE SORTIE DE L'UNITE V

### Post-test

1. Définis dans tes propres termes un problème mathématique. (2 pts)
2. Que signifie résoudre un problème ? (2 pts)
3. Cite 3 types de problèmes utilisés à l'école primaire. Précise la fonction spécifique de chacun d'eux. (6 pts)
4. Cite deux critères qui peuvent guider dans le choix d'un problème (2 pts)
5. cite les étapes de la résolution d'un problème. Dis en quoi consiste chacune des techniques utilisables dans l'analyse d'un problème mathématique. (8 pts)
6. Tu dois enseigner les techniques de résolution de problèmes à tes élèves de CM :
  - Prépare et conduis la séance. (20 pts)
7. Un auteur pédagogique affirme : « **Le problème est la clé de voûte de l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire.** » Explique en 5 lignes ce qu'il veut nous faire comprendre. En 15 lignes, Donne 3 arguments qui justifient son propos. (20 pts)

## CORRIGE DU POST-TEST DE L'UNITE V

- 1) On appelle problème mathématique, un énoncé où sont décrites des situations faisant intervenir des données mathématiques qui contiennent des difficultés à surmonter. Ces difficultés font appel à des habiletés pratiques et intellectuelles. )
- 2) Résoudre un problème, c'est lui trouver une solution ; c'est trouver une réponse correcte à la question posée.
- 3) Les sortes de problèmes mathématiques :
  - Les problèmes numériques guidés qui tracent pour l'apprenant(e) le chemin à suivre pour atteindre la solution.
  - Les problèmes avec données numériques inutiles qui sont des problèmes comportant certaines données qui ne sont pas exploitables pour sa résolution.
  - Les problèmes non numériques dont la démarche n'est pas indiquée pour la résolution du problème. L'apprenant(e) doit trouver la voie à suivre par rapport aux données. Il doit inventer les détours possibles et trouver la solution par tâtonnement.
- 4) Deux critères qui peuvent guider dans le choix d'un problème :
  - L'adaptation au niveau des élèves,
  - Les données doivent être conformes à la réalité,
- 5) Les étapes de la résolution d'un problème sont :
  - La compréhension : consiste à amener l'enfant à comprendre le sens des mots, à reformuler l'énoncé, pour comprendre la situation exposée.
  - L'analyse et le raisonnement : consiste à identifier les informations connues celles non fournies, à déduire ou induire des données non fournies pour concevoir l'enchaînement des solutions

- intermédiaires qui vont conduire à la solution définitive.
- La solution : C'est une mise sous forme écrite du raisonnement par chaque élève individuellement: construire les phrases décrivant la donnée à calculer, suivie de l'opération à effectuer, posée horizontalement.
- La correction : elle consiste à corriger collectivement le problème au tableau et par suite, individuellement sur les ardoises.
- La méthode synthétique ou progressive qui consiste à aller du connu à l'inconnu, par induction, c'est-à-dire, à lire le problème pas à pas et à calculer les données chaque fois que les informations fournies au fur et à mesure, permettent de le faire : à exploiter les données successives pour répondre à la dernière question .
- La méthode analytique ou régressive qui consiste à aller de l'inconnu au connu par déduction, c'est-à-dire, à partir de la dernière question posée, pour rechercher les solutions intermédiaires de recul en recul, jusqu'à trouver la 1ère solution par laquelle on doit commencer.

6) (Cf. fiche à l'unité 4. Pour la conduite, s'essayer sous l'observation d'un maître-conseiller)

7) Un auteur pédagogique affirme « **Le problème est la clé de voûte de l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire.**»

Cet auteur veut nous faire savoir que le problème est la base sur laquelle repose tout l'enseignement des notions arithmétiques. C'est du problème que dépend le raisonnement mathématique.

3 arguments qui justifient l'affirmation :

- Le problème est un matériel qui permet de faire comprendre la situation à l'enfant et de découvrir les notions à enseigner.
- Les enseignant(e)s contrôlent les savoirs mathématiques enseignés dans les disciplines du calcul à travers la résolution des problèmes.
- L'enseignement de l'arithmétique n'atteint son objectif que si l'élève arrive à apporter des solutions justes aux problèmes qui lui sont soumis.

**TEMPS DE REALISATION : 16 HEURES**

## CONCLUSION DU SOUS-MODULE

Les mathématiques sont une discipline fondamentale dont le double but utilitaire et éducatif témoigne de son importance dans la formation de l'enfant. Son enseignement comporte beaucoup de difficultés qui nécessitent que le maître s'efforce de tenir compte des conditions psychologiques de son enseignement. Pour ce faire, l'accent sera mis sur les activités de manipulations, d'observation, de réflexion, de raisonnement et de montage de mécanismes.

L'amélioration de la qualité de l'éducation passe par l'application d'approches pertinentes dans les disciplines enseignées. L'approche ASEI-PDSI qui nous est présentée apparaît comme une alternative convenable pour promouvoir l'enseignement / apprentissage des mathématiques.

Cette discipline, lorsqu'elle est enseignée de façon active et participative avec les principes ASEI-PDSI, permet aux apprenant(e)s de se l'approprier, de la réinvestir pour leur épanouissement individuel et, de participer à l'essor socio-économique du pays. La mise en œuvre de l'approche pourrait induire un nouveau rôle de l'enseignant(e), celui de facilitateur, ainsi que la motivation effective des apprenant(e)s pour la discipline.

Par ailleurs, la qualité recherchée ne peut se réaliser sans l'engagement des acteurs et de tous les partenaires. Il faut par conséquent la prise de conscience de toutes les parties prenantes, leur implication effective et, l'adoption d'une démarche favorisant la réflexion et l'action.

## DOCUMENTS DE SORTIE DU SOUS-MODULE

### Post test

- 1- Explique les concepts suivants : mathématiques, approche ASEI-PDSI, matériel concret, PLM, Codage, décodage, valeur cardinale, valeur ordinale, calcul mental, Calcul rapide, arithmétique, système métrique, géométrie, problème mathématique, résoudre un problème mathématique. (15 pts)
- 2- Y a-t-il une différence entre calcul mental et calcul rapide ? Pourquoi ? (5 pts)
- 3- « **L'enseignement du calcul à l'école primaire poursuit un double but : utilitaire et éducatif.** »  
Explique en tes propres termes et en 5 lignes, cette déclaration. En 2 pages au maximum, trouve pour chaque discipline des mathématiques à l'école primaire, 2 arguments pour étayer son caractère utilitaire et 2 autres pour étayer son caractère éducatif. (20 pts)
- 4- Dis dans quel contexte le PLM est né et qui en est le précurseur. (4 pts)
- 5- Quelle est l'utilité du PLM ? De l'enseignement du calcul mental à l'école primaire? (4 pts)
- 6- Cite : trois objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques au CP ; deux objectifs généraux de l'enseignement de l'arithmétique au CE ; deux du système métrique au CM ; deux de la géométrie au CM ; trois du calcul mental au CE et trois du calcul mental au CM. (15 pts)
- 7- Quelle est la durée d'une séance de calcul au CP, au CE et au CM ? Précise la part de durée du calcul mental à chaque niveau. (6 pts)
- 8- Enumère : trois matériels collectifs qui entrent dans l'enseignement du calcul ; deux conditions psychologiques préalables à l'apprentissage du calcul chez l'enfant. (5 pts)
- 9- Définis les différentes sortes de problèmes mathématiques et deux critères qui peuvent guider dans leur choix. (5 pts)
- 10- Cite 3 principes pédagogiques qui régissent l'enseignement de chacune de ces disciplines du calcul :
  - L'enseignement de l'arithmétique au CM
  - L'enseignement de la géométrie au CE
  - L'enseignement du système métrique au CE (9 pts)
- 11- « **Partout l'opération manuelle doit précéder l'opération arithmétique ; l'expression du langage courant doit précéder l'expression du langage mathématique ... c'est sur des faits qu'il faut s'appuyer et nous ajouterons, c'est à des faits qu'il faut appliquer les calculs, les idées...** » disent les I.O de 1945.  
Dis en 5 lignes, le sens de cette instruction officielle. Avance ensuite en 10 lignes, 3 raisons qui en démontrent la pertinence. (10 pts)
- 12- Décris la démarche générale de toute leçon de mathématiques à l'école primaire. Explique au fur et à mesure, en quoi consiste chacune de ses étapes. (16 pts)
- 13- Décris : la démarche du PLM ; la démarche d'une leçon dans chacune des disciplines au CE-CM : système métrique, arithmétique, géométrie, calcul mental, au CE-CM ; la démarche du calcul au CP ; la démarche de la résolution de problèmes. (70 pts)
- 14- Selon vous, peut-on conduire une séance de mathématiques à l'école primaire sans matériel ? Pourquoi ? (5pts)
- 15- Rédige une fiche de leçon : de calcul mental, de géométrie, au CE ou au CM, de système métrique au CE ou au CM, d'arithmétique au CE ou au CM, sur l'étude du langage mathématique au CP ; sur l'écriture d'un nombre au CP ; sur la présentation d'un nombre au CP1, sur la décomposition additive d'un nombre au CP2 ; (160 pts)
- 16- Présente chacune des leçons préparées. (160 pts)
- 17- Observe attentivement un collègue dispenser une leçon de calcul au CP, d'arithmétique, de système métrique et de géométrie au CE ou au CM ; relève les aspects positifs, les insuffisances, et propose lui ce que tu aurais fait pour éviter ces insuffisances. (60 pts).